

**科学研究費助成事業 研究成果報告書**

平成 28 年 6 月 2 日現在

機関番号：13101

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2015

課題番号：25381016

研究課題名(和文) 初等数学の教育内容構成に関する実験的・歴史的研究 - 分数教授の歴史と構想

研究課題名(英文) A Study on the Educational Contents of Primary Mathematics: Historical and Experimental Approach to Teaching Fraction

研究代表者

岡野 勉 (OKANO, Tsutomu)

新潟大学・人文社会・教育科学系・教授

研究者番号：30233357

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,400,000円

研究成果の概要(和文)：(1) 初等数学教育の重要な教育内容である分数を主要な対象として、その教育内容・教材構成に関する実験的研究および歴史的研究に取り組んだ。  
 (2) 実験的研究においては、定義の導入から、性質、大小関係を経て四則演算に至る教育内容・教材を授業書の形で構成し、実験授業によってその妥当性を検証すると同時に、今後の改訂課題を明らかにした。  
 (3) 歴史的研究においては、分数の定義を主要な対象とする研究を行った。国定算術教科書における分数論の基本的性格、それに関連する重要な要因としての師範学校からの意見報告、および、当時における実践的研究の動向を対象とし、その相互関連を解明した。

研究成果の概要(英文)：(1) The subject of our study is the educational contents of primary mathematics. To approach this subject, we adopted an experimental method and a historical method. And we set focus on fraction, which is an important content of primary mathematics.  
 (2) As an experimental research, we conducted an experimental lesson for 4th grade students of elementary school. And through the examination of the results of the lesson, we clarified the educational contents and teaching materials of fractions (a definition, properties, order and four arithmetical operations) in form of "jyugyousho".  
 (3) As a historical research, we made a study on the national textbooks of arithmetic (1905-1927), the report on the textbooks presented from normal school (1912-1916) and the results of practical study addressed by teachers (1910-1921). We set focus on a definition of fraction and showed the existence of the fraction theory as primary mathematics.

研究分野：教育学(教育内容・方法)

キーワード：初等数学 教育内容 分数 授業書 国定教科書 師範学校 教育実践

## 1. 研究開始当初の背景

(1) 大田邦郎(研究分担者)は、分数の定義、性質、大小関係、加法・減法までの教育内容・教材を、授業書「新しい数 - 分数」の形で構成すると同時に、実験授業による検証を行った。この研究においては、民間の教育研究団体における先行研究、学習指導要領・教科書に対する批判的検討が行われた(大田邦郎「小学校の分数指導についてのいくつかの問題」『数学教室』No.277、1976年3月。大田邦郎「小学校の分数指導における新しい試み - 導入から加減算までの授業書とその解説」北海道大学教育学部教育方法学研究室編『教授学研究シリーズ』第3号、1978年3月)。

(2) 授業書「新しい数 - 分数」においては対象に含まれていなかった分数除法の意味と規則について、大田邦郎(研究分担者)は、授業書を作成し、千葉大学教育学部附属小学校5年生を対象とする実験授業による検証を加えた(大田邦郎・佐藤洋子「授業のプログラミングに関する実証的研究 - 分数除法の指導を素材として」『千葉大学教育工学研究』第9号、1988年)。

(3) 1997年以降、民間の教育研究団体において、導入過程における分数の定義・説明の方法に関する議論が活発化した。これを契機として、岡野(研究代表者)および大田邦郎(研究分担者)、佐藤敬行は、授業書「新しい数 - 分数」、特に分数の定義・説明に該当する、その第1章を主要な対象として、実験授業の実施、授業の結果に関する分析・評価、授業書の改訂に関する議論を進めてきた。その経過の一端を次に示す。

1997年12月、小学校3年生を対象として、授業書「新しい数 - 分数」の一部を用いた実験授業を実施した(岡野勉・大田邦郎「量の測定にもとづく分数の導入」『教育方法学研究』第24巻、日本教育方法学会、1998年)。

1998年11月、その成果を基礎として、授業書「新しい数 - 分数」(改訂版)を作成し、小学校4年生を対象とする実験授業を実施した(岡野勉・大田邦郎・山川健太郎・神戸康寿「分数の教育内容・教材構成に関する実験的研究 - 授業書『新しい数 - 分数』(改訂版)と実験授業による検証」北海道大学大学院教育学研究科教育方法学研究室編『教授学の探究』第18号、2001年)。

