

**科学研究費助成事業 研究成果報告書**

平成 29 年 6 月 5 日現在

機関番号：16102

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2016

課題番号：25350204

研究課題名(和文) 数学的モデリングにおける理論と実践を架橋する授業研究に関する実証的研究

研究課題名(英文) An empirical study about the lesson study that associated the theory and practice of mathematical modelling

研究代表者

佐伯 昭彦 (SAEKI, AKIHIKO)

鳴門教育大学・大学院学校教育研究科・教授

研究者番号：60167418

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,800,000円

研究成果の概要(和文)：本研究は、学術研究者、実践研究者、現職教員(教員志望学生)が三位一体となつて、数学的モデリングにおける理論と実践を架橋する授業研究を行い、より良い授業実践の開発と普及を行うことが目的である。申請期間内において、(1)カリキュラムに位置づけられた数学的モデリング学習の体系化、(2)児童・生徒の数学的モデリング能力を育成する授業設計と学習指導案の作成、(3)研究授業の実施と授業評価の項目策定、(4)研究成果物『数学的モデリング授業研究ハンドブック』の作成と情報公開、を実施した。その結果、研究目的が達成できたことが明らかになった。

研究成果の概要(英文)：The purpose of this study is to conduct the lesson study that associated the theory and practice of mathematical modelling, to develop better mathematical modelling tasks, and to share those outcomes in the school field. The research team consisted of academic researchers, practice researchers, and in-service teachers. Within the research period, we carried out (1) systematization of mathematical modelling learning based on the curriculum, (2) design of lesson and development of the teaching plan to promote mathematical modelling competencies, (3) conduct of lesson studies and those evaluation, and (4) making of "Handbook of Lesson Study for Mathematical Modelling". As a result, it became clear that the purpose of this study has been achieved.

研究分野：科学教育

キーワード：数学教育 数学的モデリング 授業研究

## 1. 研究開始当初の背景

数学的モデリングは、現実世界における問題の解決を目標として、数学的なモデルをつくり(モデル化)、数学の世界へと翻訳(数学化)し、数学的手法による解決(数学的作業)、さらに、得られた結果を現実世界の場面で解釈・検討を行う一連の活動である。このことから、数学的モデリングは、新学習指導要領が重視する算数的活動・数学的活動の一翼を担っている。1984年に三輪氏による「数学教育におけるモデル化についての一考察」を契機として、わが国の数学的モデリング研究は展開されてきた。例えば、目標論(池田 1999)、カリキュラム(池田 1999)、指導方法(池田・浜 1992、池田・山崎 1993、清野 2006)、テクノロジーを用いた実践(大澤 1996、太田 1997、佐伯 2002、2005)、他教科との関連(佐伯 2002、松崎・長野 2003)、評価(西村・松元・植野 1997、松崎 2008)等である。

国際的な研究動向としては、2004年にInternational Commission on Mathematical Instruction(数学教育国際委員会、略称ICMI)主催による「Applications and Modelling in Mathematics Education(数学教育における応用とモデリング)」をテーマとしたICMI Studyでは、申請者ら(佐伯、池田、松崎)が研究成果を発表した。また、The International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications(数学的モデリング・応用の国際教師集団、略称ICTMA)主催による国際会議においても、申請者ら(佐伯、池田、松崎)が発表を継続的に行い、実績を積んできた。

国内においては、申請者らは、日本科学教育学会の課題研究を中心に、わが国の数学的モデリング研究の成果と課題について共有化を目的に、学術研究者及び実践研究者がそれぞれの研究や取り組みについて発表を行い、研究成果と課題の蓄積は進んでいる。一

方で、数学的モデリング研究の成果を日々の授業に普及することをねらいとした取り組みについては、学術研究者、実践研究者及び現職教員が結束した推進は十分とは言えない。そのため、学術研究者、実践研究者、現職教員(教員志望学生)が授業研究を中心として、目の前にいる子どもたちの現状を的確にとらえ、実際の授業の場面や状況に応じたより深い議論を行うための継続的な研究と実践が、学校現場で実践可能となる教材の開発及び普及に貢献できると考えた。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は、学術研究者、実践研究者、現職教員(教員志望学生)が三位一体となって、数学的モデリングにおける理論と実践を架橋する授業研究を行い、より良い授業実践の開発と普及を行うことである。

