

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 7 日現在

機関番号：11101

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2016

課題番号：25350184

研究課題名(和文) 数学的な考え方の育成に焦点をあてた現職教員研修のための教材開発とその実証的研究

研究課題名(英文) Development of teaching materials for teachers training focusing on mathematical thinking

研究代表者

中野 博之 (NAKANO, HIROSHI)

弘前大学・教育学部・教授

研究者番号：30400120

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,800,000円

研究成果の概要(和文)：「数学的な考え方」を小学校教員が経験するために円の問題、整数の問題、相加平均相乗平均の問題、敷き詰めの問題、順序の問題、を開発し研修会での展開案を作成した。その上で、小学校で研修会を行い、その後の研究授業を通して研修会の成果を確認した。その結果、「統合的な見方」について、ある程度理解し、授業において既習事項と関連づけようとする教員の姿が見られた。その一方、統合的な見方に基づいた「深い学び」の捉え方の理解が難しいことが明らかになった。これは「数学的な考え方」を経験しても、その経験を算数科教材に読みかえることができず、また、児童の様子を「数学的な考え方」の視点で評価できないことを示している。

研究成果の概要(英文)：In order for elementary school teachers to experience 'mathematical thinking' the following problems were developed. Circular problem, Integer problem, Average problem, Problem of spreading, problem of order. And I made a development plan at the workshop. And we held a workshop at elementary school. After that, I confirmed the result of the workshop through Lessons. As a result, elementary school teachers understand the "integrated view". There was a teacher in the class trying to associate it with the prerelease matter. However, it became clear that they can not understand "deep learning" based on integrated viewpoint. Even experiencing "mathematical thinking" they can not interpret that experience as mathematics teaching material. Moreover, it shows that they can not evaluate the state of the child from the viewpoint of "mathematical thinking".

研究分野：数学教育学

キーワード：数学的な考え方 現職教員研修

### 1. 研究開始当初の背景

全国学力・学習状況調査は、算数科において、計算技能については概ね良好な成績であるにもかかわらず、「考える力」について課題があることを毎年のように示している。

課題である「数学的な考え方」の育成について学習指導が改善されない背景には、以下の2点が考えられる。

- ・計算技能向上については「内容」と「方法」が広く小学校の教育現場に周知されている一方、「考える力」の育成を目指した学習指導については、その「内容」と「方法」が周知されていないばかりか確立もされていないこと。
- ・小学校教員がもつ「算数 = 計算技能」という根強い意識。

計算技能向上のためには計算練習(「内容」)を徹底して反復練習をする(「方法」)ことが従来から有効であることが明らかにされており、そのための補充教材も相当数用意されている。その一方、「数学的な考え方」の育成については、数学教育研究者が様々な提言をしているにもかかわらず、何をどのように指導していくのか、つまり、「内容」と「方法」が授業を行っている小学校教員にとっては今もって不明確であることが多い。

これまで研究代表者は、子どもが数学的な原理や既習事項を活用する場面を話し合い活動に求め、上述の「内容」と「方法」の「方法」に当たるものを研究成果として残してきた。こうした成果の一方で、「数学的な考え方」の育成を意図した授業方法を教員に提示しても、「数学的な考え方」の内容を教員自身が理解していなければ、算数科の授業の改善が進まないという課題も明確になった。そこで、本研究では、「数学的な考え方」の内容に焦点を当て、その内容を小学校の教員が理解できるような教員研修での教材を開発し、開発した教材の有効性を検証することとした。

### 2. 研究の目的

本研究の目的は、算数科教育の積年の課題である「数学的な考え方」の育成に焦点をあてた現職教員研修についての具体的な方策を提言することにある。そのために、現職教員研修のための教材を開発し、その教材の有効性を実際の研修会及び授業研究の記録を分析して検証する。