2002年度からの新学習指導要領の実施に対応する形で、北海道地区数学教育協議会においては、『算数たのしい学習プリント』の全面的な改訂が行われた。分数(第4学年)については、佐藤敬行が、その時点までに得られた研究成果を具体化した形で、執筆を行った(佐藤敬行「分数」北海道地区数学教育協議会・算数プリント編集委員会編『21世紀版』算数たのしい学習プリント』4年、共同

文化社、2002年)。

2003年11月~12月、定義に関する新しい問題を開発し、小学校5年生を対象とする実験授業を実施した(岡野勉・佐藤敬行「授業書『新しい数 - 分数』(改訂2版)による授業」『教授学の探究』第22号、北海道大学大学院教育学研究科教育方法学研究室、2005年)。

(4) 上記の取り組みにより、分数の定義に関する教育内容・教材構成の基本的観点として、「《分割分数の論理》と《商分数の論理》の区別と統一」を設定する必要性が明らかとなっている。同時に、その成果は2回に渡る授業書の改訂において具体化されている。これにより、初等数学教育の立場から分数を定義する方法が明らかにされたことは重要な成果である。

しかしながら、上記の成果は、出発点となる分数の定義・説明に関する成果に止まる。第一に、定義に続く性質、大小関係、加法・減法については未だ検討が行われていない。第二に、乗法・除法についても、上記(2)の再検討を含め、課題として残されている。本研究(その一環を構成する《実験的研究》)においては、上記2点の課題に取り組むことにより、初等数学教育の内容としての分数の全体構想を、定義、性質、大小関係、四則演算(加法、減法、乗法、除法)について、主として実験的方法によって明らかにし、今後における算数・数学教育の理論と実践の発展に寄与することを目的としている。

(5) 日本における数学教育の歴史的展開において、初等数学教育と学校数学教育との間の立場の対立が明確な形で出現した時期として、明治検定期(1886(明治19)年から国定教科書制度の使用開始(1904(明治37)年)前までの時期)が注目される。この時期の算術教科書には、上記2つの立場の対立が、本研究が主要な対象とする分数の教育内容構成においても具体的な形で現れている。それは現在においても検討に値する重要な特徴を備えている。

(6) この点に関しては、岡野勉(研究代表者)が、博士学位論文(「明治検定期算術教科書における分数論の展開」2012年)において分析と考察を加えている。ただし、明治検定教科書と現在とを媒介する存在として、国定教科書が重要な位置を占めている。しかしながら、上記(6)の観点に基づく国定教科書の研究としては、現在、分数の定義・説明の方法を学校数学教育の具体化として位置付けた研究代表者による研究(岡野勉「数学教育史の中の分数 - 授業書『新しい数 - 分数』(改訂版)」の歴史的位置付け」『教授学の探究』第20号、北海道大学大学院教育学研究科教育方法学研究室、2003年)分数の乗法・除法に関する教育内容構成を、教科としての算術の基本的性格との関連において検討した研究(大田邦郎「教科論、教科課程および教科内容の関連について - 国定算術・算数

教科書における分数の扱いを中心に、『千葉大学教育学部研究紀要』第36巻第1部、1988年)等が存在するに止まる。

(7) 本研究(《歴史的研究》)においては、国定教科書を、学校数学教育の立場による教育内容構成の典型例として位置付ける。特に『尋常小学算術』(第4期国定教科書、1935(昭和10)年使用開始)を主要な対象として、そこにおける分数に関する教育内容構成の論理と特徴を、その成立過程を対象に含めた形で解明することを課題とする。その結果、歴史的知見の発掘と評価、および、その知見の、実験的研究における活用の可能性を検討する。同時に、「学問としての数学」を教える立場とそれに対する否定的な立場、2つの立場の相互対立と相互浸透の展開過程を、分数の教育内容構成に即した形で具体的に記述する可能性を探る。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は、初等数学教育において重要な概念である分数について、その教育内容・教材構成の具体的な形態を解明する(《実験的研究》)と同時に、関連する歴史的知見の発掘、評価を進めること(《歴史的研究》)にある。その具体的内容を次に示す。

