

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 9 日現在

機関番号：13901

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2015

課題番号：25400038

研究課題名(和文) 可換環の加群圏・導来圏・特異圏の構造解析

研究課題名(英文) Studies of the structure of module categories, derived categories and singularity categories of commutative rings

研究代表者

高橋 亮 (Takahashi, Ryo)

名古屋大学・多元数理科学研究科・准教授

研究者番号：40447719

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,800,000円

研究成果の概要(和文)：可換環の表現論に関するさまざまな研究を行った。具体的には、与えられた可換ネーター環の加群圏(有限生成加群全体のなす圏)、(有界)導来圏、そして特異圏の構造解析である。主たる成果としては、まず、完全交差環の加群圏の分解部分圏を完全に分類した。また、加群圏の部分圏の次元と半径を用いて特異点の性質を調べた。さらに、Ext関手の零化を調べ、それを導来圏や特異圏の生成、特にRouquier次元と関連付けた。

研究成果の概要(英文)：I did several researches in the representation theory of commutative rings. More precisely, for a given commutative noetherian ring, I investigated the structure of the module category (i.e., the category of finitely generated modules), the (bounded) derived category and the singularity category. As main achievements, I obtained complete classification of the resolving subcategories of the module category of a complete intersection ring. Also, using the dimension and radius of a subcategory of the module category, I explored certain properties of singularities. Furthermore, I studied annihilation of the Ext functor, and related it to generation of the derived and singularity categories, especially to the Rouquier dimension.

研究分野：可換環論

キーワード：可換環の表現論 加群圏 導来圏 特異圏 分解部分圏 特異点 Ext関手 Rouquier次元

1. 研究開始当初の背景

当該研究者は、可換環論の表現論的側面(可換環の表現論)を研究している。すなわち、可換 Noether 環上の有限生成加群全体のなす圏(以下、加群圏)の構造、およびその有界導来圏(以下、導来圏)や Buchweitz, Orlov が導入した singularity category(以下、特異圏)といった三角圏の構造を解析してきた。

2. 研究の目的

2 - 1. 全反射加群による単純特異点の特徴付け

全反射加群は、射影加群と Gorenstein 環上の Cohen-Macaulay 加群の共通の一般化に当たる加群である。Auslander, Bridger が 1960 年代に導入し展開した G 次元と呼ばれる加群の不変量の研究が Enochs, Jenda 以降盛んであり、その研究は現在では「Gorenstein ホモロジー代数」と総称されている。全反射加群は G 次元が 0 であるような加群のことであり、Gorenstein ホモロジー代数において主役を担う加群である。

さて、Auslander, Buchweitz の定理は、「Gorenstein 環上では、全反射加群の圏は加群圏の中で反変有限になる」ということを述べている。これは、Gorenstein 環の加群圏は、全反射加群の圏と射影次元が有限な加群の圏の“貼り合わせ”で構成されている、ということの意味を意味して、その後の可換環論に大きな影響を与えた重要な定理である。当該研究者は、この定理の逆に相当する主張「非自由全反射加群を持つ Hensel 局所環は、全反射加群の圏が加群圏の中で反変有限ならば、Gorenstein である」を証明した。そして Buchweitz, Greuel, Schreyer の定理を改良する「完備局所環が単純特異点であるための必要十分条件は、非自由直既約全反射加群が一個以上かつ有限個であることである」という系を与えた。これは、全反射加群のふるまいは基礎環の Gorenstein 性には無関係だろうという大方の予想を覆す結果であり、大きな反響を得た。

2 - 2. Gorenstein 環上の反変有限分解部分圏の分類

Abel 圏の resolving subcategory (以下、分解部分圏)の概念は、1960 年代に Auslander, Bridger が導入した概念である。彼らは、全反射加群の圏が加群圏の分解部分圏になることを証明した。Cohen-Macaulay 環上の Cohen-Macaulay 加群の圏も加群圏の分解部分圏であり、分解部分圏の概念は多くの重要な部分圏を包括する概念である。

さて、Auslander, Reiten は、大域次元が有限な Artin 多元環の加群圏の反変有限分解

部分圏を、余傾加群を用いて分類した。これにより反変有限分解部分圏の概念が傾理論と密接な関係にあることがわかり、反変有限分解部分圏の概念は多元環の表現論において一躍脚光を浴びることとなった(実際、論文は彼らの 100 編以上の論文の中で最も引用されている)。当該研究者は、任意の Gorenstein Hensel 局所環上の反変有限分解部分圏を完全に分類した。前述の Auslander, Reiten による分類は環の大域次元の有限性が本質的であり、それを仮定しないと無数の反変有限分解部分圏が現れ分類は絶望的であると考えられていたが、当該研究者が行った分類は大域次元の有限性の仮定を必要としない。しかも、2 - 1 で述べた結果のより体系的な別証明を副産物としてもたらした。この論文のレフェリーには「大域次元の有限性を仮定しない著者の分類定理は真に驚くべきものであり、非常に強い印象を与える重要な結果である」と絶賛された。

