

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 23 日現在

機関番号：12608

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2016

課題番号：25380871

研究課題名(和文) 独立に推定された多次元項目反応理論の項目パラメタの等化法に関する研究

研究課題名(英文) Equating Methods for Multidimensional IRT Item Parameters

研究代表者

前川 眞一 (Mayekawa, Shin-ichi)

東京工業大学・リベラルアーツ研究教育院・教授

研究者番号：70190288

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,200,000円

研究成果の概要(和文)：多次元項目反応理論における項目パラメタの等化に関する研究を行い、以下の3種類の方法を開発した。

1) 重み付き一般プロクラステス回転を利用した複数の独立に推定された項目パラメタセットの同時等化法。  
2) 能力値パラメタの相関構造を維持した形で能力値パラメタのみを利用する等化方法。3) 能力値パラメタの相関構造を維持し、しかも、項目パラメタの一致度も考慮した等化方法。  
その後、これらの方法の有用性を、実データを用いて検証した。なお、本研究の派生的産物として、相関構造を指定した因子の回転法を開発した。

研究成果の概要(英文)：Three equating method for multidimensional item response theory item parameters were developed and evaluated using real data set.

1) Simultaneous equating method for independently estimated item parameters using generalized Procrustes rotation method. 2) Equating method based on the ability parameters which keeps the original factor correlation unchanged. 3) Equating method based on both the ability and item parameters which keeps the original factor correlation unchanged.

As a spin-off product of this research, general factor rotation method which keeps the original factor correlation unchanged.

研究分野：心理測定学

キーワード：項目反応理論 多次元項目反応理論 等化 プロクラステス回転

1. 研究開始当初の背景

多次元項目反応理論とは、1次元の項目反応理論の特性値を多次元に拡張したモデルであり、そこには、原点や単位の不定性、また、回転の不定性を持つ、因子分析法と類似したモデルであることが知られていた。(例えば、前川 2013)他方、項目反応理論反応理論の応用に於いては、特性値が1次元の場合に於いて、いわゆる等化の問題が存在していたが、因子分析の文脈では、等化の問題はあまり注目を集めることは無かった。本研究では、多次元項目反応理論を因子分析に関連づけ、因子の回転法としての等化の問題を取り扱う方針の下に、研究を開始した。

多次元項目反応理論においても等化はやはり重要な課題であり、各種の等化法に関する研究が進められているが1次元の項目反応理論と同様に、テストフォーム間で共通する問題項目を利用する共通項目による方法と、共通する受検者を利用する共通受検者による方法がある。このうち、共通項目による等化法としては、1次元の項目反応理論の場合の等化法を多次元に拡張した複数の方法 Oshima によりが提案されているほか、多次元項目反応理論に固有の方法として、Li & Lissitz 2000 に方法、Min 2007 の方法などが開発されている。もう一方の共通受検者による等化法に関する研究としては Hirsch 1989 によるものを挙げる事ができるが、その他にほとんど見あたらず、共通項目に関する研究に比べると非常に少ないのが現状であった。

2. 研究の目的

1次元の項目反応理論の場合、項目パラメタの等化は共通項目法を用いて行われることが多い。しかし、多次元項目反応理論の実務においては、共通受検者による等化が求められる場面があり、多次元項目反応理論の活用場面の拡大のためには、特に共通受検者による等化法の充実が求められているといえる。また、Hirsch の方法は、2つのテストフォームの共通受検者について、基底をそろえてから直交プロクラステス回転を行う方法であるが、この方法では等化後の受検者特性値について、次元間の相関係数が一致しないなどの不都合がある。そこで本研究では、多次元項目反応理論において共通受検者を利用したいいくつかの等化法を新たに提案することを目的とする。

そこで、本研究では、以下の3つの等化法を開発することを目的とした。

a. 重み付き一般プロクラステス回転を利用した複数の独立に推定された項目パラメタセットの同時等化法(共通項目法)

b. 能力値パラメタの相関構造を維持した形で能力値パラメタのみを利用する等化方法(共通受検者法)

c. 能力値パラメタの相関構造を維持し、しかも、項目パラメタの一致度も考慮した等化方法(共通項目ならびに共通受検者法)

なお、多次元項目反応理論に於いては、補償的モデルと非補償的モデルが存在するが、これらの折衷案としてハイブリッドなモデルを開発することも試みた。(岡田謙介・前川真一(2014))なお、本研究では補償的モデルのみを対象とする。

3. 研究の方法

a. の開発に当たっては、Yoshinori Oki, & Shin-ichi Mayekawa (2013) で示されたアイデアを精緻化することから始め、それを実現するプロクラステス回転の理論的研究を行い、同時に R によるプログラムの作成を試みた。

b. の開発は、相関構造を指定したプロクラステス回転に帰着するため、その理論的研究を行い、同時に R によるプログラムの作成を試みた。

c. に関しては、b. の成果を生かしながら、最終的に、受検者パラメタの一致度と、項目パラメタの一致度を示す二つの基準の重み付き和を最適化する方法を開発することとした。

4. 研究成果

補償的多次元項目反応モデルを

$$P(x_j = 1 | a_j, d_j, \theta) = \prod_{l=1}^m \frac{\exp(a_{jl}\theta_l + d_{jl})}{1 + \exp(\exp(a_{jl}\theta_l + d_{jl}))}$$

