

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 9 月 29 日現在

機関番号：14601

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2015

課題番号：25381193

研究課題名(和文) 理科と数学における共通性を見いだす能力を高めさせる指導法の開発

研究課題名(英文) Development of Teaching Methods that Enhance the Student' Abilities to Find Common Points between Science and Mathematics

研究代表者

石井 俊行 (ISHII, TOSHIYUKI)

奈良教育大学・教育学部・准教授

研究者番号：50636446

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,800,000円

研究成果の概要(和文)：圧力の学習指導では、公式の意味を理解させて実際に公式を使いこなせるように指導していく必要がある。求めるべき量の単位の記載があることは、単位の次元をもとに形式的に問題を解く力を発揮し易く、イメージしにくい分野や未履修の分野にも有効にはたらく。学習の転移を促す条件として、気づきと関連づけの両者が必要で、特に1つの教科の解法につまずいても、他教科で学んだ知識を活用して解いてみようとする関連づけが重要である。学習の転移を低次から高次へと促進させるには、教師による自教科から他教科へとといった一方向の連携指導だけでなく、両教科の教師による両方向の連携指導を行うことが重要である。

研究成果の概要(英文)：Many students did not understand the real meaning of the formula of pressure added with new signs and units. Students improved not only in solving scientific problems on amounts per unit, but also in being able to solve other scientific problems they had not learned. It is important to comprehend the meaning of units in order to understand science concepts.

The conditions which encourage students to have transfer of learning were notice and interdisciplinary attitude. It is necessary to promote students to make use of knowledge acquired in other subjects, even if they have failed to solve a problem in one subject. In solving analogical problems, science and mathematics teachers inform students not only how to solve the problems of their own subject but also how to solve the problems of the other subject are effective.

研究分野：理科教育学

キーワード：つまずき 学習の転移 単位 気づき 関連づけ

### 1. 研究開始当初の背景

平成 24 年度全国学力・学習状況調査(理科)の分析結果から、実験・観察を行う際には、「比較したり、条件に目を向けたりする」など、観察・実験の結果を分析し解釈する能力に課題があることが明らかとなった。それは、教師が、実験・観察において量的な関係を指導する際に、量的に表すことができる独立変数(変化させる要因)と従属変数(変化させる要因に伴って変わる事象)にどのような関係がありそうなのかを生徒にあまり考えさせてこなかったことが原因の1つと考えられる。

そうした状況で、石井・箕輪・橋本(1996)は、理科テストとして、中学生に地震波のP波とS波をグラフに示し、ある地点での初期微動継続時間の長さや震源までの距離を求めさせた。また、これに対応した同様の解法で解決できる数学テストを同一生徒に実施した。その結果、"数学の文脈で問題を提示すると、多くの生徒は数学の授業で学んだ解き方で解き、理科の文脈で問題を提示すると、理科の授業で学んだ解き方で解いていくこと、"「数学テスト」でつまづいた生徒に対して、「理科の授業で似たような学習をしたことはないか」と理科の授業を想起させるような手だてを行うと、数学テストで理科の『学習の転移』が起き易いことを明らかにした。

この論文発表からすでに約 15 年が経過しているにも関わらず、他の研究者らによる理科と数学との関連に関する研究論文は 10 本程度に過ぎず、"理科と数学の教師間の連携を図る必要がある"といった一様に抽象的な同様の結論に終始し、一向に研究の進展が見られていない。このため現在に至っても、理科と数学との関連に関する研究には石井・箕輪・橋本(1996)の報告が引用されることが多いという現状が続いている。

理科と数学とは相互依存の関係にあるが、両教科の関連をどのように図れば、生徒らの科学概念の習得に有効なのか、また、どのような学習内容で関連づけて履修させれば、観察・実験の結果を分析し解釈する能力が高まるのかということが未だに解決されていない。

一方、生徒たちに数学と理科の共通点と相違点を意識させて授業を行うことで、共通性を見いだす能力(抽象化能力)を高められる可能性がある。理科と数学との関連をどのように図っていけばよいのかの解明は、生徒の科学概念を構築する上で非常に重要である。

