

**科学研究費助成事業 研究成果報告書**

平成 29 年 6 月 12 日現在

機関番号：17701

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2016

課題番号：25330016

研究課題名(和文)並行性の準等式系

研究課題名(英文)Quasiequational system for concurrency

研究代表者

古澤 仁(FURUSAWA, Hitoshi)

鹿児島大学・理工学域理学系・教授

研究者番号：00357930

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,800,000円

研究成果の概要(和文)：並行計算の二項多重関係モデルや代数モデルに関して次のような成果を得た。(1)完備べき等左半環をある集合上の二項多重関係全体のなす完備べき等左半環へ自然に埋め込むための十分条件、(2)Pelegの並行動動的論理の様相クリーニ代数的文脈における再構成、(3)領域演算子の明示的な代数的定義および逐次合成に関する部分単位のクラス、並行合成に関する部分単位のクラス、停止元のクラス、非停止元のクラスの関連性、(4)Pelegの逐次合成が結合的になるための十分条件

研究成果の概要(英文)：The following results on multirelational models and algebraic models of concurrency are obtained.

(1) a sufficient condition for a complete idempotent left semiring to have a natural homomorphic embedding into a complete idempotent left semiring of the set of all binary multirelations on some set, (2) a reconstruction of Peleg's concurrent dynamic logic in the context of modal Kleene algebra, (3) an explicit definition of a domain operation and relationships between subclasses consisting of sequential subidentities, parallel subidentities, terminal elements and nonterminal elements, (4) a sufficient condition for Peleg composition to be associative

研究分野：情報学基礎理論

キーワード：並行計算 準等式系 動的論理

### 1. 研究開始当初の背景

Hoare らは、逐次合成と並行合成に対応する2つの合成演算に着目し、これらがみたすべき性質をいくつかの1階準等式公理で特徴づけた。この公理をまとめたものが並行クリーニ代数 (CKA) である。CKA は、順序多重集合やシャッフル言語をモデルとし、トレース等価性に基づく意味論の必要不可欠な要素を切り出したものと捉えられる。

動的論理はプログラムを検証するための論理体系として提案された。動的論理の肝要な要素のみを1階の準等式公理系として抽出したのがテスト付きクリーニ代数 (KAT) である。KAT は、命題ホア論理を包含するためホア論理の推論の大部分を等式変形により行うことが可能であり、プログラムの部分正当性検証やコンパイラの正当性検証などに用いられる。また、KAT はオートマトンのトレース等価性の健全かつ完全な公理化であるクリーニ代数 (KA) の拡張であり、ここでの等価性は決定可能であるため、等価性証明の自動化も可能である。

動的論理を並行計算に適用できるように拡張したのが並行動動的論理である。並行合成を持つ点と、その意味論が二項多重関係の上で展開される点の2点が動的論理と大きく異なる。動的論理の骨格を抜き出して得られるのが KAT であるのに対して、並行動動的論理の骨格を抜き出して得られる構造は明らかになっていない。

緩クリーニ代数 (LKA) は、KA を一般化した概念であり、オートマトンの模倣等価性を公理化したものである。研究代表者らは、これまでに二項多重関係の部分クラスや、木言語の部分クラスと緩クリーニ代数の関連性を明らかにした。

### 2. 研究の目的

本研究は、並行システムの自動検証を可能にする代数的枠組みを構築することを目的とする。並行システムの既存の論理体系やモデルは並行計算を詳細に記述・分析・理解することを目的として構築されている一方で、これらに基づいて並行システムを自動的に検証するのは困難である。本研究では、

(ア) できるだけ少数の簡素な(1階の準等式)公理から成り

(イ) 多様なモデルを持ち

(ウ) 公理から現実的な結論を導くことができる

代数的枠組みを構築することにより、並行システムの自動検証の実現を目指す。

### 3. 研究の方法

次のような方法により考察を強化しながら新しい知見を獲得しつつ研究を遂行した。

2013年度

(1) 7月13日、14日の2日間神奈川大学を訪問し、西澤弘毅氏とベキ等半環のイデアル完備化について、特に共著論文 Koki Nishizawa and Hitoshi Furusawa: Ideal Completion of Join Semilattice over T-algebra, Bulletin of Tottori University of Environmental Studies, Vol. 9 and 10, pp.91--103, March 2012 の結果の一般化とその有用性について並行システムのモデルへの応用を念頭に議論した。