## 3. 研究の方法

研究期間内で計画した具体的な研究項目は、以下の4つである。

- (1)カリキュラムに位置づけられた数学的モデリング学習の体系化
- (2)児童・生徒の数学的モデリング能力を育成する授業設計と学習指導案の作成
- (3)研究授業の実施と授業評価の項目の策定
- (4)研究成果物『数学的モデリング授業研究ハンドブック』の作成と情報公開

本研究における研究組織は、学術研究者として国内外で数学的モデリングを研究している研究者2名と、理解教育でハンドヘルドテクノロジーを活用した数理統合教育を研究している研究者1名を研究分担者とした。実践研究者は、これまでの日本科学教育学会の課題研究で優れた実践発表をした小・中・高等学校の3名の教諭に研究協力者とした。本研究で実施する授業研究と研究協議会を一般公開するため、積極的に参加する現職教

員(教員志望学生)も研究組織の一員とした。

#### 4. 研究成果

申請期間内で得られた研究成果を4つの研究項目に従って示す。

##### (1)カリキュラムに位置づけられた数学的モデリング学習の体系化

数学的モデリングの算数・数学カリキュラムへの位置づけに関する世界的な傾向を参考に、算数・数学科カリキュラムにおける数学的モデリングの位置づけ方を図1のようにまとめた。数学的モデリングを学校教育に位置づけていくための基本的枠組みとして、算数・数学という教科の中での指導(統合・混合的アプローチ, 分離したアプローチ)と、総合的な学習の時間等を活用した教科横断的な学習(学際的なアプローチ)の2つの枠組みで捉える。算数・数学という教科の中では、統合・混合的アプローチを基本に、分離したアプローチを徐々に導入していく考えを基本におく。つまり、小学校では、統合・混合的アプローチに関して、モデリング過程と数学的知識の獲得を統合的に取り扱い、数量化、図形化、図表化、グラフ化等の活動を中心に行う。また、小学校高学年程度から、分離したアプローチに関する「モデリング過程・モデリング能力」と「社会における数学の役割」の二つを構成要素として位置づけている。特に「モデリング過程・モデリング能力」は、最初に、数学化、数学的処理、解釈・検討といった大枠でのモデリング過程に焦点を当てた取り扱い(holisticアプローチ)、その後は、holisticアプローチとモデリング過程の一部に焦点を当てた取り扱い(atomisticアプローチ:例えば、数学化における変数の生成・選択だけを取り扱うといった指導)を併用し、学習の目的に応じて使い分ける立場を取る。さらに、「社会における数学の役割」の理解については、これまで取り扱ってきた現実世界の問題の解決をふ

り取りながら、現実世界において数学がどのような役割を果たすのかを一般的に考えていくことになる。

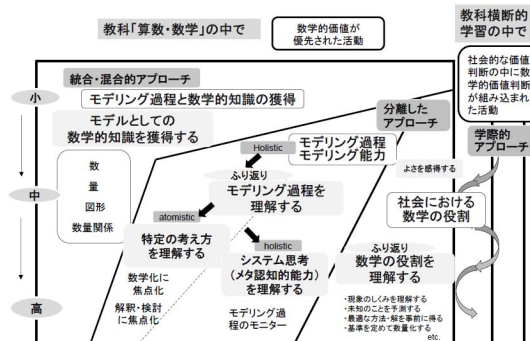


図1. カリキュラムに位置づけられた数学的モデリング学習の枠組みの構想

##### (2) 児童・生徒の数学的モデリング能力を育成する授業設計と学習指導案の作成

本研究では、先行研究をもとに、児童・生徒が習得すべき数学的モデリング能力を(1)思考の内容、(2)思考の過程、(3)思考の組織といった側面で捉え、特に思考の内容に関しては、主要なものとして図2に示す7つの特定の考え方を設定した。

- (a) 問題の本質を捉え表現
- (b) 仮定の設定
- (c) 変数の生成・選択
- (d) 関係(数学的モデル)の生成・選択
- (e) 数学的解決(数学的処理)の解釈
- (f) 数学的モデル(設定した仮定)の正当化
- (g) 誤りの排除