特に、研究開発の分野では、一見違うものと思われがちなものの共通性を見いだすことで、一気に進展することがある。この視点を育むための学習教具の開発は欠かせないものとする。しかし、現時点では、どのような学習方法が一番適しているのか、またどのような学習方法が抽象化能力を高められるのかについては判っていない。

そこで、理科における数学との関連を明らかにし、抽象化能力を高めることのできる学習方法を突き止め、その有効性を証明できれば、理科学習にとって非常に有意義な研究になる。

具体的には、理科と数学における酷似した内容を対比させることによる共通性を見いだす能力、いわば「抽象化能力」の育成という視点は、これまでにない新しい視点のため、先行研究が見あたらない。

理科と数学との関連に関する研究は重要かつ喫緊の課題である。数学と理科とをどのように関連づければ、児童・生徒の科学概念がうまく構築することができるようになるのかについての具体的な提言が急がれる。

### 2. 研究の目的

上記の目的を遂行するため、「圧力」、「密度」、「濃度」、「光の反射の基礎」、「光の反射の応用」を取り上げて、理科と数学における酷似した内容を対比させ、両教科の共通性を見いだす能力(抽象化能力)を育成するために必要な事項を見出し、生徒の科学概念の習得と抽象化能力の育成に効果のある授業方法を提案する。

### 3. 研究の方法

#### (1) 圧力

##### (a) 被験者

「理科テスト」と「数学テスト」の2種類のテスト、及び「意識調査」を公立中学校1年の4クラスに実施した。

##### (b) 調査問題

##### (ア) 理科テスト

理科テストは、第1学年第1分野の圧力の単元で作成した。圧力は、複合変数であるが、本テストでは、力の大きさを  $12[\text{N}]$  と固定し、力のはたらく面積を徐々に変化させて(変数として)圧力の変化についての解答を求めさせた。問1では、力の大きさが  $12[\text{N}]$  のとき力のはたらく面積を  $S[\text{m}^2]$  としたときの圧力  $P[\text{N}/\text{m}^2]$  を文字式で求めさせた。問2では、力のはたらく板の面積の縦の辺の長さや横の辺の長さをあえて  $[\text{cm}]$  の単位で与え、板の面積の単位  $[\text{cm}^2]$  から  $[\text{m}^2]$  に変換させる作業が伴うようにして圧力を求めさせた。問3では、圧力が力の大きさと力のはたらく面積の比率で決まることを理解しているかを6つの項目の中から正答2つを選択できるかで調べた。問4では、問3でどうしてそのような解答をしたのかの理由を書かせた。問5では、力の大きさが  $12[\text{N}]$  のとき力のはたらく面積を  $S[\text{m}^2]$  としたときの圧力  $P[\text{N}/\text{m}^2]$  を、面積を 1, 2, 3, 4, 6,  $12[\text{m}^2]$  と変化させたときの圧力  $P[\text{N}/\text{m}^2]$  をそれぞれ求めさせた。問6では、問5の関係性をグラフで表させた。

##### (イ) 数学テスト

数学テストは、第1学年数学反比例の単元で理科テストに対応させて作成した。長方形の面積を  $12[\text{m}^2]$  と固定し、長方形の縦の辺の

長さを徐々に変化させて(変数として), 横の辺の長さの変化についての解答を求めさせた. 問1では, 長方形の面積を  $12[m^2]$  のときの長方形の縦の辺の長さを  $a[m]$  としたときの横の辺の長さ  $b[m]$  を文字式で表させた. 問2では, 縦の辺の長さ  $a$  と横の辺の長さ  $b$  をあえて  $[cm]$  の単位で与え, 長方形の面積を  $[cm^2]$  から  $[m^2]$  に変換させる作業が伴うようにして横の辺の長さを求めさせた. 問3では, 長方形の横の辺の長さは, 長方形の面積と縦の辺の長さの比率で決まることを理解しているかを, 6つの項目の中から正答2つを選択できるかで調べた. 問4では, 問3でどうしてそのような解答をしたのかの理由を書かせた. 問5では, 長方形の面積が  $12[m^2]$  のとき長方形の縦の辺の長さを  $a[m]$  としたときの横の辺の長さ  $b[m]$  を, 縦の辺の長さを 1, 2, 3, 4, 6,  $12[m]$  と変化させたときの横の辺の長さ  $b[m]$  のそれぞれ求めさせた. 問6では, 問5の関係性をグラフで表させた.

