

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 30 年 5 月 18 日現在

機関番号：10101

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2013～2017

課題番号：25287015

研究課題名(和文)空間複雑性と理想境界のポテンシャル解析

研究課題名(英文)Potential theory on space complexity and ideal boundary

研究代表者

相川 弘明(Aikawa, Hiroaki)

北海道大学・理学研究院・教授

研究者番号：20137889

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 11,600,000円

研究成果の概要(和文)：調和関数や熱方程式解，Green核，熱核と定義領域の関係や空間複雑性の境界挙動への影響を研究し，ユークリッド空間の複雑領域，多様体，バリフォルド，ネットワーク，フラクタルなど様々な分野に応用した．とくに，除外集合を許したHarnack原理，最小固有値の容量的幅による評価，大域的境界Harnack原理のGreenレベル集合の容量的幅による十分条件，放物型境界Harnack原理(Intrinsic Ultracontractivity)に対応する条件，グラフ領域が大域的境界Harnack原理をみたくす臨界連続率，無限における容量密度の極限の0-1法則などに新しい結果を得た．

研究成果の概要(英文)：Relationships among harmonic functions, solutions to the heat equation, the Green and heat kernels and their defining domains, the influence of the space complexity to the boundary behavior were studied. They were applied to various fields such as non-smooth Euclidean domains, manifolds, varifolds, networks and fractals. In particular, new results were obtained in Harnack principle with exceptional sets, estimates of the principal frequency in terms of capacity width, sufficient conditions for the global boundary Harnack principle based on the capacity width of sublevel sets of the Green function, conditions for the parabolic boundary Harnack principle (Intrinsic Ultracontractivity), the critical exponent of a graph domain enjoying the global boundary Harnack principle, and the 0-1 law of the capacity density at infinity and so on.

研究分野：基礎解析学

キーワード：ポテンシャル 調和 容量 Green核 熱核 Harnack原理 ネットワーク フラクタル

### 1. 研究開始当初の背景

正調和関数族を決定する理想境界は Martin によって導入され、解析学にとどまらず幾何学や確率論の観点からも深く研究されてきた。この理想境界を Martin 境界という。Martin 境界は領域や多様体の構造に深く依存しており、一筋縄ではとらえられない興味深い対象である。研究代表者は一様領域におけるスケール不変な境界 Harnack 原理を確立し、その Martin 境界を決定することに成功していた。これは一つの大きな節目となった。その議論は初等的であり、調和関数に固有な性質を用いるのではなく、大雑把な性質 (比較原理と Harnack 原理) のみを用いる。これらの性質を領域の幾何学的性質とマッチするように、擬双曲的距離を導入し、領域を分割したり、開集合の解析的な幅を特徴付ける容量幅を定義し問題を離散化して、最終的な結果を導いている。

一方、Cheeger, Heinonen, Koskela などにより、距離と測度だけがある距離測度空間に微分を定義し、それに基づく解析学が提唱されるようになった。これは通常の領域や多様体だけでなく、非常に複雑な構造をもった空間を含むものである。空間構造の基本は Poincare の不等式によって与えられ、これは Grigor'yan, Saloff-Coste, Sturm などによって測度のダブリング性と熱核の評価に同値であることが明らかにされた。さらに, Gyrya と Saloff-Coste は熱核の評価に擬双曲的距離と容量幅を組み合わせ、Dirichlet 形式の一般の設定で、内部一様領域に対する Neumann および Dirichlet 熱核の研究を行っている。これらの研究状況から空間および領域の複雑性とその上の調和関数の構造・熱核の挙動には深い関係があり、空間や領域を一般化することによってその本質が解明されつつあることが理解される。その際に、最も基本的なユークリッド領域上の調和関数に対する議論が一般的な設定に拡張され本質的な役割を果たしてきた。

### 2. 研究の目的

領域や Riemann 面、多様体、ネットワーク、フラクタル上の調和関数の族はこれらの対象の幾何学的性質を反映するものとして古くから研究されてきた。そのなかでも境界や無限遠方での調和関数族の構造を明らかにする理想境界は空間の幾何学的性質と密接に関係する。Brown 運動と調和関数や熱方程式の関係から、熱核の評価とも深い関係にある。近年では距離測度空間における微分の定義が開発され、Dirichlet 形式の理論が発展し、古典的な結果の多くが抽象空間にまで拡張されている。本研究の目的は調和関数や熱方程式の解がこれらの幾何学的対象とどうかかわってくるか? とくに空間の複雑性がどのように理想境界に影響するかをポテンシャル解析の手法を用いて解明することである。

