

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 14 日現在

機関番号：33302

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2015

課題番号：25350359

研究課題名(和文) 数学知識構造の可視化による学習効果の検証

研究課題名(英文) Verification of learning effectiveness by visualizing mathematical knowledge structure

研究代表者

中村 晃 (Nakamura, Akira)

金沢工業大学・基礎教育部・教授

研究者番号：60387355

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円

研究成果の概要(和文)：数学のウェブ教材「KIT数学ナビゲーション」の知識を記述しているウェブページのリンク構造が数学の知識構造と類似していることに着目しネットワークグラフを用いて数学の知識構造を可視化した。応用的な知識から基礎的な知識へ向かうハイパーリンクの特性から知識の難易度の計算にも成功した。ネットワークグラフのノードの大きさから知識の重要度を色から難易度を俯瞰することができるようになり、数学学習の効率および効果を高めることが可能となった。

研究成果の概要(英文)：For the purpose of visualization, network graph of knowledge structure of mathematics was created based on the hyperlink structure of our mathematical e-learning website “KIT Mathematics Navigation” as the hyperlink structure among web pages containing mathematical knowledge is similar to knowledge structure. A hierarchy of mathematical knowledge is successfully calculated by using characteristic of hyperlinks that the directions of hyperlinks are from the web pages whose contents are more advanced to the ones whose contents are more basic. We can intuitively know the importance of mathematical knowledge by the size of nodes of network graph and the knowledge level of mathematics by the color of nodes. Learners are able to learn mathematics efficiently and effectively by using the network graph.

研究分野：e-learning

キーワード：知識構造 数学 ネットワーク グラフ 可視化 ハイパーリンク

1. 研究開始当初の背景

工業化社会から知識情報化社会への移行に伴い、我々は以前にも増して高度な知識を獲得し、それらを使いこなさなければならない。そのためには、知識を体系的に把握して自己の知識を構造化する必要がある。そこで、知識構造の把握を支援するための知識構造の可視化の研究が行われている。理工系の学生は体系的に数学を学ぶが、個別指導をしていると、知識は豊富であるにも関わらず構造化されていないため応用力が不足していると感じることが多々ある。その理由の一つとして、既存の数学の教科書では知識の積み上げ式で構成されているため、ネットワーク状の複雑な知識構造を把握するのが困難であることが考えられる。

筆者は、「KIT 数学ナビゲーション」という 1000 ページを超える基礎数学の学習サイトを知識の構造化を意識して開発している。そのため当該サイトはリンクの構造から知識構造を把握することができる。筆者はこの知識構造を利用したリンクをたどりながら立ち返り学習をする「リンクバックラーニング」という概念を提唱してきた。しかしながら、現状では知識構造が可視化されていないためその把握は効率的でない。また、利用している学生からも、KIT 数学ナビゲーションの全体構造を容易に理解できるようにしてほしいという強い要望がある。一方、筆者の研究ではウェブ教材のアクセスログデータから得られる学習行動は、学力や学習意欲を反映していることが分かった。よって、学習行動を評価することにより知識構造の提示が学習に及ぼす効果を評価できると考えた。

2. 研究の目的

本研究では数学知識構造の可視化による効率的かつ効果的な数学の学習方法を開発する。そのために、まず、学習者に対して知識の構造化を支援するために KIT 数学ナビゲーションのリンク構造を基に数学の知識構造の可視化を実現する。さらに知識構造と学習者の学習行動を示すアクセスログデータの関連性を分析できるようにする。質的リサーチにより新しい学習方法の効果を評価しフィードバックする。

3. 研究の方法

(1) 知識構造の可視化

KIT 数学ナビゲーションは、1 ページ 1 つの知識を基本に作成している。各ページの知識の解説の中で用いられる関連する知識にはリンクが張られている(図 1 参照)。リンク先は解説ページになっているので、リンク元のページよりもリンク先のページは基礎的な内容になる。すなわち、各ページはリンクにより相互に関係づけられたネットワークを形成しており、その構造(リンク構造)が数学の知識構造と対応している。ページをノード、ウェブページ内のリンク(ハイパーリン

ク)をノード間のエッジと考えたネットワーク分析を行うことによって数学の知識構造の基礎データを作成する。この基礎データをもとにネットワークの構造の可視化によく用いられているネットワークグラフを作成した。KIT 数学ナビゲーションのリンク構造を解析するために PHP と MySQL でクローラプログラムを作成した。リンクの情報を収集し、索引のページや演習領域のデータを除いた数学知識の構造化に関係しているリンクのみを抽出した。ネットワークグラフの作成にはオープンソースプロジェクトで開発されている Gephi を、ウェブでのネットワークグラフの表示には JavaScript GEXF Viewer for Gephi を用いた。