#### (ウ)意識調査

理科テストと数学テストに関する意識調査を行った. 小学5年算数で学習する長方形の面積での反比例と理科の圧力での反比例を比較し, あえてどちらが難しいと感じているのかについて回答を求めた.

#### (2)密度

##### (a)被験者

意識調査を含めた調査問題(プレテスト・ポストテスト)を公立中学校1年生4クラスに行った.

##### (b)調査問題

##### (ア)プレテスト

問題と解答用紙に単位の記載があるTテストと単位の記載がないWテストの2つを用意した.

問1~問3を密度の問題とし, 問1は与えられた質量  $[g]$  と体積  $[cm^3]$  から密度  $[g/cm^3]$  を求める問題である. 問2は密度  $[g/cm^3]$  と体積  $[cm^3]$  から質量  $[g]$  を求める問題, 問3は密度  $[g/cm^3]$  と質量  $[g]$  から体積  $[cm^3]$  を求める問題である. 問4は与えられた圧力  $[N/m^2]$  と底面積  $[m^2]$  から力の大きさ  $[N]$  を求める問題である. 問5は力の大きさ  $[N]$  と底面積  $[m^2]$  から圧力  $[N/m^2]$  を求める問題, 問6は圧力  $[N/m^2]$  と物体の力の大きさ  $[N]$  から底面積  $[m^2]$  を求める問題である.

##### (イ)ポストテスト

ポストテストでは, プレテストのTテストとWテストと同じ問題を使用し, 最後の部分に共通問題として発展問題を付加した. 発展問題は, 未履修である中学3年生の内容の仕事率とした. 未履修の分野でも, 単位の次元に着目すればどのような量なのかを類推し, 求めるべき量の解答が可能なのかを評価する問題とした. この問題は, 仕事の大きさ  $[J]$  とその仕事を行う際にかかった時間  $[秒]$  から仕事率  $[J/秒]$  を求める問題で, 問題文と解答欄に求めるべき量の仕事率の

単位である  $[J/秒]$  が記されている.

#### (ウ)意識調査

ポストテストの実施後, 意識調査を行った.

#### (3)濃度

##### (a)被験者

「濃度テスト」と「湿度テスト」の2種類のテスト, 及び「意識調査」を公立中学校2年の4クラスに実施した.

##### (b)調査問題

##### (ア)濃度テスト

「濃度テスト」は, 第1学年第1分野の「水溶液」の小単元で作成した. 水  $100g$  に硝酸カリウムを溶かした場合の温度変化による溶ける質量をグラフに表したもの(溶解度曲線)を使って, 以下の設問に対して解答させた.

問1では, ある温度では, 水  $100g$  に対して, どれだけの物質を溶かすことができるのかをグラフから読みとらせた. 問2では, 物質の溶ける最大の量に対して, その溶けている量の割合を求めさせた. 問2の問題は一般には取り上げられない問題である. しかしながら, (b)で述べる「湿度テスト」に対応させ, 比較するために問2の問題を意図的に作成した. 問3では, 温度を下げていくことによって, 溶けている物質が析出してくる温度を求めさせた. 問4では, 溶けている物質が温度を下げることにより, どのくらいの量が析出するのかを求めさせた.

##### (イ)湿度テスト

「湿度テスト」は, 第2学年第2分野「飽和水蒸気量」の小単元で作成した. 空気  $1m^3$  中にどれだけの水蒸気を含むことができるかをグラフに表したもの(飽和水蒸気量曲線)を使って, 以下の設問に対して解答させた.