### 3. 研究の方法

研究代表者・研究分担者・連携研究者をそれぞれの専門分野を考慮してグループ分けし、各方面の研究を深化させる。

#### (1) ユークリッド領域のポテンシャル解析

【相川, 平田, 利根川】

##### 境界 Harnack 原理と理想境界.

スケール不変な境界 Harnack 原理は一様領域で領域の複雑さを計ることにより、極小 Martin 境界点の個数を評価したり、調和測度を調べる。観点を入れ替えて、ポテンシャル論的性質から領域の複雑さを決定する。

##### 放物型方程式の非負値解.

時間に依存する複雑領域において放物型方程式の非負値解全体の構造、解の性質と境界挙動を解明する。そのためにグラフで描けない複雑領域の適切な定義と積分表現に必要な理想境界の構成を目指す。また、熱測度が 2 倍条件を満たすような領域の幾何的性質を探索する。

##### 平均曲率流への応用.

特異性を持つ一般次元集合の平均曲率流について、一般点における正則性理論は非線形偏微分方程式の枠組みで構成されている。この理論に、ポテンシャル解析の手法と結果を応用して、動く特異点の正則性を明らかにする。

#### (2) 複素空間・複素領域のポテンシャル解析

【志賀, 須川, 島内, 濱田, 濱野】

##### 双曲計量と領域複雑性.

平面領域の双曲計量の境界挙動は領域の形状に深く依存しており、これらの関係が領域上の複素関数論の展開に重要である。逆に領域上の複素関数の豊かな性質によって双曲計量や領域の形状やその理想境界が明らかになる。境界がフラクタル構造を持つことと双曲計量の境界挙動の相互関係を調べる。双曲計量の研究には Heins によるポテンシャル論的アプローチが有効であることが分かっており、その立場から双曲計量を解析する。

##### Teichmüller curves.

代数曲線から Teichmüller 空間への局所等長写像の像を Teichmüller curve と呼ぶ。これは近年数論幾何、代数幾何の観点から研究が進められているが、これを複素解析やポテンシャル解析の手法を用いて研究する。

#### (3) 多様体・フラクタル・ネットワークのポテンシャル解析

【木上, 加須栄, 松村, 川上, 熊谷】

##### フラクタル上の熱核評価.

resistance form の概念を明確化するとともに、一般の距離空間上の resistance form を構成する。フラクタルを典型例とする複雑系の上にディリクレ形式やラプラス作用素が与えられたとき、その熱核の評価を求め、測度と組み合わせた場合に対応する確率過程の熱核の漸近挙動を明らかにする。

##### Jump 確率過程の境界 Harnack 原理.

ラブラシアン分数ベキは非局所的な作用素であるが、その解は調和関数と良く似た性

質をもつ．確率論的には Jump-type 確率過程が対応し，一般空間での研究が進行中である．ここでは，作用素の perturbation に対して境界 Harnack 原理がどのように対応する研究する．

#### 多様体・ネットワークと理想境界

無限グラフあるいは非コンパクト完備リーマン多様体に対して，ディリクレエネルギー有限な関数の空間と密接に関連した理想境界・コンパクト化を研究する．無限グラフの Floyd 境界，および無限ネットワークあるいは非コンパクト完備リーマン多様体の倉持境界を取り上げる．ディリクレエネルギー有限な写を視座におき，適切な距離を導入して幾何学的なコンパクト化による関数空間の良い表現を求める．

#### 4. 研究成果

調和関数や熱方程式解，Green 核，熱核と定義領域の関係や空間複雑性の境界挙動への影響を研究し，ユークリッド空間の複雑領域，多様体，バリフォールド，ネットワーク，フラクタルなど様々な分野に応用した．とくに，研究代表者は除外集合を許した Harnack 原理，最小固有値の容量的幅による評価，大域的境界 Harnack 原理の Green レベル集合の容量的幅による十分条件，放物型境界 Harnack 原理 (Intrinsic Ultracontractivity) に対応する条件，グラフ領域が大域的境界 Harnack 原理をみたく臨界連続率，無限における容量密度の極限の 0-1 法則などに新しい結果を得た．研究分担者を含めたより詳しい成果を以下に述べる．