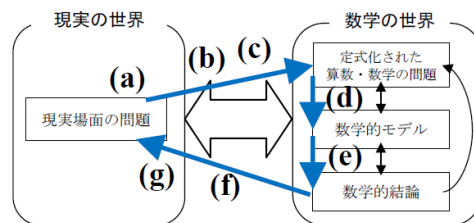


図2. 数学的モデルを構成・分析する際の特定の考え方

授業設計は、図2を基に、学習指導案に、授業展開の概要を数学的モデリング過程の模式図を使って示すことにした(図3)。さらに、数学的モデリング能力を育成するため

に、授業中にこういった対応と手立てを行うのかについての記載欄を設定した(図4)。ここに記載された内容は、数学的モデリング能力を育成する授業評価の項目に関連する。

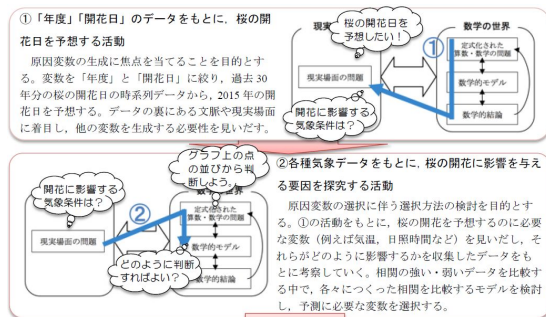


図3. 数学的モデリング授業展開の概要

3.2.2 展開(3時間計画) ※研究授業は第2時(活動②)にあたる。

指導展開	予想される生徒の反応	モデリング過程との対応と授業の手立て
<b>発問①</b> 「桜の開花予想を知っていますか? 何のために、どのようにやっているのでしょうか?」と発問する。	<ul style="list-style-type: none"> <li>・花見に行く人が、いつ行ったらいいかわかるため。</li> <li>・お店経営の人の仕入れの計算のため?</li> <li>・過去のデータなどから推測しているのかな。</li> <li>・気温が暖かいと開花日ははやくなるのかなと。</li> </ul>	・現実世界から、数学の世界でモデルをつくらせて解決する目的(「誰が」「何のために」)を明らかにする。すなわち定式化された数学の問題へと翻訳していく。
<b>問</b> 過去30年分の開花日のデータを今まで学習した形で表してあります。このデータから気づくことを読み取って、開花日を予想してみよう。		

図4. 数学的モデリング過程の対応と手立て

### (3) 研究授業の実施と授業評価の項目の策定

研究期間内に中学校における3つの研究授業を実施した。第1回目の研究授業は、藤原大樹氏による「新商品マフラーの値段設定」の数学的モデリング授業で、2013年12月11日(水)に横浜国立大学教育人間科学部附属横浜中学校3年生を対象に実施した。第2回目は、藤原大樹氏による「富士山の見える範囲」の数学的モデリング授業で、2014年12月2日(火)に横浜国立大学教育人間科学部附属横浜中学校3年生を対象に実施した。第3回目は、峰野宏祐氏による「桜の開花予想」の数学的モデリング授業で、2015年2月18日(水)に東京学芸大学附属世田谷中学校2年生を対象に実施した。これらの研究授業を実施するにあたり、事前の検討会を2回、研究授業後の研究協議、そして、研究授業の振り返りと改善の研究会を2回以上行った。

### (4) 研究成果物『数学的モデリング授業研究

ハンドブック』の作成と情報公開  
 本ハンドブックを「基礎編」、「研究授業編」、「研究編」、「資料編」の4部で構成した。  
 基礎編

「基礎編」は、これから数学的モデリング授業の実施を考えている小・中・高等学校の現職教員(教員志望学生を含む)を対象とした。内容は、数学的モデリングに関わる基本的な理論を概説し、小学校と中学校の教科書にある題材に数学的モデリングの要素を部分的に取り入れる方法を図5と図6に従って指導事例と学習指導案等を示した。