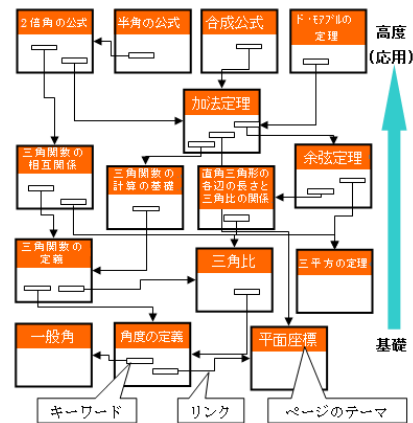


図 1 リンク構造の一例

(2) 数学知識の難易度の指標化

ウェブページ内のリンクは他の数学知識を参照するために張られるため、リンクは難易度の高い応用的な知識から難易度の低い基礎的な知識に向かう。このリンクの特性を利用して数学知識の難易度を指標化した。

(3) 構築した学習環境の評価

構築した知識構造の可視化が学習者に及ぼす効果を、インタビューを用いた質的リサーチにより考察した。この評価結果をフィードバックし、可視化方法の改善に役立てた。

4. 研究成果

(1) 数学知識構造の可視化

ウェブサイトのリンク構造の可視化にネットワークグラフを用いるのは従来から行われているが、数学の知識構造に特化したものはこれまで存在せず、本研究で初めて実現できた。図 2 に KIT 数学ナビゲーションのリンク構造から作成したネットワークグラフを示す。円がノードで数学ナビゲーションの 1 ページを示し、ラベルはウェブページのタイトルを表示している。多くのページからリンクが張られていると重要な知識と判断し円の半径を大きくしている。円と円の間を結ぶ円弧はページ間のリンクを示し、リンクの方向は時計まわりになっている。

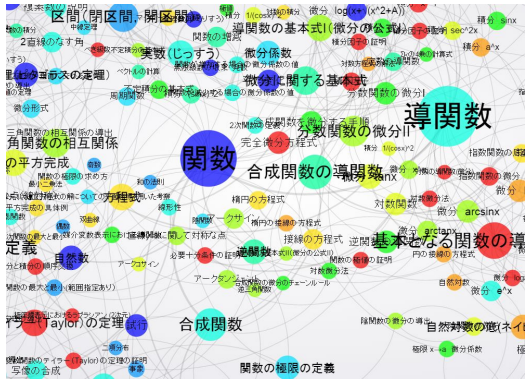


図2 数学知識構造のネットワークグラフ

(2) 数学知識の難易度の指標化

難易度を指標化するために隣接行列を用いた計算手法を開発した。考え方を簡単に説明する。例えば、図3のような10ページから構成されたウェブサイトの隣接行列は図4のようになる。KIT 数学ナビゲーションのリンクの特性から難易度の高いページほど難易度の高いウェブページを参照する傾向がある。そこで、行と列の並びが同じになるように行と列を同時に入れ換える操作を繰り返して図5のように上三角行列になるようにすると、列の上に現れるウェブページが難易度の高い数学知識を記載したウェブページになる。図6に難易度の順にウェブページを並べ替えたものを示す。この手法を取り入れてKIT 数学ナビゲーションの数学知識に関する約800ページの難易度を計算した。難易度データは概ね妥当であるが、重積分や微分方程式の知識レベルが低く算出されるなど常識的な難易度と異なっているものも含まれている。不具合の原因は、他のページへのリンクが少ないページは難易度の算出に必要なデータが少なく基礎的なページと判定されているためである。難易度の算出結果の一部を表1に示す。難易度を11段階に分け図2のネットワークグラフのノードの色を11色に色分けして難易度を表した。青 緑 赤に色が変わるに従って難易度が高くなる。このようにウェブサイトのリンク構造からウェブページに記載されている知識の難易度を計算したのは本研究が初めてである。図2

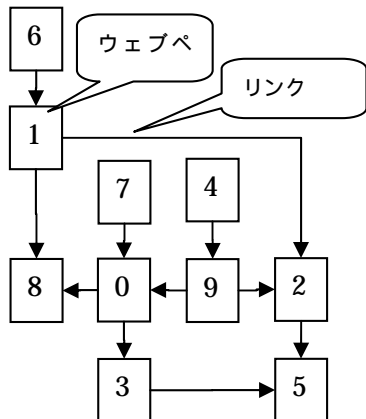


図3 リンク構造サンプル

のネットワークグラフの円の大きさから数学知識の重要度を、円の色から数学知識の難易度を直感的に把握できるようになった。

		ウェブページ番号 (リンクの終点側)									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ウェブページ番号 (リンクの始点側)	0				1					1	
	1			1						1	
	2						1				
	3					1					
	4										1
	5										
	6		1								
	7	1									
	8										
	9	1		1							