(1) 分数の定義、性質、大小関係、四則演算(加法・減法、乗法・除法)に関する教育内容・教材構成の具体的な形態を解明し、「授業書」として確定する(《実験的研究》)。

(2) 分数の教育内容構成に関する歴史的な展開過程を解明することにより、歴史的な知見の発掘と評価、実験的研究における活用の可能性についての検討を進める(《歴史的研究》)。

## 3. 研究の方法

本研究においては、対象とする教育内容である分数を次の3つに分節化した形で研究を進める。

定義

性質・大小関係、加法・減法

乗法・除法

これは、先に整理したこれまでの研究成果との関連による分節化である。

については、新しい成果を含め、研究成果がそれなりに蓄積されており、それを基礎とする検討によって課題の解明が可能と考えられる。については研究成果に関する検討の必要性が存在する。については研究成果に関する検討の必要性がと比べて高いと考えられる。

この分節化に従い、《実験的研究》においては、教育内容・教材構成に関する新たな仮説を具体的な形で設定し、実験授業を実施して、その妥当性を検証する。《歴史的研究》においても、歴史的な知見の発掘と評価、および、実験的研究における活用の可能性についての検討を進める。

## 《実験的研究》

分数の定義に関する教育内容・教材構成に関する研究

分数の定義については、その基本的観点として、「《分割分数の論理》と《商分数の論理》の統一として分数を定義すること」を設定する必要性が明らかになっている。同時に、その具体的な形態として、新しい「問題」を作成し、実験授業による検証を行ってきた。ただし、研究の成果として多くの「問題」が作成され、それらがすべて授業書に取り入れられた結果、定義の導入過程の筋道が不明確になっている点は否定できない。現在においては、内容の簡素化、「問題」の精選、それによる筋道の明確化を図ることが必要な状況になっている。

本研究においては、上記の課題に取り組み、新たな仮説の設定が可能となる段階にまで研究を進める。それにより、授業書を改訂すると同時に、実験授業を実施して、その妥当性を検証する。

分数の性質・大小関係、加法、減法に関する教育内容・教材構成の研究

分数の性質、大小関係、加法、減法の教育内容・教材構成については、次の点を基本的観点とする必要性が明らかになっている。

(1) 分数の性質(仮分数・帯分数の変形、約分・倍分)および、大小関係(倍分の延長としての通分)を、すべて、加法・減法の前に位置付ける。

(2) 加法・減法については、同分母分数の場合、異分母分数の場合、2つのまとまりによって計算体系を構成するのではなく、各演算に関してひとまとまりの計算体系を構成する。

本研究においては上記の仮説を継承すると同時に、教材構成においてその簡素化を図ることを基本方針として授業書の改訂を進める。上記と合わせて授業書を作成し、実験授業を実施して、その妥当性を検証する。

分数の乗法・除法に関する教育内容構成の研究

一般に、演算の説明においては、第一に、演算の意味に関する説明、第二に、演算の結果を導く方法(計算規則)に関する説明、2つの側面に関する説明が必要となる。分数乗法・除法についても、次の2点が重要な研究課題になる。

(1) 演算の意味に関する説明の論理をどのような形で構成するか。その際、整数乗法・除法の意味に関する説明の論理との間の統一性または連続性をどのような形で構成するか。

(2) 演算の意味に関する説明を出発点として、演算の規則(計算規則)を導く過程をどのような観点・方法に従って構成するか。特に除法については、この過程に、逆数を、どのような形で位置付けるか。

上記2点を主要な観点として、数学教育に

関する最近の研究成果を整理・検討すると同時に、分数に関する数学的理論の検討を行う。それを基礎として、授業書の改訂を進め、実験授業により、その妥当性の検証を進める。

#### 《歴史的研究》

『尋常小学算術』(第4期国定教科書、1935(昭和10)年使用開始)における教育内容構成の論理と特徴を解明すると同時に、その形成に大きな影響を与えたと考えられる算術新教育運動における研究の展開過程に関する解明を進める。

主要な史料としては、大正・昭和初期にかけて発行された算術教育に関する全国雑誌『算術教育』、東京、広島、奈良等の高等師範学校、同附属小学校の編集・発行による雑誌『教育研究』、『学校教育』、『学習研究』、私立成城小学校の編集・発行による雑誌『教育問題研究』等に掲載された算術教育に関する論文、記事、および、師範学校および同附属小学校の教員等が執筆した算術教育に関する著作、第4期国定教科書である『尋常小学算術』とその解説書等である。