と記述する。

a. に関しては、以下のことを明らかにした。

共通尺度である から、テスト固有の尺度への変換が対角行列 V を用いて

$$\theta_g = u_g + V_g \theta, \quad g = 1, 2, \dots, G$$

と書けることから、パラメタ行列 A, d は

$$\begin{aligned} A_g^* &= A_g T_g + E_g = A V_g T_g + E_g \\ d_g^* &= d + A u_g + e_g \end{aligned}$$

という変換を受けるが、この形は、行列 A の

Expanded Procrustes 回転の形をしている。したがって、独立に推定された恠もパラメタのセット (A<sub>g</sub>, d<sub>g</sub>) が与えられたときには、共通尺度上での項目パラメタ A と回転行列 T<sub>g</sub> と重み行列 V<sub>g</sub> を求めれば、それが等化係数となる。また、u<sub>g</sub> と d に関しては A を所与として 2 段階めのステップで求めることが出来る。

b. に関しては、S<sub>g</sub> がターゲットとなる因子間相関行列の場合、最適化基準を以下のように定め、

$$\begin{aligned} \min f &= \frac{1}{2} \text{tr} [(\Theta - \Theta_g W_g)^T (\Theta - \Theta_g W_g)] \\ \text{s.t. } \text{diag}(W_g^T S_g W_g) &= I \end{aligned}$$

これを満たす回転行列 W<sub>g</sub> を求めることで等化係数を得ることが出来る。なお、この解は解析的に求めることが出来る。

c. に関しては、共通項目の項目パラメタの最適化基準を

$$f_r = \frac{1}{2mp} \text{tr} [(A - A_g (W_g^{-1})^T)^T (A - A_g (W_g^{-1})^T)]$$

と定めれば、重み付きプロクラステス回転を用いて数値的に等化係数を求めることが出来る。これに加えて、先ほどの共通受検者の基準を考慮すると、を重みとして

$$\min f = \lambda f_r + (1 - \lambda) f_s$$

を最小とする係数行列を数値的に求めることが出来る。

なお、これらの方法は、シミュレーションデータと実データを用いてその評価がなされ、既存の方法よりも優れた方法であることが明らかになった。

また、多次元項目反応理論の等化研究から派生したものとして、因子間相関を指定して行う因子回転の方法を開発した。一般的に、f をもとの、g を回転後の所与の因子間相関行列とした場合、

$$\begin{aligned} g &= T' f \\ A_g &= A T'^{-1} = A (T^{-1})' = A (T')^{-1} \\ \Phi_g &= E (g g') = T' \Phi_f T \end{aligned}$$

を満たす回転行列が、f や g のスペクトル分解と任意の直交行列を用いて

$$T = P \Lambda^{-1} Q \Delta R'$$

と表現できることを示した。そして、これを利用して多次元項目反応理論の特性値や因子分析に因子の回転を行う一般的な R のプログラムを作成し、公開した。

<引用文献>

沖 嘉訓・前川眞一(2013) 多次元項目反応理論における共通受検者の能力特性値による等化について 日本テスト学会第 11 回大会 九州大学 8 月 27-28 日 2013

前川眞一(2013) 多次元項目反応理論の理論と応用 シンポジウム 項目反応理論の現状と今後の展開 日本テスト学会第 11 回大会 九州大学 8 月 27-28 日 2013

Yoshinori Oki, & Shin-ichi Mayekawa (2013) Simultaneous Equating of Separately Calibrated Multidimensional IRT Test Items. IMPS 2013, CITO, Arnhem, The Netherland. 23-26 July 2013

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 2 件)

沖嘉訓・前川眞一 多次元項目反応モデルにおけるプロクラステス回転を応用した共通受検者による等化法の比較 行動計量学 査読有 2015 Vol.42, No. 2 p. 117-128.

沖嘉訓・前川眞一 多次元項目反応モデルにおける共通項目と共通受検者の両方を同時に考慮した等化法の提案 行動計量学 査読有 2017 Vol. 44, No.1 p. 57-72.

〔学会発表〕(計 3 件)

沖 嘉訓・前川眞一(2014) 多次元項目  
反応モデルによるテストデータの分析  
日本テスト学会第 12 回大会 帝京大  
学 8 月 30-31 日 2014

岡田謙介・前川眞一(2014) 補償型・非  
補償型を包含する多次元項目反応理論  
モデル 日本テスト学会第 12 回大会  
帝京大学 8 月 30-31 日 2014

Kensuke Okada & Shin-ichi  
Mayekawa (2014) Noncompensatory  
multiple logistic regression model  
and its application. COMPSTAT 2014,  
Geneve, Swiss. 19-22 August 2014

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
国内外の別：

取得状況(計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年月日：  
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

<http://mayekawa.in.coocan.jp/Rpackages.html>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

前川眞一 ( Mayekawa Shin-ichi )  
東京工業大学・リベラルアーツ研究教育院・教授  
研究者番号：70190288

### (2) 研究分担者

荒井 清佳 ( Arai, Sayaka )  
独立行政法人大学入試センター・研究開発  
部・助教  
研究者番号：00561036

岡田 謙介 ( Okada, Kensuke )  
専修大学・人間科学部・准教授  
研究者番号：20583793

(3) 連携研究者

(4) 研究協力者

沖嘉訓 ( Oki Yoshinori )