

令和元年6月13日現在

機関番号：13801

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2013～2018

課題番号：25287001

研究課題名(和文) 導来圏を中心とする環論・表現論の多角的研究

研究課題名(英文) Diversified research of ring theory and representation theory with derived categories as its center

研究代表者

浅芝 秀人 (Asashiba, Hideto)

静岡大学・理学部・教授

研究者番号：70175165

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 13,600,000円

研究成果の概要(和文)：多元環の表現論の中心課題は多元環の加群圏の研究であるが、そのためには加群圏の導来圏の研究が重要になる。本研究では次の課題について研究を行った。環の加群圏の導来圏の構造；傾対象の構成；自己入射的多元環の導来同値分類；関連する話題。得られた結果の例：無限表現型の遺伝多元環Aの有限生成加群圏の有界導来圏はAの安定有限生成加群圏の反復圏と安定同値である。ディンキン型前射影多元環の傾複体全体を決定した。第一コンウェイ群に関してブルエ予想を解いた。群次数圏と群のスマッシュ積のクイバー表示を与えた。また6年間にわたり本研究に関連する環論および表現論シンポジウムの開催を援助し報告集を作成した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

多元環の表現論の中心課題は、環の加群圏の研究であるが、それにはその加群圏の導来圏の研究が重要である。本研究では、環の加群圏の導来圏の構造、傾対象の構成、導来同値分類について研究を行った。今回の研究成果により導来圏の構造に対する理解が深まり加群圏に関する様々な問題が解けるようになった。位相的データ解析によりすでにデータ解析に加群圏が応用され、さらに現在、導来圏も応用されつつあるため、今後その重要性はますます高くなることが期待される。

研究成果の概要(英文)：The central purpose of representation theory of algebras is in the study of the module category of an algebra. To this end the study of its derived category became important. In our research we investigated (1) structures of the derived categories; (2) constructions of tilting objects; (3) derived equivalence classifications of self-injective algebras; (4) related topics. The following are examples of our results: (1) for representation-infinite hereditary algebra A the bounded derived category of A is stably equivalent to the repetitive category of stable module category of A. (2) All the tilting complexes over preprojective algebras of Dynkin type were given. (3) The Broue's conjecture for the 1st Conway group was solved. (4) For any group G the smash product of a G-graded category and G is presented by quiver with relations. Also we supported the symposium on ring theory and representation theory (heavily related to our research) and published its proceedings.

研究分野：代数学

キーワード：導来同値 導来圏 被覆 クイバー 傾複体 傾加群 自己入射多元環

1. 研究開始当初の背景

Rickard によって、環 A と B が導来同値になるためには、 A の導来圏におけるある傾対象の自己同型環が B に同型となる必要十分であることが証明された。これにより、傾対象を構成することが導来同値を証明するための重要なポイントとなる。まず、Rickard 本人によって Brauer 樹木多元環が導来同値のもとで分類された。Brauer 樹木多元環は有限表現型自己入射多元環の特殊なクラスをなしている。研究代表者は、この分類を拡張して、有限表現型自己入射多元環を導来同値のもとで分類することに成功した。その際の主要な道具は、導来同値のための被覆理論であった。この研究の出発点は、 $SL(2, 4)$ に関する Broué 予想に、被覆理論を適用して別証明を与えたことにあった。奥山哲朗 (北海道教育大学旭川校) は、特殊な長さ 2 以下の傾複体を構成し、この方法を発展させて群 $SL(2, p^n)$ (p は素数、 n は自然数) に対して Broué 予想を肯定的に解決した。この方法は Rickard や研究協力者の星野によってさらに一般化された。他方、Auslander-Reiten 理論が研究協力者の伊山によって高次元化され、 n クラスター傾対象という概念が導入された。これは傾対象と深く関連している。2 クラスター傾対象は、同時期に始まったクラスター代数の加法的圏論化であるクラスター圏の研究にも重要な概念として登場した。これは現在の多元環の表現論の中心的な研究対象であるクラスター多元環の研究の基礎となり伊山、Reiten、Keller 等を中心として進展中であった。

2. 研究の目的

本研究で扱う環は、単位元を持つ結合的な環とし、環上の加群は単位的とする。元来、多元環の表現論の中心課題は、環 A の構造を研究するために、その加群圏 $\text{Mod } A$ を研究することであったが、その研究には導来圏 $D(\text{Mod } A)$ の研究が重要であることがわかってきた。そこで本研究では、導来圏の研究を中心として、次の課題について多角的に研究を行い、多元環の表現論の一層の発展を目指す。