図4 初期の隣接行列

		ウェブページ番号 (リンクの終点側)									
		4	6	7	9	1	0	2	3	5	8
ウェブページ番号 (リンクの始点側)	4				1						
	6					1					
	7						1				
	9						1	1			
	1							1			1
	0								1		1
	2									1	
	3										1
	5										
	8										

図5 難易度順に並び替えた後の隣接行列

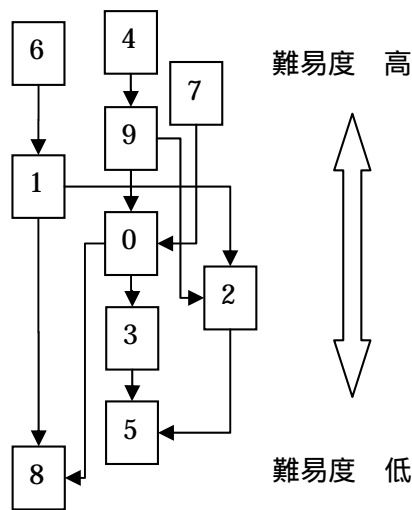


図6 難易度順に並び替えた後のリンク構造サンプル

表 1 数学知識の難易度の計算結果

序列	数学知識 (ページタイトル)
0	根号を含む積分
1	関数の極値
2	三角関数 (正弦、余弦、正接) の積分
100	円と直線の図形の特徴
101	円と直線の関係
102	2変数関数
200	関数の極値の証明
201	積分 $1/(\cos x)^3$
202	放物線の定積分
300	区間推定
301	因数分解の基本公式
302	x 軸に関して対称
400	定積分の基本式(6)
401	積分 e^x
402	積分 $1/(a^2+x^2)$
500	漸化式タイプ 3 の解法
501	漸化式タイプ 4 の解法
502	公倍数 (こうばいすう)
600	円順列の総数
601	組合せの総数
602	数珠列の総数
700	座標空間
701	三角形の頂点の二等分線の性質
702	三平方の定理 (ピタゴラスの定理)

(3) 数学の知識構造とウェブページの連携

図 7 は図 2 の数学知識構造のネットワークグラフの中でマウスによって加法定理を選択して、加法定理と直接結びついている知識のみを表示させたものである。サイドメニューには、加法定理を参照しているページ(応用的な知識)のリストと加法定理が参照しているページ(基礎的な知識)のリストが表示されている。この図を見ると、加法定理がどのような基礎的な知識から構成されて、どのような知識に応用されているかを一目で把握できる。またサイドメニューの上の go to web page のリンクをクリックすると加法定理のページが開くようになっている。この仕組みにより、数学の知識構造を可視化したものとウェブページがワンクリックで繋がって数学を効率よく学習できるようになった。ウェブページには、現在閲覧しているウェブページへリンクを張っているウェブページに移動するためのリンクをページ上部に配置している。この仕組みにより、学習者は、基礎的な方向への学習だけでなく応用的な内容を掲載しているウェブページへも容易に移動できる。以上述べたように数学知識構造を可視化したネットワークグラフを用いると、現在学習している数学知識の重要度や難易度を把握することができるだけでなく、学習している知識を理解するのに不足している知識に容易にアクセスしながら学習することができる。また、学習している知識に関連している応用知識にも簡単にアクセスしながら学習することができる。

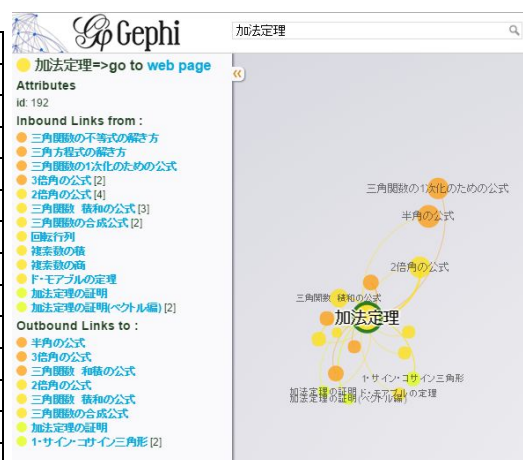


図 7 加法定理を選択した状態

(4) 構築した学習環境の評価

金沢工業大学の学生 20 名に対してインタビュー調査をした。その結果、数学の学習で分からないことがあると、ほぼ全員がまずネット検索をすることが判明した。実際に数学ナビゲーションをよく利用する学生も数名いた。ただ、ネットワークグラフを初めて見る学生がほとんどで、知識構造の可視化したネットワークグラフを使って効率よく学習するためには使い方を指導する必要があることが分かった。そこで、使い方のページを新たに作成した。また、適切はキーワードを入力しない限り本当に知りたい知識を掲載しているページを抽出することができないというネット検索による学習の問題点があることも確認できた。開発した数学知識構造の可視化のシステムの検索機能を使うと、関連した知識も表示されるため上記問題点も解決でき、学習に役立つとの意見が多くあった。このように数学の知識構造の可視化の有効性を確認することができた。