(2) 8月19日から8月22日まで河原康雄氏(九州大学名誉教授)と津曲紀宏氏(崇城大学)を鹿児島に招聘し、確率並行システムのモデルに関する研究打合せをおこなった。

(3) 8月30日から9月17日までシェフィールド大学を訪問し、本研究課題の研究協力者である Georg Struth 氏と、テスト付きクリーニ代数や様相半環などの先行研究を参考にしつつ、並行システムの多重関係モデルに基づくテストの概念の準等式系による特徴付けと、これを用いた様相演算子の導入について議論した。

(4) 9月23日から9月26日まで京都大学数理解析研究所で開催された RIMS 研究集会「代数、記号論理、幾何と情報科学」に参加し、当該分野の最新の研究動向について情報交換をおこなった。

2014年度

(1) 4月28日から5月1日までドイツで開催された 14th International Conference on Relational and Algebraic Methods in Computer Science (RAMiCS 2014) へ参加し、本研究課題に関連する代数系について参加者と情報交換をおこなった。

(2) 5月19日から5月22日まで河原康雄氏(九州大学名誉教授)を鹿児島に招聘し、Royal Society の助成を受けて鹿児島に滞在中であった Georg Struth 氏(シェフィールド大学)を交えて論文 David Peleg: Concurrent dynamic logic. J. ACM 34(2), 450-479, 1987 において用いられている並列システムの多重関係モデルにおける逐次合成の関係理論の立場からの見直しをおこなった。

(3) 8月19日、20日の2日間神奈川大学で開催された「代数、論理、幾何と情報科学」に参加し、当該分野の最新の研究動向について情報交換をおこなった。

(4) 3月18日から3月21日まで高井利憲氏(奈良先端科学技術大学院大学)を鹿児島へ招聘し並行計算の言語理論的モデルに関する研究打合せをおこなった。多重項の概念を導入し、論文 Hitoshi Furusawa and Georg Struth: Concurrent Dynamic Algebra. CoRR abs/1407.5819 (2014) で与えられた代数系の言語理論的モデルについて検討した。

2015 年度

(1) 7月4日に福岡工業大学で開催された「論理と計算セミナー」に参加し、並行計算の論理とモデルに関する最新の研究動向について情報交換をおこなった。

(2) 11月21日から12月5日まで Georg Struth 氏(シェフィールド大学)を鹿児島に招聘し、日本学術振興会外国人招へい研究者(短期)として鹿児島に滞在中であった Walter Guttman 氏を交えて論文 Robert Goldblatt: Parallel Action: Concurrent Dynamic Logic with Independent Modalities, *Studia Logica* 51(3/4), 551-578, 1992 の代数モデルの構築について議論した。

2016 年度

(1) 8月10日から8月12日まで立命館大学を訪問し福本善洋氏より Jeremy Gunawardena による先行研究で用いられている手法に不可欠な数学的な知見について幾何学的な観点からの助言を得た。

(2) 8月25日, 26日に名古屋大学で開催された「記号論理と情報科学研究集会」および8月27日, 28日に信州大学で開催された「代数、論理、幾何と情報科学」に参加し、並行計算の論理と位相幾何学的なモデルについて情報交換をおこなった。

(3) 9月9日から9月11日まで神奈川大学を訪問し、西澤弘毅氏と並行システムの二項多重関係モデルにおける逐次合成に関して圏論、寓圏論、および述語変換意味論の3つの観点から議論した。

(4) 11月3日から11月5日まで公立鳥取環境大学を訪問し吉田聡氏から本研究課題について構成的数学の観点からの助言を得た。

(5) 2月16日から2月18日まで河原康雄氏(九州大学名誉教授)、溝口佳寛氏(九州大学)、井口修一氏(福岡工業大学)を鹿児島へ招聘し本研究の総括をするとともに、今後の研究の発展について議論した。

#### 4. 研究成果

次のような成果が得られた。

(1) 完備べき等左半環はクオンテールの分配律を弱めることによって得られる構造である。集合を1つ固定したとき、その集合の上向きに閉じた二項多重関係の全体は、集合としての和、空関係、Parikhの意味での合成、所属関係とともに完備べき等左半環をなす。我々は、完備べき等左半環がその特定の元の集合上の二項多重関係全体と集合としての和、空関係、Parikhの意味での合成、所属関係のなす完備べき等左半環と同型になるための十分条件(完備べき等左半環の表現定理)を与えた。