1. 環の導来圏の構造に関する研究
2. 傾対象の構成に関する研究 (1 の導来圏の同値性を調べるため)
3. 自己入射的多元環の導来同値分類に関する研究 (2 の具体的応用として)
4. その他関連する話題

3. 研究の方法

本研究の実施には、上記の研究課題に関する新しい情報や成果の利用が重要であるため、研究協力者とは、主にセミナーやワークショップを開催して研究打ち合わせや討論・情報交換を行い、国内外の会議に出席して、成果発表や情報収集を行う。また、関連分野で活躍する国内外の研究者と情報・意見交換を持つ。このため、1966 年以来毎年日本で開かれている環論および表現論シンポジウムの開催を援助し、海外研究者を毎年 2 名程度招聘する。また、隔年開催される多元環の表現論国際会議には、2, 4 年目 (2014, 2016 年) に出席する。さらに、中国・韓国と 1990 年以来 4 年ごとに開いている日中韓環論国際会議には、3 年目 (2015 年) に出席し、運営委員として働く。これらを実行するため、経費は国内外の研究旅費と会議開催費が主となる。

4. 研究成果

2013 年度から 2017 年度までの 5 年間の研究により、上記研究目的の課題について多くの結果が得られた。例えば、課題 1 では、多元環に対して有界導来圏と反復圏の安定加群圏の関係を与えるハッペルの定理を双対化多様体まで拡張し、無限表現型の遺伝多元環 A に対して A の有限生成加群圏の有界導来圏は、 A の安定有限生成加群圏の反復圏と安定同値であることを示した。課題 2 では、ディンキン型前射影多元環が準傾離散であることを示し、傾複体とブレイド群との間に全単射を構成し傾複体全体の分類を与えた。課題 3 では、第一コンウェー群に関して、ブルエ予想を完全に解いた。課題 4 では、群 G で重み付けられた関係式クイバーによって定まる群次数圏と G とのスマッシュ積を関係式クイバーで表す方法を与え、応用としてブラウアー・グラフ多元環の被覆を計算し多重矢、ループ、重複度、有向周回路を消去する具体的方法を与えた。また 1 年間の補助事業延長期間を加えた 6 年間にわたり本研究に関連する環論および表現論シンポジウムの開催を援助し報告集を作成した。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 93 件)

Kimura, Yuta: Singularity categories of derived categories of hereditary algebras are derived categories, 査読有, Journal of Pure and Applied Algebra に掲載決定.
<https://arxiv.org/abs/1702.04550>

Asashiba, Hideto: Smash products of group weighted bound quivers and Brauer graphs, Communications in Algebra, 査読有, Volume 47, 2019, 585-610.

DOI: 10.1080/00927872.2018.1487562

Asashiba, Hideto; Rasool Hafezi; Razieh Vahed: Gorenstein versions of covering techniques for linear categories and their applications, *Journal of Algebra*, 査読有, Volume 507, 2018, 320-361.

DOI:10.1016/j.jalgebra.2018.04.017.

Adachi, Takahide; Aihara, Takuma; Chan, Aaron: Classification of two-term tilting complexes over Brauer graph algebras, *Mathematische Zeitschrift*, 査読有, Volume 290, 2018, 1-36.

DOI: 10.1007/s00209-017-2006-9

Aihara, Takuma; Mizuno, Yuya: Classifying tilting complexes over preprojective algebras of Dynkin type, *Algebra and Number Theory*, 査読有, Volume 11, 2017, 1287-1315.

DOI : 10.2140/ant.2017.11.1287

Iyama, Osamu; Yang, Dong: Silting reduction and Calabi--Yau reduction of triangulated categories, *Trans. Amer. Math. Soc.*, 査読有, Volume 370, 2017, 7861-7898.

DOI: <https://doi.org/10.1090/tran/7213>

Adachi, Takahide: The classification of τ -tilting modules over Nakayama algebras, *Journal of Algebra*, 査読有, Volume 452, 2016, 227-262.

DOI : 10.1016/j.jalgebra.2015.12.013

Adachi, Takahide: Characterizing τ -tilting finite algebras with radical square zero, *Proceedings of the American Mathematical Society*, 査読有, Volume 144, 2016, 4673-4685.