以上のことは、教員免許状更新講習を含めた算数科についての現職教員研修の改善への提言となるだけでなく、算数科全体の授業改善への提言となることも期待できる。

### 3. 研究の方法

「数学的な考え方」について、小学校教員に分かりやすいものとなる様に文献研究を基に捉え直しを行う。

そして、捉え直した「数学的な考え方」を基に現職教員研修のための教材とその展開

案を開発し、その教材と展開案の有効性を実際の研修会及び授業研究の記録を分析して検証する。

研修会及び授業研究については、多様な地区の小学校教員を対象に行い、机上の空論とならず教育現場で実際に生かされるものとなるようにする。

### 4. 研究成果

研究に当たって、まず、最初に研究者や学校関係者に様々な捉え方がなされている「数学的な考え方」について、算数・数学を専門的に研究したことがない小学校教員にも理解されやすいものとするために文献研究を行い、「数学的な考え方」の捉え直しを行った。その際には秋月、松原、中島、杉山らの先行研究を参考にした。

その結果、数学的な考え方については『もっと簡単にしよう』(簡潔), 『もっとわかりやすくしよう』(明確), 『同じと見よう』(統合)という心情から発した動機を基に算数・数学を創造していく活動(行為)と捉えることとした。そして、この算数・数学を創造していく活動を数学的なものとして支える要件として「算数の授業での既習の内容に置き換える」ことを重要視することとした。さらに算数の授業において上記のことを具現化するための授業での問いの視点を「解決の方法をよりよくする」「問題を解決した後に問題の本質的なことを明らかにしようとする」「問題を解決した後これまでに知っているものごととの関連を知ろうとする」の3点にまとめた。

こうした、「数学的な考え方」の捉え直しを基に、実際に小学校教員が「数学的な考え方」を経験できるようにするために円の求積の問題、整数の性質の問題、相加平均相乗平均の問題、平方数の問題、四角形の敷き詰めの問題、順序の問題を開発し、その展開案を作成した。また、全国学力学習状況調査の算数数学のB調査問題を扱った研修会での展開案も作成した。

円の求積の問題は、地道な求め方からエクセレントな求め方への説明の課程でひき算の問題への置き換えに気付いていくという展開で、最終的にはユークリッドの原論にその原理があることを示していくものである。

整数の問題は、ある条件をもつ整数を探す課程で倍数、公倍数の意味を見直し、さらに発展問題を考えることで公約数の意味も見直すという展開である。このような展開により、既習学習内容を新しい視点で見直し同じと見ていくという経験をしていくようにしている。

相加平均相乗平均の問題は、本来相乗平均で捉えるべき場面を相加平均で捉えてしまう誤りから、他人への説明の難しさと共に他人が理解していることに置き換えて説明することを経験するように展開するものである。

平方数の問題は、帰納的に規則を見つけ、その見つけた規則を演繹的に証明する展開で、その課程で様々が置き換えを経験するようにしている。

四角形の敷き詰め問題は、合同な平行四辺形の敷き詰め、合同な三角形の敷き詰めを通して、平行線の存在が敷き詰められる大切な要因であること、そのことから一般四角形の敷き詰めも平行線の存在を認めることで、平行四辺形の敷き詰め、三角形の敷き詰めと同じと見られるという経験をするような展開となっている。

順序の問題は、追いこした人数を求めることが、追いこしていない人を全体から引くことで求められること、それが排反事象の問題解決と同じと見ることができるといふ展開をもつものである。

こうした展開案は、全て解決した後にその原理を探ることに重点をおき、授業においても過去の既習事項と目の前の問題を繋げることが真の理解につながることで、この繋げようとする行為が「数学的な考え方」であることを教師自らの経験を通して理解できるようにしたものである。

