

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 13 日現在

機関番号：13601

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2016

課題番号：25400011

研究課題名(和文)アソシエーション・スキームの表現の研究

研究課題名(英文)Research on representations of association schemes

研究代表者

花木 章秀 (HANAKI, Akihide)

信州大学・学術研究院理学系・教授

研究者番号：50262647

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文)：アソシエーション・スキームとコヘレント配置の表現、特にモジュラー表現の研究を行った。それらの隣接代数は一般に半単純ではなくまだあまり研究されていない。いくつかの例を計算した：ハーフ・ケース、サイクロトミック・アソシエーション・スキーム、対称デザインに対応するコヘレント配置。また [1] 6次元非可換アソシエーション・スキーム可能性に関する研究 (P.-H. Zieschang との共同研究) [2] アソシエーション・スキームに関するクリフォードの定理の精密化 (宮崎泰明との共同研究) [3] アソシエーション・スキームに対するマシュケの定理のブロックへの精密化、も行った。

研究成果の概要(英文)：We studied on representations of association schemes and coherent configurations, especially modular representations. Their adjacency algebras are non semisimple, in general, and not studied so well. We computed some examples: half-cases, cyclotomic association schemes, and coherent configurations which correspond to symmetric designs. Also we studied [1] possibility of 6 dimensional non-commutative association schemes (with P.-H. Zieschang) [2] precise version of Clifford theorem for association schemes (with Y. Miyazaki) [3] block version of Maschke's theorem for association schemes.

研究分野：代数学

キーワード：代数学 組合せ論 アソシエーション・スキーム 表現 加群

### 1. 研究開始当初の背景

有限群の表現に見られるように、表現論は構造論のためにも有効に用いられ、またそれ自身でも面白い研究対象である。アソシエーション・スキームのモジュラー表現はまだあまり研究されておらず、具体例もほとんど計算されていなかった。しかし位数が素数のアソシエーション・スキームが可換になるという研究代表者と宇野勝博氏(大阪大学)による結果の証明にはモジュラー表現が重要な役割を果たしており、その重要性は広く認識されていた。

モジュラー表現を考えることによってできることの可能性に、代数的に同型なアソシエーション・スキームを理論的に区別することがある。代数的に同型なアソシエーション・スキームの標準加群は標数 0 の体上では同型であるが、正標数の体上では違いがあるときがある。この事実を理論的に説明することも、この分野の研究にとって意義のあることであった。

### 2. 研究の目的

アソシエーション・スキームの表現、特にモジュラー表現はまだほとんど手付かずの状況であったため、その一般論を構築することが最も大きな目的であり、そのために具体例を計算することも重要である。特に正標数の体上の標準加群の構造を調べることは今後の研究のために必要で、そのためにはまず正標数の体上の隣接代数の構造を考えることになる。

### 3. 研究の方法

まずは具体例の計算をした。計算機を用いた小さなものの計算を進めると共に理論的な考察も行った。

国内外の研究集会に参加し、成果を発表するとともに情報収集を行い、また関連する研究者らと情報交換をおこなった。また共同研究のために数回の研究打ち合わせも行った。

### 4. 研究成果

アソシエーション・スキームとコヘレント配置の表現、特にモジュラー表現の研究を行った。いくつかの例を計算した: ハーフ・ケース ([査読中] 矢島秀晃、吉野大樹との共同研究)、サイクロトミック・アソシエーション・スキーム [論文 3]、対称デザインに対応するコヘレント配置 ([論文 2] 宮崎泰明、島袋修との共同研究)。また 6 次元非可換アソシエーション・スキーム可能性に関する研究 ([論文 7] P.-H. Zieschang との共同研究)、アソシエーション・スキームに関するクリフォードの定理の精密化 ([論文 6] 宮崎泰明との共同研究)、アソシエーション・スキームに対するマッシュケの定理のブロックへの

精密化 [論文 1]、も行った。特に [論文 3] の cyclotomic association scheme に関する結果は、重要な具体例の計算であるだけでなく、その正標数の体上の隣接代数及び標準加群の構造を組合せ論的に記述することに成功しており、新しく興味深い内容となっている。

### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 9 件)

1. A. Hanaki,  
Simplicity of  $p$ -blocks of modular adjacency algebras of association schemes,  
J. Algebra. 474, 126--133 (2017), (査読有)

DOI:10.1016/j.jalgebra.2016.11.012

2. A. Hanaki, Y. Miyazaki, O. Shimabukuro,  
Modular representation theory of BIB designs,  
Linear Algebra Appl. 514, 174--197 (2017), (査読有)