##### (1) ユークリッド領域のポテンシャル解析

一般領域の Dirichlet 最小固有値を容量的幅を用いて評価した．熱半群に対する Intrinsic Ultracontractivity を容量的幅と Green 関数により導いた．グラフで与えられた領域が大域的境界 Harnack 原理をみたくどうかについて研究し，成立するためのグラフのシャープな滑らかさを明らかにした．非有界集合の容量密度について考察した．半径一定の球に対する容量密度の中心を動かしたときの下限 (下容量密度) を研究し，半径を大きくしたときの下容量密度の極限値は 0 か 1 に限ることを示した．さらにこの結果を距離測度空間に拡張した．熱方程式や吸収項をもつ半線形熱方程式の解の除去可能な特異点について考察した．特に，放物型距離に関する Minkowski 容量を導入して増大条件や可積分条件を満たす解に対する除去可能集合を調べた．Lipschitz 領域上の熱核評価の応用として，境界に特異点もち時間無限で Martin 核と比較可能な定常解に収束するような半線形熱方程式の正值解の存在について考察した．正值調和関数に対する Carleson 評価や境界減衰評価および熱核評価を利用して，Lipschitz 領域において非線形不等式を満たす非負優温度関数に対する増大評価を与え，

半線形熱方程式の正值解に対する既存の評価を改良した．Brakke の定義した幾何学的測度論の枠組みにおける平均曲率流に関連し，境界で直交条件を満たしつつ動く平均曲率流の Brakke 解の構成を，Allen-Cahn 方程式の特異摂動を用いて行った．また 1 次元の Brakke 解で典型的な 3 重点周りの正則性定理を証明した．平面上での一般的な 1 次元曲率流に対して，最も重要な特異点である 3 重点の近傍での正則性定理を幾何学的測度論の枠組みで証明した．曲面の一般化である varifold に対して，境界における接触角度条件の概念について研究を行い，Modica-Mortola 汎関数の特異摂動問題で自然に発生する条件を得た．

##### (2) 複素空間・複素領域のポテンシャル解析

Klein 群の擬等角変形空間の複素構造について研究を行ない，Klein 群の不連続成分の形状がその変形空間の構造に大きく影響を与え，様々な複素解析的性質，例えば正則凸性などが変化することを発見した．また，コーシー積分の境界値に関しても新たな知見を得た．双曲計量と球面幾何を用いてリーマン球面内のコンパクト集合が一樣完全であるための新たな特徴付けをみつけた．また，リーマン球面から有限個の点を抜いたリーマン面の双曲距離の評価を行った．Teichmüller 曲線と呼ばれる Riemann 面からモジュライ空間への局所等距離正則写像について研究し，その剛性と有限性について新しい結果を得た．さらに Teichmüller 空間の thick part の geometry，特にその凸性について新たな知見を得た．また，一般の Riemann 面上の種々の調和関数の空間から定義される不変距離について考察し，その値の評価及び完備性について，Riemann 面のポテンシャル論的性質から考察した．Riemann 面上の様々な調和関数から定義される不変距離について，双曲距離との比較からいくつかの不等式を導き，その等号成立条件について調べた．また，Klein 群の変形空間の複素構造を調べ，その正則凸性について新しい知見を得た．さらに Riemann 面をパラメータ空間とする正則運動がリーマン球面の正則運動に拡張できるための必要十分条件をその monodromy を用いて与えた．球面や双曲平面内の領域のその幾何に関する凸性を双曲計量の言葉で記述することに成功した．単葉関数の係数評価や擬等角写像に関する研究を行った．擬等角写像の数値的構成手法およびその応用について考察した．

##### (3) 多様体・ネットワーク・フラクタルのポテンシャル解析

Modular sequence spaces をモデルにした非線形ネットワーク上のポテンシャル論を展開し，フローに関するトムソンの原理，射に関するレイリー単調性法則，倉持境界とディリクレ問題などについて研究した．完備極小