上記の史料について、実験的研究と同じ観点による検討を進め、歴史的知見の発掘と評価を試みる。合わせて、その知見の、実験的研究における活用の可能性について検討を進める。

#### 4. 研究成果

(1) 《実験的研究》 分数の定義、性質、大小関係、加法、減法に関する教育内容・教材構成に関する研究を行い、その成果として、授業書「新しい数-分数」(2014年度改訂版)を作成した。授業書の作成については、北海道大学教育方法学研究グループ、北海道地区数学教育協議会札幌算数サークルにおいて検討を受けた。全体的に、教育内容・教材構成の簡素化を図った。特に定義については、従来の研究においては不明確となっていた概念形成の筋道を明確化することを重視した。

授業書の妥当性を検証するために実験授業を実施した。授業は2014年10月~11月、総計20時間に渡って、小学校4年生を対象として実施した。終了後、授業過程の分析、子どもの感想文、評価テストの分析を進めた。その結果、子どもたちは、適度な困難性を含んだ問題についても積極的に思考を展開し、授業書の内容を習得していたことが明らかになった。

(2) 《実験的研究》 分数乗法・除法に関する教育内容・教材構成に関する研究を行い、その成果を基礎として授業書の改訂を進めると同時に、実験授業を実施して、その検証を試みた。

授業においては、内包量(速さ)とその逆内包量(遅さ)を用いて、分数乗法・除法の意味と規則に関する説明を試みた。乗法によって定式化された量の関係を、逆内包量を用いて除法に書き換えることを最終的な到達

目標とした。授業過程の分析結果から、子どもたちがこの目標に到達したこと、感想文の分析結果から、ある程度の困難性を含んだこの目標が、子どもたちに積極的に・好意的に受け止められていることが明らかになった。

(3) 《歴史的研究》 分数の定義の導入過程について、第1期版から第3期改訂版までの国定算術教科書『尋常小学算術書』(通称、黒表紙教科書)を対象とする分析・評価を試み、分数論の基本的性格を解明した。

その結果、特に第3期版の国定教科書においては、第一に、《商分数の論理》に依拠した分数の定義が重視され、それが、第1期版および第2期版と比較して、早期に導入される形に変容していること、第二に、《分割分数の論理》に依拠した定義との《同一性》を示す説明が行われていること、第三に、上記2点により、《初等数学としての分数論》に対する志向性が存在していたことが明らかになった。

(4) 《歴史的研究》 次に、上記の変容に関連する重要な歴史的要因として、師範学校からの意見報告、および、その基礎に存在すると考えられる、当時における実践的研究の動向に関する検討を進めた。

その結果、上記2点において、《初等数学としての分数論》に対する志向性が存在していたこと、ただし、国定教科書の改訂においては、その特徴が全面的に採用されたわけではなく、その一部が採用されるに止まったことが明らかになった。

(5) 《歴史的研究》 研究の基盤を形成するために、当時における実践的研究の動向を示す重要な史料である雑誌『算術教育』について、その大部分をPDFデータに変換する作業を行った。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計7件)

(1) 岡野勉 国定教科書(第2期版)の使用時期における分数の定義の導入に関する実践的研究の動向 - 初等数学としての分数論の形成に注目して、北海道大学大学院教育学研究院教育方法学研究室編、教授学の探究、査読無、第30号、2016年1月、89~112頁。

<http://hdl.handle.net/2115/60686>

(2) 大田邦郎・里城智仁 授業書「新しい数-分数」(2014年改訂版)について、北海道大学大学院教育学研究院教育方法学研究室編、教授学の探究、査読無、第30号、2016年1月、53~88頁。

<http://hdl.handle.net/2115/60685>

(3) 岡野勉 書評 桜井恵子著『近代日本算術教育史 - 子どもの「生活」と「主体性」をめぐって』教育史学会編、日本の教育史学、査読無(依頼原稿)、第58巻、2015