2 - 3. 超曲面上の分解部分圏および thick 部分圏の分類

部分圏の分類研究は 1960 年代の Gabriel による加群圏の Serre 部分圏の分類に始まり、近年では当該研究者や Krause による加群圏の wide 部分圏の分類などがある。三角圏についてはとりわけ thick 部分圏の分類研究が盛んである。Devinatz, Hopkins, Smith が p 局所安定ホモトピー圏のコンパクト対象からなる thick 部分圏を分類した後、Hopkins と Neeman が可換 Noether 環上の完全複体の導来圏の thick 部分圏を分類し、Thomason がこれをスキームに拡張した。Benson, Carlson, Rickard は有限 p 群の有限次元表現の安定圏の thick 部分圏を分類し、Friedlander, Pevtsova がこれを有限群スキームに、Benson, Iyengar, Krause が導来圏に拡張した。このように部分圏の分類は環論・ホモトピー論・代数幾何学・モジュラー表現論が共有する研究テーマであり、分野間の研究交流を通して活発に研究されている。

当該研究者は、自身が構築した非自由軌跡および分解閉包の理論を用いて、punctured spectrum で局所自由な Cohen-Macaulay 加群の構造を精密に調べた(これにより完備化上の Cohen-Macaulay 加群に関する Keller, Murfet, Van den Bergh の定理が回復された)、そして超曲面局所環上の Cohen-Macaulay 加群からなる分解部分圏を、特異軌跡の特殊化閉部分集合によって分類した。さらにそれを用いて、超曲面局所環の特異圏の thick 部分圏を分類した。これは前述の Benson, Carlson, Rickard の定理の高次元版の一部を形成するものであり注目を集めた。応用として、Tor 加群の rigidity に関する Huneke, Wiegand の定理を回復し、加群圏の thick 部分圏のうち自由加群を含むもの、導来圏の thick 部分圏のうち完全複体を含むものを完全に

分類した。

3. 研究の方法

平成25年度は、問題1「加群圏の分解部分圏および導来圏・特異圏の thick 部分圏の分類」に取り組む。平成26年度以降は、問題2「加群圏の分解部分圏および導来圏・特異圏の thick 部分圏の次元の評価」に取り組む。

3-1. 問題1について

加群圏の分解部分圏の分類は導来圏・特異圏の thick 部分圏の分類と密接な関係にあるため、両分類研究は同時に執り行っていく。

当該研究者が行った超曲面上の分解部分圏と thick 部分圏の分類は、0次元に落ちたときに環が有限表現型になり全ての直既約加群が分類されていることがキーだった。一般の0次元 Gorenstein 環上の直既約加群の分類は不可能(絶望的)なので、同じアプローチではうまくいかない。そこで、超曲面のときに駆使した局所化を使うことをやめて、良い巴系による剰余のみで0次元に落とすことを考え、Cohen-Macaulay 環への拡張を試みる。また、分解部分圏および thick 部分圏の分類は基本的に素イデアルを用いて行うが、基礎環の素イデアルだけでは少なすぎて分類ができない可能性もある。そこで、拡大環やその準同型像等を考えて環を膨らませ、素イデアルを増やすことを考える。Iyengar が行った局所的完全交差環の特異圏の thick 部分圏の分類も Hochschild コホモロジー環の素イデアルを用いているので、効果的な考え方であると考えられる。

一方、超曲面上の Tor, Ext の消滅に関する rigidity 定理が thick 部分圏の分類によって回復されたので、逆に rigidity 問題自体を考察することが thick 部分圏の分類問題の解決に繋がることも考えられる。Celikbas, Dao と既に手掛けているその方向の研究を今後も続けていく。

3-2. 問題2について

三角圏の次元の概念は、Rouquier によって導入された。これは、一つの対象から(直和因子とシフトの差を除いて)何回写像錐を取れば全ての対象が得られるかを測るもので、三角圏の“表現論的な大きさ”を表す量である。この概念の重要性を最初に見出したのは Bondal, Van den Bergh である。彼らは、滑らかで固有な可換および非可換代数多様体上の接続層の有界導来圏が有限次元であることを示し、それをを用いてベクトル空間の圏への有限型反変コホモロジー関手が表現可能であることを示した。また、特異圏の次元は表現次元と密接な関係にある。表現次元は、Artin 多元環が有限表現型からどれだけ離れ