曲面のガウス写像や弱完備な平坦波面の標準形式などを含んだ曲面のクラスにおけるガウス写像の除外値数の上限の幾何学的意味を明らかにした。双曲空間に埋め込まれているグラフを考え、拡大定数の幾何的な評価式を与えた。半正值ではあるが正值性ではない曲率を持つ直線束の特異計量とその特異性を測る乗数イデアル層を研究した。乗数イデアル層を用いたコホモロジーの単射性定理を定式化し、最小特異計量に対する Nadel 型のコホモロジー消滅定理を得た。一般化された離散 Orlicz 空間や一般化された  $L_p$  空間を含む、離散モジュラー列空間を枠組みとする非線形ネットワーク上のポテンシャル論を、ロイデンコンパクト化と倉持コンパクト化を中心に研究した。非線形ネットワークのポテンシャル論を展開し、その基礎を確立した。Stretched Sierpinski gasket と呼ばれる Sierpinski gasket の分岐点を区間で置き換えた集合上のポテンシャルの構成、調和関数の構造などについて研究を行い、どのようなポテンシャルが存在するのかについて完全な分類を行った。Sierpinski carpet 上のブラウン運動の time change について考察し、speed 測度がユークリッドの距離に対して volume doubling property を持つときには、ユークリッドの距離と quasisymmetric な距離が存在して time changed process の熱核はその距離に関して sub-Gaussian 型の評価を持つことを示した。

##### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 35 件)

L. Kim, Y. Tonegawa, On the mean curvature flow of grain boundaries, 67, (2017) 43-142 査読有

[http://aif.cedram.org/item?id=AIF\\_2017\\_67\\_1\\_43\\_0](http://aif.cedram.org/item?id=AIF_2017_67_1_43_0)

S. Hamano, M. Shiba, H. Yamaguchi, Hyperbolic span and pseudoconvexity, Kyoto J. Math. 57 (2017), 165-183 査読有 10.1215/21562261-3759558

H. Aikawa, Dichotomy of global density of Riesz capacity, Studia Math., 232 (2016), 267-278 査読有 10.4064/sm8511-4-2016

H. Aikawa, Construction of a domain that fails the global boundary Harnack principle via the Helmholtz equation, J. Lond. Math. Soc. (2) 93 (2016) 721-740 査読有 10.1112/jlms/jdw016

H. Shiga, Conformal invariants defined by harmonic functions on Riemann surfaces, J. Math. Soc. Japan 68 (2016), 441-458 査読有 10.2969/jmsj/06810441

H. Shiga, On analytic properties of

deformation spaces of Kleinian groups, Trans. Amer. Math. Soc. 368 (2016), 6627-6642, 査読有 10.1090/tran/6563  
B. Bhowmik, G. Satpati, T. Sugawa, Quasiconformal extension of meromorphic functions with nonzero pole, Proc. Amer. Math. Soc. 144 (2016), 2593-2601, 査読有 10.1090/proc/12933

Y. Tonegawa, N. Wickramasekera, The blow up method for Brakke flows: networks near triple junctions, Arch. Ration. Mech. Anal. 221, (2016), 1161-1222, 査読有 10.1007/s00205-016-0981-3

K. Takasao, Y. Tonegawa, Existence and regularity of mean curvature flow with transport term in higher dimensions, Math. Ann., 364 (2016), 857-935, 査読有 10.1007/s00208-015-1237-5

A. Kasue, A Thomson's principle and a Rayleigh's monotonicity law on nonlinear networks, Potential Anal. 45 (2016) 655-701 査読有 10.1007/s11118-016-9562-1

K. Hirata, Removable sets for subcaloric functions and solutions of semilinear heat equations with absorption, Hokkaido Math. J., 45 (2016) 195-222 査読有 10.14492/hokmj/1470139401

K. Hirata, Positive solutions with a time-independent boundary singularity of semilinear heat equations in bounded Lipschitz domains, Nonlinear Anal. 134 (2016) 144-163, 査読有 10.1016/j.na.2015.12.026

I. Graham, H. Hamada, G. Kohr, M. Kohr, Support points and extreme points for mappings with A-parametric representation in  $C^n$ , J. Geom. Anal. 26 (2016), 1560-1595 査読有 10.1007/s12220-015-9600-z

F. Bracci, I. Graham, H. Hamada, G. Kohr, Variation of Loewner chains, extreme and support points in the class  $S^0$  in higher dimensions, Constr. Approx. 43 (2016) 231-251 査読有 10.1007/s00365-015-9302-6

S. Hamano, Log-plurisubharmonicity of metric deformations induced by Schiffer and harmonic spans, Math. Z. 284 (2016) 491-505 査読有 10.1007/s00209-016-1663-4