問1では, ある温度では, 空気  $1m^3$  に対して, どれだけの水蒸気を含むことができるのかをグラフから読みとらせた. 問2では, 水蒸気でいられる最大の量に対して, 現在含まれている水蒸気量の割合(湿度)を求めさせた. 問3では, 空気中に含まれている水蒸気が, 温度を下げていくことによって, 露点に達する温度を求めさせた. 問4では, 温度を下げていくことによってどれくらいの量の空気中に含まれている水蒸気が凝結するのかを求めさせた.

#### (ウ)意識調査

「濃度テスト」と「湿度テスト」に関する意識調査を行った.

#### (4)光の反射の基礎

##### (a)被験者

「理科テスト」と「数学テスト」の2種類のテスト, 及び「意識調査」を公立中学校1年生の4クラスに実施した.

##### (b)調査問題

##### (ア)理科テスト

「理科テスト」は, 第1学年の第1分野の

「光の反射と像」の小単元で作成した。火のついたろうそくからの光は四方八方に放たれる。その中の光が鏡で反射して目に届くため、ろうそくの炎を鏡越しに確認することができる。このことを矢印を使って光がどのような経路を通り目に到達するのかを、上から見た図に作図をさせて答えさせる問題である。

#### (1) 数学テスト

「数学テスト」は、第1学年の「平面図形」の「作図の利用」の中の「水汲みの最短コースは？」(一松, 2006)を参考にして作成した。それは、「A地点から川の水を採取してB地点まで向かう際に、どの地点で水を採取してB地点まで進むと最短距離となるのかを求める問題」であり、「理科テスト」に対応して作成した。

#### (ウ) 意識調査

「理科テスト」と「数学テスト」に関する意識調査を行った。

#### (I) 反射に関する知識テスト

「反射に関する知識テスト」は、「理科テスト」の作図として完成された図を生徒に示し、以下のことについて解答を求めた。「反射の法則での入射角(ウ)と反射角(エ)が等しいことを説明せよ。」

#### (5) 光の反射の応用

##### (a) 被験者

「理科テスト」と「数学テスト」、「活用テスト」の3種類のテスト、及び「意識調査」を公立中学校1年生の4クラスに実施した。

##### (b) 調査の方法

本研究では、数学の授業時間内に数学教師が理科の解法も学習させたり、あるいは理科の授業時間内に理科教師が数学の解法も学習させたりして生徒の学習の機会を増やす連携指導を行うことが生徒の問題解決にどのような影響を及ぼすのかを解明するため、4クラスにそれぞれに条件を変えた連携指導を行った。

##### (c) 調査問題

###### (ア) 数学テスト

「数学テスト」は、第1学年「平面図形」の「作図の利用」の中の「水汲みの最短コースは？」(一松, 2006)を参考にして作成した。それは、「A地点から川の水を採取してB地点まで向かう際に、どの地点で水を採取してB地点まで進むと最短距離となるのかを、真上から見た図に作図をさせて答えさせる問題」である。これは、外枠に目盛りをつけており、それをもとに目盛りが数えられるように配慮している。

###### (イ) 理科テスト

「理科テスト」は、第1学年第1分野「光の反射と像」の小単元で作成した。火のついたろうそくからの光は四方八方に放たれる。その中の光が鏡で反射して目に届くため、ろうそくの炎を鏡越しに確認することができる。このことを矢印を使って光がどのような

経路を通り目に到達するのかを、真上から見た図に作図をさせて答えさせる問題である。これは、外枠に目盛りをつけており、それをもとに目盛りが数えられるように配慮している。

###### (ウ) 活用テスト

「活用テスト」は、エアホッケーゲームをもとに、「フィールドにあらかじめ置かれたパックAを壁に当て、反射したパックAでフィールドに置かれた人形Bに命中させるゲームで、パックAを壁のどの地点に当てて反射させると人形Bに命中できるのかを求める問題」である。「活用テスト」は、「数学テスト」と「理科テスト」と構造が同じ(プラグマティックな類似性)で、両者の発展的な問題として作成した。これはエアホッケーゲームのフィールドを真上(天井)から見たときのようなすを示している。外枠に目盛りをつけており、それをもとに目盛りが数えられるように配慮している。