年 10 月、145～147 頁。

- (4) 岡野勉 師範学校からの意見報告と国定算術教科書の改訂 - 初等数学としての分数論に対する志向性とその帰結、日本数学教育史学会編、数学教育史研究、査読有、第 15 号、2015 年 10 月、1～12 頁。
- (5) 丹尾春彦 逆内包量による分数除法の指導 - 分数のわり算はなぜわる数をひっくり返してかけるのか、北海道大学大学院教育学研究院教育方法学研究室編、教授学の探究、査読無、第 29 号、2015 年 1 月、19～54 頁。  
<http://hdl.handle.net/2115/57889>
- (6) 大田邦郎 小学校における量と数の指導についてのいくつかの問題、北海道大学大学院教育学研究院教育方法学研究室編、教授学の探究、査読無、第 29 号、2015 年 1 月、11～18 頁。  
<http://hdl.handle.net/2115/57888>
- (7) 岡野勉 黒表紙教科書における分数論の基本的性格 定義の導入過程を主要な対象として、北海道大学大学院教育学研究院教育方法学研究室編、教授学の探究、査読無、第 29 号、2015 年 1 月、55～76 頁。  
<http://hdl.handle.net/2115/57890>

〔学会発表〕(計 11 件)

- (1) 岡野勉 国定教科書(第 2 期版)の使用時期における分数の定義の導入に関する実践的研究の動向 - 初等数学としての分数論の形成に注目して、日本教育方法学会第 51 回大会、自由研究発表、2015 年 10 月 11 日、岩手大学(岩手県盛岡市)。
- (2) 大田邦郎 授業書「小数とは何か」の電子化にあたって、北海道大学教育学部数学教育研究グループ数学教育研究集会 2015、2015 年 7 月 29 日、カタオカビル(北海道札幌市)。
- (3) 大田邦郎 分数、北海道地区数学教育協議会第 55 回全道数学教育研究大会、講座、2015 年 7 月 28 日、札幌市立清田小学校(北海道札幌市)。
- (4) 岡野勉 黒表紙教科書における分数論の基本的性格 定義の導入過程を主要な対象として、日本数学教育史学会第 14 回研究発表会、2014 年 11 月 7 日、熊本大学(熊本県熊本市)。
- (5) 大田邦郎 小学校高学年における量と数の指導 - 北大グループの成果との関連から、北海道大学教育学部数学教育研究グループ数学教育研究集会 2014、2014 年 7 月 30 日、カタオカビル(北海道札幌市)。
- (6) 岡野勉 黒表紙教科書における分数論の基本的性格 定義の導入過程を主要な対象として、北海道大学教育学部数学教育研究グループ数学教育研究集会 2014、2014 年 7 月 30 日、カタオカビル(北海道札幌市)。
- (7) 大田邦郎・岡野勉 分数のわり算はなぜひっくり返してかけるのか、千葉大学・新

潟大学合同授業プラン研究会、2014 年 2 月 12～14 日、北海道奈井江市立奈井江小学校(北海道奈井江市)。

- (8) 大田邦郎 分数除法の意味と規則をどう説明したか、北海道地区数学教育協議会、札幌小学校サークル 2 月例会、2014 年 2 月 21 日、厚別区民センター(北海道札幌市)。
- (9) 岡野勉 明治検定期算術教科書における分数論の展開、日本数学教育史学会第 13 回研究発表会、2013 年 11 月 15 日、宇都宮大学(栃木県宇都宮市)。
- (10) 大田邦郎 授業書「新しい数 - 分数」第 1 章の改訂に向けて、北海道大学教育学部数学教育研究グループ数学教育研究集会、2013 年 8 月 8 日、定山溪ホテル鹿の湯(北海道札幌市)。
- (11) 岡野勉 国定教科書における分数の定義の導入過程、北海道大学教育学部数学教育研究グループ数学教育研究集会、2013 年 8 月 8 日、定山溪ホテル鹿の湯(北海道札幌市)。

## 6. 研究組織

- (1) 研究代表者  
岡野 勉 (OKANO, Tsutomu)  
新潟大学・人文社会・教育科学系・教授  
研究者番号: 30233357
- (2) 研究分担者  
大田 邦郎 (OTA, Kunio)  
千葉大学・教育学部・教授  
研究者番号: 40176889
- (3) 研究協力者  
丹尾 春彦 (Tano Haruhiko)  
北海道・長沼町立西長沼小学校・教諭