H. Aikawa, Intrinsic ultracontractivity via capacity width, Rev. Mat. Iberoam., 31 (2015) 1041-1106 査読有 10.4171/RMI/863

- H. Aikawa, T. Itoh, Dichotomy of global capacity density, Proc. Amer. Math. Soc. 143 (2015) 5381-5393 査読有 10.1090/proc/12672
- M. Mizuno, Y. Tonegawa, Convergence of the Allen-Cahn equation with Neumann boundary conditions, SIAM J. Math. Anal. 47 (2015) 1906-1932 査読有 10.1137/140987808
- T. Hattori, A. Kasue, Expansion constants and hyperbolic embeddings of finite graphs, Mathematika 61 (2015) 1-13 査読有 10.1112/S0025579314000254
- H. Aikawa, Extended Harnack inequalities with exceptional sets and a boundary Harnack principle, J. Anal. Math. 124 (2014) 83-116 査読有 10.1007/s11854-014-0028-3
- ⑳ T. Kato, T. Sugawa, L.-M. Wang, Variability regions of close-to-convex functions, Ann. Polon. Math. 111 (2014) 89-105 査読有 10.4064/ap111-1-7
- ㉑ S. Ponnusamy, S. K. Sahoo, T. Sugawa, Radius problems associated with pre-Schwarzian and Schwarzian derivatives, Analysis 34 (2014), 163-171, 査読有 10.1515/anly-2012-1219
- ㉒ Y. Tonegawa, A second derivative Hölder estimate for weak mean curvature flow, Adv. Calc. Var. 7 (2014) 91-138, 査読有 10.1515/acv-2013-0104
- ㉓ K. Kasai, Y. Tonegawa, A general regularity theory for weak mean curvature flow, Calc. Var. Partial Differential Equations 50 (2014) 1-68 査読有 10.1007/s00526-013-0626-4
- ㉔ L. Lui, H. Shiga, Z. Sun, Convex hull of set in thick part of Teichmüller space. Sci. China Math. 57 (2014), 1799-1810 査読有 10.1007/s11425-014-4871-6
- ㉕ S. Matsumura, A Nadel vanishing theorem via injectivity theorems. Math. Ann. 359 (2014), 785-802 査読有 10.1007/s00208-014-1018-6
- ㉖ K. Hirata, T. Ono, Removable singularities and singular solutions of semilinear elliptic equations, 105 (2014) 10-23, 査読有 10.1016/j.na.2014.04.002
- ㉗ K. Hirata, Removable singularities of semilinear parabolic equations, Proc. Amer. Math. Soc. 142 (2014) 157-171 査読有 10.1090/S0002-9939-2013-11739-9

〔学会発表〕(計 60 件)

T. Sugawa, An application of the

Loewner theory to trivial Beltrami coefficients, Conference on harmonic mappings and quasiconformal mappings, 2017

J. Kigami, Completely symmetric resistance forms on the stretched Sierpinski gasket, Dirichlet forms and their geometry, 2017

H. Aikawa, Dichotomy of global capacity density, 14th Romanian-Finnish Seminar, 2016

H. Aikawa, Boundary Harnack Principle and smoothness of the domain, XVIIIth Conference on Analytic Functions and Related Topics, 2016

H. Aikawa, Minimal smoothness for the global boundary Harnack principle, 3rd Workshop on Probability Theory and its Applications, 2016

H. Shiga, Holomorphic motion over Riemann surface and monodromy, XVIIIth Conference on Analytic Functions and Related Topics, 2016

T. Sugawa, Spirallikeness of hypergeometric functions, 14th Romanian-Finnish Seminar, 2016

T. Sugawa, Successive coefficients of convex functions on the unit disk, XVIIIth Conference on Analytic Functions and Related Topics, 2016

Y. Tonegawa, Existence and regularity of Brakke's mean curvature flow, Nonlinear and Geometric Partial Differential Equations, 2016

H. Shiga, Tame qc-motions and the monodromy, AMS Sprint Eastern Sectional Meeting, Special Session on Teichmüller Theory and Related Topics, 2016

J. Kigami, Time change of Brownian motion: Poincare inequality, heat kernel estimate and proto distance, 2016 Joint Mathematical Meeting, AMS special session Fractal Geometry and Dynamical Systems, 2016

H. Aikawa, Elliptic and parabolic boundary Harnack principles for nonsmooth domains, PDEs, Potential Theory, and Function Spaces, 2015