学習環境の開発者の立場からすると、数学知識構造の視覚的な情報と難易度を算出したデータを組み合わせることにより、ハイパーリンクの不具合、すなわち数学知識構造の不完全な箇所を効率よく探し出すことが可能となった。現在、この手法を用いてハイパーリンク構造の最適化に取り組んでいる。

(4) 今後の取り組み

本研究では数学分野のみの知識構造であった。工学分野の知識は、数学と物理を基礎知識としている。そこで、本研究の成果を基に、工学分野の知識構造の構築ならびに可視化に取り組むことにしている。現在、研究メンバーも増やし物理の教材作成に取り組んでいる。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計 3 件)

Akira Nakamura, Self-adaptive e-Learning Website for Mathematics,

International Journal of Information and Education Technology, 査読有 Vol.6, No.12, 2016, pp.961-965、
DOI: 10.7763/IJiet.2016.V6.825、
<http://www.ijiet.org/vol6/825-MT00019.pdf>

Akira Nakamura, Hierarchy Construction of Mathematical Knowledge、Lecture Notes on Information Theory, 査読有、Vol.2, No.2, 2014, pp.203-207

Akira Nakamura, Graph Drawing of Knowledge Structure of Mathematics、The SIJ Transactions on Computer Science Engineering & its Applications (CSEA)、査読有、Vol.2, No.4, 2014, pp.161-165、June 2014

〔学会発表〕(計9件)

中村 晃、ネットワークグラフを用いた数学知識構造の可視化、大学 e ラーニング協議会総会・フォーラム 2015、2016 年 3 月 17 日、信州大学長野キャンパス(長野県長野市) pp.14-15

中村 晃、数学 e-ラーニングサイトのハイパーリンク構造の最適化、日本工学教育協会第 63 回年次大会、2015 年 9 月 3 日、九州大学伊都キャンパス(福岡県福岡市)、平成 27 年度工学教育研究講演会講演論文集 pp.574-575

中村 晃、知識構造の可視化を利用したウェブ教材の改善、日本工学教育協会第 62 回年次大会、2014 年 8 月 29 日、広島大学東広島キャンパス(広島県東広島市)、平成 26 年度工学教育研究講演会講演論文集 pp.604-605

Akira Nakamura, Self-adaptive e-Learning Website for Mathematics、2015 6th International Conference on Education and Management Technology、26th August 2015、Hong Kong (China)、Proceeding pp.34-37

Akira Nakamura, Graph Drawing of Knowledge Structure of Mathematics Combined with Knowledge Level、INTED2015 Conference (9th International Technology, Education and Development Conference)、3rd March 2015、Madrid (Spain)、Proceeding pp.2576-2579、
<https://library.iated.org/view/NAKAMURA2015GRA>

中村 晃、数学知識構造のグラフとウェブ

教材の連携、教育システム情報学会第 39 回全国大会、2014 年 9 月 12 日、和歌山大学(和歌山県和歌山市)、論文集 pp.423-424、
<http://www.jsise.org/taikai/2014/program/contents/pdf/B5-2.pdf>

Akira Nakamura, Hierarchy Construction of Mathematical Knowledge、The 3rd International Conference on Advancements in Information Technology、23rd August 2014、Dubai (UAE)、Proceeding pp.68-72

Akira Nakamura, Visualization of Knowledge Structure of Mathematics、International Symposium on Education, Psychology, Society and Tourism、29th March 2014、Tokyo (Japan)、Proceeding pp.1533-1536

中村 晃、数学知識構造の可視化、教育システム情報学会第 39 回全国大会、2013 年 9 月 2 日、金沢大学角間キャンパス(石川県金沢市)、論文集 pp.163-164、
<http://www.jsise.org/taikai/2013/program/contents/pdf/G3-2.pdf>

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕
出願状況(計0件)

取得状況(計0件)

〔その他〕
KIT 数学ナビゲーション：
<http://w3e.kanazawa-it.ac.jp/math/>

数学知識構造の可視化：
<http://w3e.kanazawa-it.ac.jp/math/gexf-js/index.cgi>

「KIT 数学ナビゲーション」にて第 11 回日本 e-Learning 大賞ニューテクノロジー賞受賞(2014 年)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

中村 晃 (NAKAMURA, Akira)
金沢工業大学・基礎教育部・教授
研究者番号：60387355