

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 5 月 19 日現在

機関番号：32643

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2015

課題番号：25380239

研究課題名(和文) 所得の不平等度とナイト流不確実性

研究課題名(英文) Income Inequality and Knightian Uncertainty

研究代表者

小島 寛之 (Kojima, Hiroyuki)

帝京大学・経済学部・教授

研究者番号：30328083

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：本研究プロジェクトでは、(1)シヨケ型期待効用理論の公理化、(2)メビウス表現の特徴付け、およびジニ係数の特徴付け、(3)ナイト流不確実性下の情報の更新(Dempster-Shafer rule, Fagin-Halpern ruleおよびnaive Bayes' rule)に関する公理化、について研究を行い、これまでに知られていない新しい結果を導出した。(1)、(2)の研究は国際的学術誌に掲載され、(3)については、現在、国際的学術誌に投稿中である。

研究成果の概要(英文)：In this research project, we studied the following topics: (1) axiomatizations of Choquet Expected Utility, (2) characterizations of Mobius inversions and a characterization of a Gini index representation, and (3) axiomatizations of three updating rules (Dempster-Shafer rule, Fagin-Halpern rule, and naive-Bayes' rule) under Knightian uncertainty. In each topic, we obtained original results, and papers about (1) and (2) have been published in international academic journals, respectively, and a paper about (3) has been submitted and reviewed in an international academic journal.

研究分野：ミクロ経済学

キーワード：ナイト流不確実性 不平等

1. 研究開始当初の背景

近年、日本では、「失われた10年」ないし「失われた20年」を経て、格差問題が浮上してきている。アメリカでも、2011年頃から、1%の人々が99%の富を独占している、として「ウォール街を占拠せよ」という市民の大規模なデモが行われ、大きな注目を集めた。このように、「所得の不平等」「資産保有の不平等」は、日米ともに、大きな社会問題と化している。

このような社会的問題意識の下では、「どのように不平等度を計測するか」、あるいは、「どのような不平等度指標が、人々の不平等認識を、より近似できるか」は、科学的に重要な課題となる。さらには、「特定の指標で測った不平等度のもとで、より平等であることを望む市民の選好を公理化する」ということも、意思決定理論が是非とも解決すべきテーマである。

このようなテーマにおいて、近年、経済学や意思決定理論において、不平等に関する意思決定モデルを構築する研究が盛んに行われた。

例えば、ベンボラスとギルボアによるジニ係数の公理化、ロードによる不平等回避の公理化などが代表的な貢献である。

研究代表者は、これらのテーマに対して、ナイト的不確実性における意思決定を表現する理論的枠組みである、「シヨケ期待効用理論」が有望なツールであると考えている。ここで、シヨケ期待効用とは、確率的期待効用の制約を緩めた意思決定法の一つである。

確率的期待値が、重ならない(disjoint)な事象に対する加法性を要請するのに対し、シヨケ期待効用において「確率」の役割を果たす「キャパシティ」には、単調性しか要請されない。確率的期待値ではルベグ積分を用いるが、キャパシティでは代わりにシヨケ積分が用いられる。シヨケ積分は、関数値の大きさの順に素事象を並べ直した上でそのキャパシティを乗じて足し合わせるため、シヨケ期待効用による意思決定には、ある種の歪みが生じ得ることになる。

ところで、不平等に対する市民の反感というのは、ある意味で、「加法性」からの逸脱を意味する。不平等への忌避感というのは、個々人の所得の大小への個人的評価を独立に足し合わせたものだけではなく、他者の所得と自分の所得とを比較した上での「相対的な評価」が関与するからである。

個々人の所得だけを独立に評価し、それを足し合わせる社会的評価は、加法性を持つ確率的期待効用に対応する。一方、他者との所得の関係を相対的に評価する社会評価は、加法的でないため、「歪み」を持ったシヨケ期待効用に対応するであろうことが予想される。

研究代表者は、このような分析の下、ベンボラスとギルボアのジニ的意思決定やロードの不平等回避を同時に公理化できる枠組

みが、シヨケ期待効用の特殊な部分モデルによって可能である、と考える。特殊な部分モデルとは、ある種の離散幾何的構造を備え持ったモデルであり、構造の設定に応じて、あるモデルはジニ的意思決定を導出し、あるモデルは「個人と他者すべての組み合わせ」に対応した指標を導出できるであろう、ということである。

さらには、この部分モデルは、「キャパシティ」の改訂(updating)に関する公理化をも可能にする。「キャパシティ」の改訂については、現在、デンプスターとシェイファーの改訂、ナイーブ・ベイズの改訂、ファギンとハルパンの改訂が提唱されているが、前の二つと最後とは別々に公理化されており、統一的方法論は見つかっていない。本研究は、その副産物として、三つの改訂を統一する公理化を可能にすると期待される。

もちろん、情報の入手による不確実性認識の改訂(updating)は、市民の不平等回避の嗜好とも深く関与することは言うまでもない。不確実性認識の改訂についての科学的な解明は、同時に、不平等回避のメカニズムの解明にもつながることである。