T. Sugawa, Uniform perfectness and convexity in spherical geometry, Modern Aspects of Complex Geometry, 2015

H. Shiga, Teichmüller spaces and holomorphic maps, Riemann Surfaces and Related Topics, 2015

A. Kasue, Kuramochi boundaries of transient networks, Topics in Differential Geometry and its

Discretizations, 2015

志賀 啓成, Klein 群の変形空間について, 日本数学会年会 (函数論分科会特別講演), 2015

H. Aikawa, Extended Harnack inequalities with exceptional sets and its applications, 22nd ICFIDCAA, 2014

H. Aikawa, Intrinsic ultracontractivity and the boundary Harnack principle, 7<sup>th</sup> International Conference on Stochastic Analysis and its Applications, 2014

J. Kigami, Dirichlet forms on p-adic numbers and random walks on the associated tree, Dirichlet Form Theory and its Applications, 2014

J. Kigami, Volume doubling property, quasisymmetry and heat kernels, Australian Statistical Conference in conjunction with the Institute of Mathematical Statistics Annual Meeting, 2014

⑳ T. Sugawa, A note on trivial Beltrami coefficients, XVIIth Conference on Analytic Functions and Related Topics, 2014

㉑ T. Sugawa, Hyperbolic metric with conic singularities on Riemann surfaces and its applications, Workshop on Complex Geometry, 2014

㉒ Y. Tonegawa, A regularity theorem for Brakke's curvature flow of networks, AMSI/AustMS Conference on Geometric Analysis and Stochastic Methods in Geometry, 2014

㉓ H. Shiga, On analytic properties of deformation spaces of Kleinian groups, XVIIth Conference on Analytic Functions and Related Topics, 2014

㉔ H. Shiga, Teichmüller curves and holomorphic maps on Riemann surfaces, Geometry on Groups and Spaces, ICM Satellite Conference on Geometric Group Theory & Geometric Structures, 2014

㉕ S. Matsumura, Injectivity theorems with multiplier ideal sheaves and its applications, International Conference on Complex Analysis and Geometry, 2014

㉖ S. Matsumura, Versions of injectivity theorems and extension theorems, Symposium on Complex Geometry, 2014

㉗ H. Aikawa, Intrinsic ultracontractivity and the boundary Harnack principle, Séminaire Analyse Harmonique, 2014

㉘ H. Aikawa, Extended Harnack inequalities with exceptional sets,

Analysis and Geometry Seminar, 2014

㉙ 利根川 吉廣, 平均曲率流の正則性理論について, 日本数学会年会 (函数方程式分科会特別講演), 2014

〔その他〕

ホームページ等

研究代表者ホームページ

<http://www.math.sci.hokudai.ac.jp/~aik/index-j.html>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

相川 弘明 (AIKAWA HIROAKI)

北海道大学・大学院理学研究院・教授

研究者番号: 20137889

### (2) 研究分担者

志賀 啓成 (SHIGA HIROSHIGE)

東京工業大学・理工学研究科・教授

研究者番号: 10154189

須川 敏幸 (SUGAWA TOSHIYUKI)

東北大学・情報科学研究科・教授

研究者番号: 30235858

平田 賢太郎 (HIRATA KENTARO)

広島大学・理学研究科・准教授

研究者番号: 30399795

加須 栄 篤 (KASUE ATSUSHI)

金沢大学・数物科学系・教授

研究者番号: 40152657

木上 淳 (KIGAMI JUN)

京都大学・情報学研究科・教授

研究者番号: 90202035

利根川 吉廣 (TONEGAWA YOSHIHIRO)

東京工業大学・理学院・教授

研究者番号: 80296748

島内 宏和 (SHIMAUCHI HIROKAZU)

山梨英和大学・人間文化学部・助教

研究者番号: 90759200

濱田 英隆 (HAMADA HIDETAKA)

九州産業大学・工学部・教授

研究者番号: 30198808

濱野 佐知子 (HAMANO SACHIKO)

福島大学・人間発達文化学類・准教授

研究者番号: 10469588

松村 慎一 (MATSUMURA SHIN-ICHI)

鹿児島大学・理工学研究科・助教

研究者番号: 90647041

川上 裕 (KAWAKAMI YU)

山口大学・理工学研究科・講師

研究者番号: 60532356

### (3) 連携研究者

熊谷 隆 (KUMAGAI TAKASHI)

京都大学・数理解析研究所・教授

研究者番号: 90234509