DOI:10.1016/j.laa.2016.10.030

3. A. Hanaki,  
Modular adjacency algebras, standard representations, and  $p$ -ranks of cyclotomic association schemes,  
J. Algebraic Combin. 44, 587--602 (2016), (査読有)

DOI:10.1007/s10801-016-0681-y

4. A. Hanaki, M. Hirasaka,  
Zeta functions of adjacency algebras of association schemes of prime order or rank two,  
Hokkaido Math. J. 45 (1), 75--91 (2016), (査読有)

DOI:10.14492/hokmj/1470080749

5. A. Hanaki, M. Yoshikawa,  
Thin coherent configurations and groupoids,  
J. Algebra Appl. 14 (2), 1450074 (2015), (査読有)

DOI:10.1142/S0219498814500741

6. A. Hanaki, Y. Miyazaki,

Clifford theory for association schemes II,  
J. Algebra. 408, 109--114 (2014), (査読有)  
DOI:10.1016/j.jalgebra.2013.09.043

7. A. Hanaki, P.-H. Zieschang,  
On imprimitive noncommutative  
association schemes of order 6,  
Comm. Algebra. 42 (3), 1151--1199 (2014),  
(査読有)  
DOI:10.1080/00927872.2012.735303

8. A. Hanaki, M. Hirasaka,  
Commutativity of association schemes of  
order  $pq$ ,  
East Asian Math. J. 29 (1), 39--52 (2013),  
(査読有)  
DOI:10.7858/eamj.2013.004

9. Y. Asaba, A. Hanaki,  
A construction of integral standard  
generalized table algebras from  
parameters of projective geometries,  
Israel J. Math. 194 (1) 395--408 (2013),  
(査読有)  
DOI:10.1007/s11856-012-0083-3

[学会発表](計 11 件)

1. 花木章秀, 矢島秀晃, 吉野大樹,  
 $p$ -Ranks of conference matrices and  
association schemes,  
有限群・代数的組合せ論・頂点作用素代数  
の研究, 京都大学数理解析研究所,  
2016-12-05

2. 花木章秀, 島袋修,  
Indecomposability of modular standard  
modules of association schemes,  
有限群・代数的組合せ論・頂点作用素代数  
の研究, 京都大学数理解析研究所,  
2016-12-05

3. 花木章秀,  
 $p$ -Ranks of conference matrices and  
association schemes,  
第 28 回有限群論草津セミナー, 草津セ  
ミナーハウス, 2016-07-30.

4. 花木章秀,  
Schur relations for association schemes  
and related topics,  
第 33 回代数的組合せ論シンポジウム,  
大津「ピアザ淡海」, 2016-06-24.

5. 花木章秀, 島袋修,  
完全グラフのリース積のモジュラー隣接  
代数と標準加群の構造,  
日本数学会, 筑波大学, 2016-03-19

6. 花木章秀,  
 $p$ -Blocks of defect 0 or 1 for association  
schemes,  
代数的組合せ論とその周辺, 東北大学,  
2016-03-08

7. 花木章秀,  
Association schemes and their standard  
modules,  
第 60 回代数学シンポジウム, 静岡大学,  
2015-09-03

8. 花木章秀,  
Questions on association schemes,  
長崎大学セミナー, 長崎大学, 2015-08-09

9. 花木章秀,  
Adjacency algebras and standard modules  
of cyclotomic schemes,  
長崎大学セミナー, 長崎大学, 2015-08-09

10. 花木章秀,  
Representations of association schemes  
and coherent configurations,  
代数的組合せ論「夏の学校 2014」, 秋保  
リゾート ホテルクレセント, 2014-06-18.

11. A. Hanaki,  
 $p$ -Ranks of quasi-symmetric designs and  
standard modules of coherent  
configurations,  
Modern Trends in Algebraic Graph Theory,  
Villanova University, USA, 2014-06-02.

[その他]

ホームページ等  
Classification of association schemes  
with small vertices  
<http://math.shinshu-u.ac.jp/~hanaki/as/>

6. 研究組織

(1)研究代表者  
花木章秀 (HANAKI, Akihide)  
信州大学・学術研究院理学系・教授  
研究者番号: 50262647

(2)研究分担者  
なし

(3)連携研究者  
なし

(4)研究協力者

吉川昌慶 (YOSHIKAWA, Masayoshi)  
兵庫教育大学・学校教育研究科・准教授  
研究者番号：10757743

島袋修 (SHIMABUKURO, Osamu)  
長崎大学・教育学部・准教授  
研究者番号：40413736