研究の過程では、アクティブ・ラーニングの視点（主体的で、対話的で、深い学び）を持って授業改善を行うための研修内容を追加した上で、東京都内の小学校と青森県内の小学校で研修会を行い、その後の研究授業を通して研修会の成果を確認した。その結果、数学的な考え方の核心である「統合的な見方」について、小学校の教員でもある程度理解し、授業において本時の学習内容と既習事項とを関連づけようとする教師の姿勢が実践記録から見取ることができた。具体的には「この考え方は前にやったことないですか」「今までの勉強とどこか似ているところはありますか」といった問いを授業の後半に教師が発するようになったことが挙げられる。

その一方で、小学校教員には「対話的学び」のイメージはつくものの、それを通して統合的な見方に基づいた「深い学び」をどのように捉えるのかについての理解が難しいことが明らかになった。これは、小学校教員が研修会で「数学的な考え方」を経験しても、その経験を算数科の教材に読みかえることができず、また、児童の授業の学びの様子を「数学的な考え方」の視点で評価できないという実態を示している。したがって日々の授業が既習事項と本日の学習内容の関連を問うだけの形式的な流れを踏襲したものとなり算数科の授業の中で教材の背景にある原理を探ったり、既習の学習内容を新しい文脈で見直したりする「深い学び」が実現できないという課題も明らかになった。こうした課題は、日々の授業において「深い学び」の視点を持って教員自身が授業実践を改善していくには、「数学的な考え方」を教員が経験すること、教材への理解を深めること、授業での児

童の活動を「数学的な見方・考え方」の視点で評価すること、といった多様な事柄を有機的に連携させた教員研修プログラムが必要であることを明らかにした。

#### <参考文献>

- 秋月康夫(1966), 数学的な考え方とその指導, 東京教育大学附属小学校初等教育研究会「教育研究」第21巻5号, p.8  
松原元一(1977), 数学的な見方考え方, 国土社, pp.201 - 202  
中島健三(1974), 数学教育の目標とカリキュラム構成のための原理, 現代教育体系4 数学と思考, 第一法規出版, p.124  
中島健三(1981), 算数・数学教育と数学的な考え方, 金子書房 p.51 p.130  
杉山吉茂(1995), 数学的な考え, 小学校算数実践指導全集8, 数学的な考え方を育てる指導, 日本教育図書センター, p.24  
杉山吉茂(2012), 考える力を育てる算数の指導, 確かな算数・数学教育をもとめて, 東洋館出版社, pp.155-168

#### 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計5件)

中野博之, 学びに向かう力を育てるアクティブ・ラーニング, 算数の本質に迫る「アクティブ・ラーニング」, 査読無, 2016, 140 - 150

中野博之, (論説) 数学的な態度を育てる練り上げ(上学年), 新算数教育研究会編新しい算数研究, 査読無, 2015, No.535 4-7

中野博之, 「数学的な考え方」についての一考察 - 小学校教員のための捉え方の提案 -, 弘前大学教育学部紀要, 査読無, 2015, 第113号 37-42

中野博之, 数学的な考え方を育てる話し合い活動に向けた改善案, 新算数教育研究会編新しい算数研究, 査読無, 2015, No.530 148-151

中野博之, 子どもの意欲を高める算数, 新算数教育研究会編新しい算数研究, 査読無, 2015, No.529 90-92

〔学会発表〕(計0件)

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
国内外の別：

取得状況（計0件）

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年月日：  
国内外の別：

〔その他〕  
ホームページ等

#### 6. 研究組織

##### (1) 研究代表者

中野 博之 (NAKANO HIROSHI)  
弘前大学・教育学部・教授  
研究者番号：30400120

##### (2) 研究分担者

中村 享史 (NAKAMURA TAKASHI)  
山梨大学・総合研究部・教授  
研究者番号：70303394

田端 輝彦 (TABATA TERUHIKO)  
宮城教育大学・教育学部・教授  
研究者番号：80344745

##### (3) 連携研究者

藤井 齊亮 (FUJII TOSHIKIRA)  
東京学芸大学・教育学部・教授  
研究者番号：60199289