DOI : 10.1090/proc/13162

Asashiba, Hideto: A Generalization of Gabriel's Galois Covering Functors II: 2-Categorical Cohen-Montgomery Duality, *Applied Categorical Structures*, 査読有, Volume 25, 2016, 155-186.

DOI : 10.1007/s10485-015-9416-9

Asashiba, Hideto and Kimura, Mayumi: Derived equivalence classification of generalized multifold extensions of piecewise hereditary algebras of tree type, *Algebra and Discrete Mathematics Journal*, 査読有, Volume 19, 2015, 145-161.

<http://admjournal.luguniv.edu.ua/index.php/adm/article/view/42>

Koshitani, Shigeo; Jurgen Müller; Felix Noeske: Broué's abelian defect group conjecture and 3-decomposition numbers of the sporadic simple Conway group Co_1 , *Journal of Pure and Applied Algebra*, 査読有, Volume 219, 2015, 142-160.

DOI:10.1016/j.jpaa.2014.04.014

Takuma; Aihara: Derived equivalences between symmetric special biserial algebras, *J. Pure Appl. Algebra*, 査読有, Volume 219, 2015, 1800-1825.

<https://doi.org/10.1016/j.jpaa.2014.07.012>

Aihara, Takuma; Takahashi, Ryo: Generators and dimensions of derived categories of modules, *Comm. Algebra*, 査読有, Volume 43, 2015, 5003-5029.

<https://doi.org/10.1080/00927872.2014.957384>

Mizuno, Yuya: On mutations of selfinjective quivers with potential, *Journal of Pure and Applied Algebra*, 査読有, Volume 219, 1742-1760.

<https://doi.org/10.1016/j.jpaa.2014.07.010>

Mizuno, Yuya: Classifying τ -tilting modules over preprojective algebras of Dynkin type, *Mathematische Zeitschrift*, 査読有, Volume 277, 2014, 665-690.

DOI:10.1007/s00209-013-1271-5

(他 78 件)

[学会発表](計 247 件)

浅芝 秀人: 2 圏論的被覆理論と導来同値, 日本数学会秋季総合分科会 (招待講演), 2018 年

浅芝 秀人: Cohen-Montgomery duality of bimodules with applications to equivalences of Morita type, ビーレフェルト大学表現論セミナー (招待講演)(国際学会), 2017 年

浅芝 秀人: Derived equivalence classification of selfinjective algebras and 2-categorical covering theory, mini-workshop on representations of algebras (招待講演)(国際学会), 2018 年

相原琢磨: Silting mutation theory: foundation and application I, II, 第 4 回ワークショップ「非可換 Gorenstein 代数とその周辺」(招待講演), 2017 年

Kimura, Yuta: Functor categories on derived categories of hereditary algebras, The 50th Symposium on Ring Theory and Representation Theory, 2017 年

Asashiba, Hideto: Derived equivalences and smash products, 環論および表現論シンポジウム, 2016 年

Asashiba, Hideto: Cohen-Montgomery duality for bimodules and its applications, Hopf

algebras conference in Tsukuba (招待講演)(国際学会), 2016年
Asashiba, Hideto: Quiver presentation of smash products of categories and coverings of Brauer graph algebras, 日本数学会秋期総合分科会, 2016年
Mizuno, Yuya: Classifying tilting complexes over preprojective algebras of Dynkin type, Triangulated Categories by the young generation (招待講演), 2016年
浅芝 秀人: The smash product of Brauer graphs with group weights and Brauer permutations, Workshop on Brauer graph algebras (招待講演)(国際学会), 2016年
相原 琢磨: Tilting mutation and flips of Brauer graph algebras, Workshop on Brauer graph algebras (招待講演)(国際学会), 2016年
足立 崇英: The classification of two-term tilting complexes for Brauer graph algebras, 第48回環論および表現論シンポジウム, 2015年
Iyama, Osamu: Silting reduction and Calabi-Yau reduction of triangulated categories, Homological bonds between Commutative Algebra and Representation Theory (招待講演), 2015年
浅芝 秀人: 2-categorical covering theory and derived equivalences, A Short Course on 2-Categorical Covering Theory and Derived Equivalences (招待講演), 2014年
Koshitani, Shigeo: Broué's abelian defect group conjecture, International Conference on Groups and Algebras--Dedicated to the 100-th birthday celebration for Prof. Tuan, Hsio-fu (招待講演), 2014年
Iyama, Osamu: Silting reduction and Calabi-Yau reduction, Cluster Algebras and Combinatorics (招待講演), 2014年
Asashiba, Hideto: Grothendieck constructions of (co)lax functors and gluing of derived equivalences, シュトゥットガルト大学表現論セミナー (招待講演), 2013年
Asashiba, Hideto: Gluing of derived equivalences along bimodules, ポン大学表現論セミナー (招待講演), 2013年
Mizuno, Yuya: -tilting modules over preprojective algebras of Dynkin type, 第16回代数群と量子群の表現論研究集会, 2013年
Adachi, Takahide (Aihara, Takuma; Chan, Aaron): Classifying two-term tilting complexes for Brauer graph algebras, 日本数学会2014年度年会, 2014年
(他227件)