2. 研究の目的

本研究プロジェクトは、3年間の研究プロジェクトとして、以下のような目的に沿って遂行された。

本研究の目標は、不平等度に関する市民の忌避感を表現する効用関数を定量的に導出することである。

例として挙げることができるのは、ベンボラスとギルボアのジニ的効用関数、ロードの不平等回避である。そのために必要となるのは、特殊な集計関数である。これは、個人たちへの所得分配を一つの関数と設定したとき、それらの関数に実数値一つを対応させる、関数の集合から実数の集合への作用素である。その作用素を表す集計関数の値が、社会の良さへの評価を与えるものとなる。

この集計関数が、加法性からの歪み・ズレを備えるようにするため、キャパシティを土台とするシヨケ積分を利用する。さらに、集計関数が、特殊な離散的幾何構造を持つように、共最小加法性(cominimum additivity)を課すのである。

共最小加法性はシュマイドラーの導入した共単調加法性(comonotonic additivity)を強めるため、研究代表者が梶井厚志(京都大学)と宇井貴志(一橋大学)と共に開発した概念である。これを導入することによって、シュマイドラーの導入したシヨケ期待効用の一種でありながら、さらに「離散的幾何構造を持った最小作用素で記述される期待効用」を提供することが可能となる。ジニ的効用関数も不平等回避も「最小作用素」で表現することが可能であるため、共最小加法性を持つ選好を導入することは大きな意義を持つ。

以上の「離散的幾何構造を持った最小作用素で記述される期待効用」は、次のような二つの発展性を持つ。

第一の発展性は、「キャパシティ」の改定 (updating) の公理化である。前述した通り、「キャパシティ」の改定は個別に研究されており、統一的な公理化がない。また、改訂に関する整合性を意味する、帰結主義 (consequentialism) や動学的整合性 (dynamic consistency) との関係も明らかではない。

しかし、本研究の共最小加法性 (cominimum additivity) を持つ集計関数は、条件付共単調性 (conditional comonotonicity) と読み替えて応用することによって、帰結主義を備える集計関数を生み出すことが可能となる。これによって、帰結主義を備える認識の改訂が一般的に公理化できる。

さらに、この集計関数に、制限付動学的整合性 (constrained dynamic consistency) を課すと、デンプスターとシェイファーの改訂、ナイーブ・ベイズの改訂を公理化することが可能となる。これらの公理系は、マシーナの問題提起に対して、シヨケ期待効用の立場から、一つの解答を提案するものとなりうる。

その上、これらの認識改訂は、平均値保存公理 (mean-preserving axiom) によって、ファギンとハルパンの改訂をも、同じ枠組みに統合することが可能となるのである。

第二の発展性は、共最小加法性を他の概念で代用することである。

共最小加法性は、独立性の公理 (independence axiom) を変形するものであり、そういう意味で、従来の意思決定理論よりも多少「人工的」な印象を与える恨みがある。したがって、共最小加法性を使わず、それと同じ効果を持たせることが可能であれば、それは大きな貢献になると言える。本研究では、マシーナの「事象の独立性」を、シヨケ期待効用の枠組みで「素事象の独立性」と読み替えることで、共最小加法性公理の除去が可能となる。

本研究では、一年目に共最小加法性を持った集計関数をシヨケ期待効用によって公理化を行う。また、二年目には、共最小加法性を持った集計関数の公理系を利用して、「キャパシティ」の改訂の公理系を開発し、三つの有名な「キャパシティの改訂方法」の統一をはかる。さらに、三年目には、マシーナの事象分離性の問題意識に沿った形で、集計関数の公理系を改良する。これは、不平等回避をロードの集計関数よりもずっと広いクラスに拡張することを可能とする。

以上のように、本研究は、定量的な評価値の関数を開発し、それを選好理論から公理化することで、市民の不平等に対する忌避感を分析するものとなる。このような定量的評価

は、当然、政策的な含意を導くものとなる。不平等の問題に対しては、社会思想的なアプローチは言うまでもなく重要であるが、政策的な含意を持った科学的定量的アプローチも、「イデオロギーからの自由性」という意味で欠かせないものである。そういう観点から研究代表者は、本研究の社会的な意義を主張する。

3. 研究の方法

本研究プロジェクトは、従来のリスクより広い概念であるナイト流不確実性の理論における、シヨケ期待効用を応用して、不平等回避を表現する集計関数を定式化する研究である。具体的には、第一に、先行研究によって提示された共最小加法性を持った集計関数を拡張し、さらにその公理化を与える。第二に、この集計関数を応用して、キャパシティの改訂の公理系を与える。第三に、素事象の分離性を定義して、共最小加法性を除去した公理系で同じ効果を持つ枠組みを構築する。