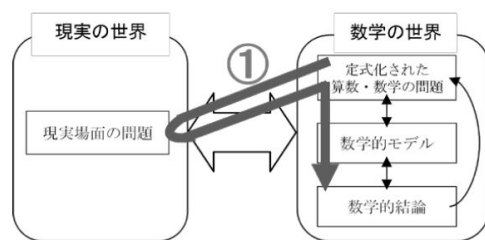


図5. 定式化に焦点を当てた指導事例

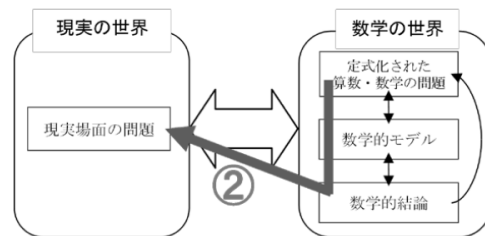


図6. 検証に焦点を当てた指導事例

### 授業研究編

「研究授業編」は、普段の授業で既に数学的モデリングを実施されている現職教員、さらに、研究授業等で数学的モデリングを取り入れようと企画されている現職教員を対象とした。内容は、本研究で実施した数学的モデリング授業研究の趣旨と経緯を概説し、2つの研究授業における(a)趣旨、(b)学習指導案、(c)授業の実際、(d)研究協議、(e)改善指導案を記載した。

### 研究編

「研究編」は、数学的モデリングを研究実践している現職教員(教員志望学生)と研究者を対象とした。内容は、数学的モデリング

に関わる内容の小学校算数科から高等学校数学科へのカリキュラムの全体像の枠組みを提案と、小学校・中学校理科学習指導要領解説と教科書に見られるモデルの特徴と課題及び諸外国における科学教育におけるモデルの位置づけを示した。

#### 資料編

「資料編」では、我が国における数学的モデリングの研究・実践に関する文献等のリストを纏めた。

#### (5)今後の課題

本ハンドブックを活かして、学校現場に数学的モデリングを普及するためには、数学的モデリング授業を実践・評価できる指導力を育成する研修プログラムの開発と、「教師が教師を育て、そして自らも育ち続ける」リーダーを育成する協働支援体制を構築する必要が、今後の課題として残った。

#### 5. 主な発表論文等

##### 〔雑誌論文〕(計3件)

佐伯昭彦, 金児正史, 齋藤大輔, 「サイエンス・コミュニケーション活動を取り入れたアクティブラーニング型授業の事例研究 - 数学と美術を横断する指導における大学院生の意識変容 - 」, 科学教育研究, 査読有, 40(1), 2016, pp.52-68

Akihiko Saeki, Akio Matszaki, Takashi Kawakami, Janeen Lamb, 「Examining the heart of the dual modelling cycle: Japanese and Australian students advance this approach」, CERME9 Proceedings, 査読有, 2016, pp. 1745-1751

佐伯昭彦, 松寄昭雄, 川上貴, 「円柱上の螺旋に関する探究活動を系統的に実現する教材の一考察 - 小学校から高等学校までの系統性を志向して - 」, 数学教育学会誌, 査読有, Vol.56・No.1・2, 2015, pp.1-14

##### 〔学会発表〕(計15件)

佐伯昭彦, 「数学と理科の融合教育の可能性」, 2016年度数学教育学会秋季例会, 2016年9月17日, 関西大学(大阪府吹田市)

佐伯昭彦, 「数学と他教科との関連を志向した数学的モデリングの一考察」, 日本科学教育学会(課題研究), 2016年8月21日, ホルトホール大分(大分県大分市)

川上貴, 米田重和, 佐伯昭彦, 立石耕一, 「「速さ」の導入段階における「歩く」事象の数学化の様相について -モデルのつながりを視点として-」, 日本科学教育学会(課題研究), 2016年8月19日, ホルトホール大分(大分県大分市)

池田敏和, 「数学的モデリングの算数・数学科カリキュラムへの位置づけ」, 日本科学教育学会(課題研究), 2016年8月19日, ホルトホール大分(大分県大分市)

Takashi Kawakami, Janeen Lamb, Akio Matsuzaki, Akihiko Saeki, 「Merging of task contexts and Mathematics in dual modelling teaching: Case studies in Japan and Australia」, 13th International Congress on Mathematical Education, 2016年7月27日, University of Hamburg (City of Hamburg, Germany)