〔図書〕(計6件)

Mori, Izuru 編集: 第51回環論および表現論シンポジウム報告集, Proceedings of the 51st Symposium on Ring Theory and Representation Theory, 2019年, 161pp.
Sanada, Katsunori 編集: 第50回環論および表現論シンポジウム, Proceedings of the 50th Symposium on Ring Theory and Representation Theory, 2018年, 210pp.
Ueda, Akira 編集: 第49回環論および表現論シンポジウム, Proceedings of the 49th Symposium on Ring Theory and Representation Theory, 2017, 187pp.
Nishinaka, Tshunekazu 編集: 第48回環論および表現論シンポジウム, Proceedings of the 48th Symposium on Ring Theory and Representation Theory, 2016年, 171pp.
Hida, Akihiko 編集: 第47回環論および表現論シンポジウム, Proceedings of the 47th Symposium on Ring Theory and Representation Theory, 2015年, 153pp.
Kikumasa, Isao 編集: 第46回環論および表現論シンポジウム, Proceedings of the 46th Symposium on Ring Theory and Representation Theory, 2014年, 208pp.

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年:
国内外の別:

取得状況(計0件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:

番号：
取得年：
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

Hideto Asashiba's website:

<https://wvp.shizuoka.ac.jp/asashiba/hideto-asashibas-website/>

research map

<https://researchmap.jp/asashiba>

6 . 研究組織

(1)研究分担者

研究分担者氏名：なし

ローマ字氏名：

所属研究機関名：

部局名：

職名：

研究者番号（8桁）：

(2)研究協力者

研究協力者氏名：伊山 修

ローマ字氏名：Iyama Osamu

研究協力者氏名：河田 成人

ローマ字氏名：Kawata Shigeto

研究協力者氏名：佐藤 真久

ローマ字氏名：Sato Masahisa

研究協力者氏名：山浦 浩太

ローマ字氏名：Yamaura Kota

研究協力者氏名：星野 光男

ローマ字氏名：Hoshino Mitsuo

研究協力者氏名：宮地 淳一

ローマ字氏名：Miyachi Jun-ichi

研究協力者氏名：毛利 出

ローマ字氏名：Mori Izuru

研究協力者氏名：相原 琢磨

ローマ字氏名：Aihara Takuma

研究協力者氏名：源 泰幸

ローマ字氏名：Minamoto Hiroyuki

研究協力者氏名：越谷 重夫

ローマ字氏名：Koshitani Shigeo

研究協力者氏名：功刀 直子

ローマ字氏名：Kunugi Naoko

研究協力者氏名： 眞田 克典
ローマ字氏名：Sanada Katsunori

研究協力者氏名： 植田 玲
ローマ字氏名：Ueda Akira

研究協力者氏名： 西中 恒和
ローマ字氏名：Nishinaka Tsunekazu

研究協力者氏名： 飛田 明彦
ローマ字氏名：Hida Akihiko

研究協力者氏名： 菊政 勲
ローマ字氏名：Kikumasa Isao

研究協力者氏名： 水野 有哉
ローマ字氏名：Mizuno Yuya

研究協力者氏名： 足立 崇英
ローマ字氏名：Adachi Takahide

研究協力者氏名： 板場 綾子
ローマ字氏名：Itaba Ayako

研究協力者氏名： 吉脇 理雄
ローマ字氏名：Yoshiwaki Michio

研究協力者氏名： 中島 健
ローマ字氏名：Nakashima Ken

研究協力者氏名： 木村 雄太
ローマ字氏名：Kimura Yuta

研究協力者氏名： 小境 雄太
ローマ字氏名：Kozakai Yuta

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。