ているかを測るために Auslander によって導入され、多くの表現論研究者によって調べられてきた。Rouquier は、ベクトル空間の外積代数の特異圏の次元を計算し、表現次元が4以上の Artin 多元環の最初の例を与えた。

さて、Rouquier は体上有限型の分離スキーム上の接続層の有界導来圏が有限次元であることを示した。これに対し、当該研究者は相原氏との共同研究において、完全体を係数体とする Noether 完備局所環の導来圏の次元が有限であることを証明した。当該研究者の証明は Rouquier の定理のアフィン版の環論的な別証明をも与えるため既に大きな反響を呼んでいる。係数体が完全体であるという仮定が外せないか現在 Iyengar との共同研究で考察中であるが、今後もこの研究を続ける。

全く逆方向の問題として、次元の下からの評価も興味深い。Rouquier は体上有限型の被約分離スキーム上の接続層の有界導来圏の次元がスキームの次元を下回らないことを示した。当該研究者は相原氏との共同研究で、一般の被約 Noether 環上でも(Krull 次元-1)が下界になることを示したが、下限は Krull 次元に一致することが期待されているので、引き続きこの問題を考察する。

一方、無限次元の三角圏の例も多数報告されている。Oppermann, Stovicek は、Noether 多元環・射影スキーム上では有限生成加群・接続層の有界導来圏の真の thick 部分圏のうち完全複体の導来圏を真に含むものは全て無限次元であることを示した。当該研究者は Dao との共同研究で、三角圏の次元の Abel 圏に対する類似として、Abel 圏の部分圏の次元の概念を導入した。分解部分圏、thick 部分圏が無限次元かどうか、部分圏の次元の有限性(あるいは値)が環の性質をどのように反映するのかについて考えていく。部分圏の次元の評価は、部分圏の分類の可否に関する情報も与えるため、問題1の解決のためにも特に力を入れたい。

4. 研究成果

(1) Grade consistent 関数という環の Spec 上のある自然数値関数を考案し、この関数を用いて完全交差環の加群圏の分解部分圏を完全に分類した。これは従来の部分圏分類定理が基本的に Spec の部分集合によるものだったことと異なる点でも注目値する。

(2) Punctured spectrum で局所自由な極大 Cohen-Macaulay 加群のなす部分圏の次元の有限性で孤立特異点を特徴付けた。これは Auslander, Huneke, Leuschke, Wiegand の著名な定理「有限表現型の Cohen-Macaulay 局所環は孤立特異点である」の遥かなる一般化になっている。また、剰余体の syzygy を含む極大 Cohen-Macaulay 加群のなす部分圏がある弱い条件の下で無限次元になることを示し、Oppermann, Stovicek の定理の超曲面に

対する改良版を得た。さらに、完全交差環上では有限半径をもつ分解部分圏は極大 Cohen-Macaulay 加群からなるものだけに限ることを証明した。

(3) コホモロジー (Ext 関手) の零化イデアルが定義する Zariski 閉集合が特異軌跡を与えるかどうかを深く調べ、それを導来圏の生成と関連付けた。応用として、等標数優秀局所環の導来圏が有限次元であることを導いた。これは、「完全体上本質的有限型の環 (resp. 完備局所環) の導来圏の次元が有限である」という Rouquier (resp. 相原-高橋) の定理を同時に一般化するものである。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 27 件) 以下すべて査読有