(2) 動的論理の肝要な要素のみを1階の準等式公理系として抽出したのがテスト付き

クリーニ代数であり、域(ドメイン)付きクリーニ代数はその拡張である。動的論理を並行計算に適用できるように拡張したのが Peleg の並行動的論理である。我々は域付きクリーニ代数を参考にしつつ、並行動的論理の二項多重関係モデルの持つ特徴を1階の準等式系として抽出した(CDA)。CDAは、並行動的論理の公理をすべて導くことができ、二項多重関係に関して健全であるため、並行動的論理の代数的モデルを与える。二項多重関係モデル上での論証では2階の述語論理が不可欠であることを考えると、この成果により並行システムの検証の機械化や自動化に近づいたといえる。

(3) 二項多重関係モデルについてのさらなる考察により、逐次合成と並行合成の間の相互作用を新たに発見し、これを用いてCDAを拡張した結果、領域演算子の明示的な定義を与えることに成功した。これにより、逐次合成に関する部分単位のクラス、並行合成に関する部分単位のクラス、停止元のクラス、非停止元のクラスの関連性をモデルと代数の両方において明らかにすることができた。二項多重関係モデルは逐次合成が結合的でないなど代数的に不自然な振る舞いをするのに対して、上に挙げた4つの部分クラスは比較的自然な挙動を示す。この成果により二項多重関係モデルに関する理解がもっと深まった。

(4) 二項多重関係の3種類の逐次合成(Kleisli合成, Parikh合成, Peleg合成)それぞれに対応する持ち上げの概念を導入し、3種類の逐次合成を通常二項関係の合成を用いて表現できるようにした。その上で、Kleisli合成は単位元を持たないが結合的であること、Parikh合成は一般には単位元を持たず結合的でもないこと、Peleg合成は単位元を持つが結合的でないことなどを示した。上向きに閉じた二項多重関係全体はParikh合成のもとで圏をなすことが知られている。我々は、Peleg合成のもとで圏をなすための十分条件を与えた。さらに、これらの性質を関係理論(寓圏論)の枠組みの中で定式化し導出して見せた。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計10件)

(1) Hitoshi Furusawa, Yasuo Kawahara, Georg Struth and Norihiro Tsumagari: Kleisli, Parikh and Peleg Compositions and Liftings for Multirelations, *Journal of Logical and Algebraic Methods in Programming* [査読有], 印刷中  
DOI: 10.1016/j.jlamp.2017.04.002

(2) Hitoshi Furusawa: Uniform continuity of relations and nondeterministic cellular automata, *Theoretical Computer*

Science [査読有], vol.673, pp.19-29,  
April 2017

DOI: 10.1016/j.tcs.2017.02.004

(3) Hitoshi Furusawa and Georg Struth:  
Taming Multirelations, ACM Transactions  
on Computational Logic [査読有], vol.17,  
pp.28:1-28:34, November 2016

DOI: 10.1145/2964907

(4) Hitoshi Furusawa and Georg Struth:  
Concurrent Dynamic Algebra, ACM  
Transactions on Computational Logic [査  
読有], vol.16, pp.30:1-30:38, August 2015

DOI: 10.1145/2785967

(5) Hitoshi Furusawa and Koki Nishizawa:  
Multirelational representation theorems  
for complete idempotent left semirings,  
Journal of Logical and Algebraic Methods  
in Programming [査読有], Vol.84,  
pp.426-439, May 2015

DOI: 10.1016/j.jlamp.2014.08.008

〔学会発表〕(計2件)

(1) 古澤 仁, 一様連続関係とセルオート  
マトン, 第27回代数, 論理, 幾何と情報科  
学研究集会, 2016年8月28日, 信州大学(長  
野県松本市)

(2) 古澤 仁, ベキ等左半環と多重関係,  
愛媛大学数学談話会, 2013年12月24日,  
愛媛大学(愛媛県松山市)

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

取得状況(計0件)

〔その他〕

ホームページ等

<http://www.sci.kagoshima-u.ac.jp/~furusawa/person/research.html>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

古澤 仁 (FURUSAWA, Hitoshi)

鹿児島大学 理工学域理学系 教授

研究者番号: 00357930

### (2) 研究分担者

( )

研究者番号:

### (3) 連携研究者

( )

研究者番号:

### (4) 研究協力者

Georg Struth

Department of Computer Science, The  
University of Sheffield, Professor