###### (E) 意識調査

「数学テスト」と「理科テスト」に関する意識調査を行った。

#### 4. 研究の成果

##### (1) 圧力

圧力を難しいと感じる生徒が多いのは、力の大きさと力のはたらく面積の2つが関係していて複雑なためであり、そもそも圧力の公式の意味がよく分からず、記号や単位も加わることにあった。また、圧力の公式を文字式として表現できる能力が表の完成やグラフ化にも大きく影響することが分かった。このことより、圧力の指導では、生徒にまずは公式を文字式として表現させ、実験結果に加えて、力の大きさや力のはたらく面積を相互に変化させて圧力の大きさの変化を表やグラフにまとめさせる過程を踏ませることにより、両者の関係性(反比例)を理解させていくべきだと考える。このことにより、両者をそれぞれに変化させても、その比が変わらなければ圧力は同じであることも理解できるものと思われる。

理科の圧力と数学の反比例の履修の時期には、ずれもあるが教師は圧力の指導では、数学での目的に応じた式に変形する能力と反比例の学習を活かし、単位にも注視させながら、公式の意味を理解させて実際に公式を使いこなせるよう、生徒を指導していく必要がある。

##### (2) 密度

単位の次元に着目させる指導を行うことで、問題を解く際に単位に着目し、求めるべき量に単位があると問題が解きやすいと感じている生徒が7割を超え、単位に関する指導の必要性を感じている生徒が9割いた。しかし、単位が表す意味について「今も理解できていない」と回答する生徒が4割弱いた。教師は単位の次元に着目させる単位指導を

1 回行ったからといって中学生の大部分が内包量の意味まで理解できたと思てはならない。

また、求めるべき量の単位の記載があることは、単位の次元をもとに形式的に問題を解く力を発揮し易いことが分かった。さらに、単位の次元に着目させる指導は、形式的に問題を解く際には、イメージしにくい分野や未履修の分野にも有効にはたらくことが明らかになった。

このことから、科学的思考を深める第一段階として、単位の次元に着目させる指導は、一定の効果があったと言える。

さらに、密度の単位を内包量として正しく捉えている生徒は、単位の次元をもとに、ポストテストはもちろん、未履修の発展問題にも正答できる傾向にあった。その一方で、内包量として誤った認識をしている生徒の中には発展問題を形式的に解いてしまい正答となる生徒がいた。このため、教師は学習評価を行う際には、問題が解けたからといって、その内包量をよく理解していると評価することはできない。

### (3)濃度

「気づき」には、段階があることが判明した。それは、自分で学習をしていて気づく段階(A 段階)と他から何らかの情報を得て気づく段階(B 段階)、全く気づかない段階(C 段階)という3つの段階である。この「気づき」の段階で注目すべきことは、「濃度テスト」、「湿度テスト」、「理科学力」の平均値は、A 段階、B 段階、C 段階の順に高く、これらの間には有意な差が見られたことである。

この「気づき」の段階を移行させるためには、理科教師が各単元の学習内容を「共通性」という観点に着目して教材解釈をし、生徒にすべての単元の学習を「共通性」というキーワードを常に意識させて学ばせ、「気づき」の段階を高めさせる必要がある。教師は「濃度」の学習と「湿度」の学習の共通点と相違点を十分に熟知し、「飽和」の共通点を効果的に指導に活かす必要がある。

### (4)光の反射の基礎

「学習の転移」を促す条件として、「気づき(notice)」と「関連づけ(interdisciplinary attitude)」の両者が必要なことが明らかになった。本研究の意識調査でも、同じ解法で解決できる場合には、「授業でふれて欲しい」と回答した生徒が多数いたことから気づかせる手だての必要性が実証された。

理科と数学の教師は、生徒に「気づき」を起こさせる指導として、教材の共通点と相違点を共有し、誤概念を生じさせぬよう意識して授業を行い、生徒の抽象化能力を高めていく必要がある。また、同教科の解法につまずいても、他教科で学んだ知識を活用して解いてみようとする「関連づけ」を促す指導が必