本研究は、先行研究のサーベイ、公理化についての数学的な検討、その定式化、新しい概念の開発と定義、そして、先行研究との関連付けによって行う。

4. 研究成果

本研究は、三本の完成論文と一本の完成間近の論文を生み出した。

一本目の論文(論文5)は集計関数の特徴付けに関する論文である。これは、共最小加法性を備えた集計関数をより一般化した関数の特徴付けを与えた論文である。この論文によって、我々の研究は、室伏と藤本のファジメジャーの研究、グラビッシュのk-加法性キャパシティの研究、ベンボラスとギルボアのジニ係数に関する研究、ハートとマスコレルのポテンシャルの研究など、多くの研究との関連性が明らかとなった。この論文は国際的学術誌Mathematical Methods of Operations Researchに投稿され、採択され、刊行された。

二本目の論文(論文3)は、共最小加法性の公理化に関する論文である。具体的には、シュマイドラーの共単調加法性の公理を、共最小加法性の公理に変えることで、限定的な集合族上でだけ機能する選好を生み出すことができる。これは、アイヒバーガーとケルサーのE-キャパシティ、ロード(Rohde)の不平等回避、ギルボアの多様性回避を包含する公理系を与えることができる。また、もう一つの公理(凸性公理)を加えることで、デンプスターとシェイファーの信念度関数をも公理化することができる。この論文は、国際的学術誌Theory and Decisionに投稿され、採択され、刊行された。

三本目はキャパシティの改訂に関する論文である。この論文は、我々が提案する条件付共単調性(conditional comonotonicity)の公理によって、帰結主義の認識改訂を普遍的に公理化できることを示したものである。これに、制限付動学的整合性の公理を加えると、デンプスターとシェイファーの信念の改訂とナイーブ・ベイズの認識改訂を公理化することができる。さらには、平均値保存公理を加えることで、ファギンとハルパンの認識改訂も統一的に公理化することができる。本論文は完成し、現在、国際的学術誌に投稿中である。

四本目は、マシーナが提唱した、確率的意思決定における事象分離性を変形し、キャパシティにおける素事象分離性を開発したものである。この概念によって、共最小加法性の公理なしに、これまでと同じ集計関数を導くことができる。そればかりではなく、これまでより直感に訴える形で、さらには柔軟に、不平等回避の離散的幾何構造を生み出すことが可能となる。本論文は、完成間近であり、近日中に国際的学術誌に投稿される予定である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 6 件)

論文 1. Asano, T., H. Okudaira, and M. Sasaki (2015): “ An Experimental Test of a Search Model under Ambiguity,” *Theory and Decision* 79, 627-637, 査読有.

論文 2. Asano, T., T. Kunieda, and A. Shibata (2015): “ Overconfidence, Underconfidence, and Welfare,” *Journal of Institutional and Theoretical Economics* 171, 372-384, 査読有.

論文 3. Asano, T. and H. Kojima (2015): “ An Axiomatization of Choquet Expected Utility with Cominimum Independence,” *Theory and Decision* 78, 117-139, 査読有.

論文 4. Asano, T. and N. Matsushima (2014): “ Environmental Regulation and

Technology Transfers,” *Canadian Journal of Economics* 47, 889-904, 査読有.

論文 5. Asano, T. and H. Kojima (2014): “ Modularity and Monotonicity of Games,” *Mathematical Methods of Operations Research* 80, 29-46, 査読有.

論文 6. Asano, T. and A. Shibata (2014): “ Natural Capital Investment under Knightian Uncertainty,” *Environment and Development Economics* 19, 529-547, 査読有.

[学会発表](計 0 件)

[図書](計 6 件)

図書 1. 小島寛之, 『完全独習 ベイズ統計学』, 2015年11月、ダイヤモンド社

図書 2. 小島寛之, 『確率を攻略する ギャンブルから未来を決める最新理論まで』, 2015年07月17日、講談社ブルーバックス

図書 3. 小島寛之, 『数学は世界をこう見る 数と空間への現代的なアプローチ』, 2014年05月、PHP新書

図書 4. 小島寛之, 『数学的決断の技術～やさしい確率で「たった一つ」の正解を導く方法』, 2013年12月、朝日新書

図書 5. 小島寛之, 『世界は2乗でできている～自然にひそむ平方数の不思議』, 2013年08月、講談社ブルーバックス

図書 6. 小島寛之, 黒川信重, 『21世紀の新しい数学』, 2013年07月、技術評論社

[産業財産権]
出願状況(計 0 件)

取得状況(計 0 件)

ホームページ等

<http://www.e-campus.gr.jp/staffinfo/public/staff/detail/63/18>

<https://sites.google.com/site/takaosan073/>

6 . 研究組織

(1)研究代表者

小島 寛之 (KOJIMA HIROYUKI)
帝京大学・経済学部・教授
研究者番号：30328083

(2)研究分担者

浅野 貴央 (ASANO TAKAO)
岡山大学・大学院社会文化科学研究科・教授
研究者番号：40423157

(3)連携研究者 なし