Kosuke Mineno, 「The roles of generating and choosing variables in data-oriented modelling: The case of cherry blossom forecast」, 13th International Congress on Mathematical Education, 2016年7月27日, University of Hamburg (City of Hamburg, Germany)

Masafumi Kaneko, Akihiko Saeki, Daisuke Saito, 「The Analysis of Students' Notion Invented by Prescriptive Modelling in Pre-service Teacher Education: Reading Background of Paintings with Mathematics」, 13th International Congress on Mathematical Education, 2016年7月26日, University of Hamburg (City of Hamburg, Germany)

Shigekazu Komeda, Takashi Kawakami; Koichi Tateishi, Atushi Urago, Go Ishii; Akihiko Saeki, 「Developing Year 6 Students' Concepts of Speed in relation to "Walking"」, 13th International Congress on Mathematical Education, 2016年7月26日, University of Hamburg (City of Hamburg, Germany)

峰野宏祐: 生徒の素朴なモデルの扱いを重視した「桜の開花予想」の指導, 日本科学

教育学会(課題研究), 2015年8月23日, 山形大学(山形県山形市)

Janeen Lamb, Akio Matsuzaki, Akihiko Saeki, Takashi Kawakami, 「The Dual Modelling Cycle Framework: Benefits for Australian students」, 17th International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications, 2015年7月23日, University of Nottingham (City of Nottingham, The United Kingdom)

Takashi Kawakami, Akihiko Saeki, Akio Matsuzaki, 「Triggers for and Barriers to Successful Student switching Between Modelling Cycles: The Case of Dual Modelling Teaching in Japan」, 17th International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications, 2015年7月22日, University of Nottingham (City of Nottingham, The United Kingdom)

Akihiko Saeki, Masafumi Kaneko, Daisuke Saito, Kyoko Tomizawa, 「Practical Study on Graduate Students' Demonstration of Paintings Using Mathematics: Reading Background of Arts with Mathematics」, 17th International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications, 2015年7月21日, University of Nottingham (City of Nottingham, The United Kingdom)

土田理, 「探究基盤型理科授業とモデリング 理論モデルから現実世界を読む」, 日本科学教育学会(課題研究), 2014年9月13日, 埼玉大学(埼玉県さいたま市)

川上貴, 松崎昭雄, 「モデリング研究における理論と実践の架橋を目指して 企画趣旨説明」, 日本科学教育学会(課題研究), 2014年9月13日, 埼玉大学(埼玉県さいたま市)

佐伯昭彦, 「日本における数学的モデリング研究の動向と今後の課題」, 日本数学教育学会第1回春期研究大会, 2013年6月30日, 筑波大学東京キャンパス文京校舎(東京都文京区)

〔図書〕(計2件)

Gloria Ann Stillman, Werner Blum,

Gabriele Kaiser & Akihiko Saeki, Springer, 「Crossing and Researching Boundaries in Mathematical Modelling Education」, 2017, 印刷中

Gloria Ann Stillman, Werner Blum, Maria Salett Biembengut & Akihiko Saeki, Springer, 「Mathematical Modelling in Education Research and Practice」, 2015, 606(195-206)

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

取得状況(計0件)

〔その他〕

なし

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

佐伯 昭彦 (SAEKI AKIHIKO)

鳴門教育大学・大学院学校教育研究科・教授

研究者番号: 60167418

### (2) 研究分担者

池田 敏和 (IKEDA TOSHIKAZU)

横浜国立大学・教育人間科学部・教授

研究者番号: 70212777

松崎 昭雄 (MATSUZAKI AKIO)

埼玉大学・教育学部・准教授

研究者番号: 10533292

土田 理 (TSUCHIDA SATOSI)

鹿児島大学・法文教育学域教育学系・教授

研究者番号: 10217325

### (3) 連携研究者

なし

### (4) 研究協力者

金児 正史 (KANEKO MASAFUMI)

川上 貴 (KAWAKAMI TAKASHI)

藤原 大樹 (FUJIWARA DAIKI)

峰野 宏祐 (MINENO KHOSUKE)