要である。

問題解決に際し、教師は、生徒に教科独自の解法に固執させず、教科間に共通な原理・構造があることに気づかせ、それらに関連づける指導を行う必要がある。

### (5)光の反射の応用

自教科から他教科へといった一方向の連携指導だけではなく、さらに両方向の連携指導を行うことで、生徒の「低次の学習の転移(limited transfer of learning)」の自己選択から「高次の学習の転移(versatile transfer of learning)」の自己選択へと促進させることが明らかになった。すなわち、限定的な理科の解法を自己選択するのではなく、あえて難しくても汎用性の高い数学の解法を自己選択することへ移行させられたということである。

このことから、「高次の学習の転移」への自己選択力を促進させるためにも、自教科から他教科へといった単独連携指導だけではなく、教師は相互連携指導を行っていく必要がある。

### 引用文献

石井俊行・箕輪明寛・橋本美彦：数学と理科との関連を図った指導に関する研究～文脈依存性を克服した指導への提言～, 科学教育研究, 20(4), pp. 213-220, 1996.

### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計5件)

— 石井俊行・橋本美彦：「学習の共通性を見いだす能力を高めさせる指導に関する一考察：濃度と湿度の飽和の概念を通して」, 『科学教育研究』, 日本科学教育学会, Vol. 39, No. 1, pp. 2-10, 2015

— 石井俊行・橋本美彦「教科間の学習の転移を促す条件に関する考察とその提言：理科『光の反射』と数学『最短距離』の作図を通して」, 『科学教育研究』, 日本科学教育学会, Vol. 37, No. 4, pp. 283-294, 2013

— 石井俊行・橋本美彦「学習の共通性を見いだす能力を高めさせる指導に関する一考察：濃度と湿度の飽和の概念を通して」, 『科学教育研究』, 日本科学教育学会, Vol. 39, No. 1, pp. 2-10, 2015

— 石井俊行：「中学理科の圧力の理解を深めさせる指導に関する一考察：数学の反比例の学習を活かして」, 『科学教育研究』, 日本科学教育学会, Vol. 39, No. 1, pp. 42-51, 2015

— 石井俊行・林拓磨：「単位の次元に着目させる理科学習指導法の効果とその問題点」, 『科学教育研究』, 日本科学教育学会, Vol. 39, No. 4, pp. 335-346, 2015

〔学会発表〕(計8件)

- 石井俊行・橋本美彦「学習の共通性を見いだす能力を高めさせるには? ~濃度と湿度の飽和の概念に着目して~」,日本理科教育学会第64回全国大会, 2014/08/23, 於北海道大学(札幌市)
- 石井俊行「中学生の圧力の理解を深めさせるための方法とは? ~数学で学習した内容を生かして~」,日本科学教育学会第38回年会, 2014/09/13, 於埼玉大学(大宮市)
- 今井俊彦・石井俊行「中学理科におけるグラフの読解の評価とその問題」,日本理科教育学会近畿支部大会, 2014/11/15, 於兵庫教育大学(神戸市)
- 林拓磨・石井俊行「単位に着目させることが問題解決能力の醸成に及ぼす影響」,日本理科教育学会近畿支部大会, 2014/11/15, 於兵庫教育大学(神戸市)
- 石井俊行「中学生の圧力の理解を阻害する要因の究明とその解決方法」日本理科教育学会第53回関東支部大会, 2014/12/06, 於群馬大学(前橋市)
- 今井俊彦, 石井俊行「グラフの読解能力と理科の問題解決の関係」,日本理科教育学会第65回全国大会, 2015/08/01, 於京都教育大学(京都市)
- 石井俊行, 林拓磨「単位の次元に注目させた理科学習指導法」,日本科学教育学会第39回年会山形大会, 2015/08/22, 於山形大学(山形市)
- 石井俊行「単位の次元に着目させた理科学習指導法の検討~圧力の理解を深めさせるために~」,日本理科教育学会第54回関東支部大会, 2015/12/05, 於茨城大学(水戸市)

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

取得状況(計0件)

〔その他〕

ホームページ等

6. 研究組織

(1)研究代表者

石井 俊行(ISHII TOSHIYUKI)

奈良教育大学・教育学部・准教授

研究者番号: 50636446

(2)研究分担者 なし

(3)連携研究者 なし