- [1] S. Goto; R. Takahashi, Extension closedness of syzygies and local Gorensteinness of commutative rings, *Algebr. Represent. Theory* (to appear). (doi:10.1007/s10468-015-9585-0)
- [2] S. Goto; R. Takahashi; N. Taniguchi, Ulrich ideals and almost Gorenstein rings, *Proc. Amer. Math. Soc.* (to appear). (doi: 10.1090/proc/12970)
- [3] K.-i. Iima; R. Takahashi, Perfect linkage of Cohen-Macaulay modules over Cohen-Macaulay rings, *J. Algebra* 458 (2016), 134--155. (doi:10.1016/j.jalgebra.2016.03.014)
- [4] S. Goto; K. Ozeki; R. Takahashi; K.-i. Watanabe; K.-i. Yoshida, Ulrich ideals and modules of two-dimensional rational singularities, *Nagoya Math. J.* 221 (2016), no. 1, 69--110. (doi:10.1017/nmj.2015.1)
- [5] S. B. Iyengar; R. Takahashi, Annihilation of cohomology and strong generation of module categories, *Int. Math. Res. Not. IMRN* (2016), no. 2, 499--535. (doi:10.1093/imrn/rnv136)
- [6] H. Dao; R. Takahashi, The dimension of a subcategory of modules, *Forum Math. Sigma* 3 (2015), e19, 31 pp. (doi:10.1017/fms.2015.19)
- [7] T. Aihara; R. Takahashi, Generators and dimensions of derived categories of modules, *Comm. Algebra* 43 (2015), no. 11, 5003--5029. (doi:10.1080/00927872.2014.957384)
- [8] T. Aihara; R. Takahashi, Endofunctors of singularity categories characterizing Gorenstein rings, *Proc. Amer. Math. Soc.* 143 (2015), no. 9, 3777--3779. (doi:10.1090/proc/12580)
- [9] H. Dao; O. Iyama; R. Takahashi; C. Vial, Non-commutative resolutions and Grothendieck groups, *J. Noncommut. Geom.* 9 (2015), no. 1, 21--34. (doi:10.4171/JNCG/186)
- [10] H. Matsui; R. Takahashi, Maximal Cohen-Macaulay approximations and Serre's condition, *Acta Math. Vietnam.* 40 (2015), no. 1, 197--203, Special issue dedicated to Ngo Viet Trung. (doi:10.1007/s40306-014-0105-9)
- [11] J. Burke; L. W. Christensen; R. Takahashi, Building modules from the singular locus, *Math. Scand.* 116 (2015), no. 1, 23--33. (<http://www.msand.dk/article/view/20449>)
- [12] H. Dao; R. Takahashi, Upper bounds for dimensions of singularity categories, *C. R. Math. Acad. Sci. Paris* 353 (2015), no. 4, 297--301. (doi: 10.1016/j.crma.2015.01.012)
- [13] S. Goto; R. Takahashi; N. Taniguchi, Almost Gorenstein rings -- towards a theory of higher dimension --, *J. Pure Appl. Algebra* 219 (2015), no. 7, 2666--2712. (doi:10.1016/j.jpaa.2014.09.022)
- [14] H. Dao; R. Takahashi, Classification of resolving subcategories and grade consistent functions, *Int. Math. Res. Not. IMRN* (2015), no. 1, 119--149. (doi:10.1093/imrn/rnt141)
- [15] O. Celikbas; A. Sadeghi; R. Takahashi, Bounds on depth of tensor products of modules, *J. Pure Appl. Algebra* 219 (2015), no. 5, 1670--1684. (doi:10.1016/j.jpaa.2014.07.005)
- [16] S. Goto; R. Takahashi; N. Taniguchi; H. Le Truong, Huneke-Wiegand conjecture and change of rings, *J. Algebra* 422 (2015), 33--52. (doi:10.1016/j.jalgebra.2014.09.006)
- [17] S. B. Iyengar; R. Takahashi, Annihilation of cohomology and decompositions of derived categories, *Homology, Homotopy. Appl.* 16 (2014), no. 2, 231--237. (doi:10.4310/HHA.2014.v16.n2.a12)
- [18] O. Celikbas; H. Dao; R. Takahashi, Modules that detect finite homological dimensions, *Kyoto J. Math.* 54 (2014), no. 2, 295--310. (doi:10.1215/21562261-2642404)
- [19] O. Celikbas; M. Gheibi; R. Takahashi, Brauer-Thrall for totally reflexive modules over local rings of higher dimension, *Algebr. Represent. Theory* 17 (2014), no. 3, 997--1008. (doi:10.1007/s10468-013-9432-0)

- [20] R. Takahashi, Reconstruction from Koszul homology and applications to module and derived categories, Pacific J. Math. 268 (2014), no. 1, 231--248. (doi:10.2140/pjm.2014.268.231)
- [21] H. Dao; R. Takahashi, The radius of a subcategory of modules, Algebra Number Theory 8 (2014), no. 1, 141--172. (doi:10.2140/ant.2014.8-1)
- [22] T. Aihara; T. Araya; O. Iyama; R. Takahashi; M. Yoshiwaki, Dimensions of triangulated categories with respect to subcategories, J. Algebra 399 (2014), 205--219. (doi:10.1016/j.jalgebra.2013.09.035)
- [23] S. Goto; K. Ozeki; R. Takahashi; K.-i. Watanabe; K.-i. Yoshida, Ulrich ideals and modules, Math. Proc. Cambridge Philos. Soc. 156 (2014), no. 1, 137--166. (doi:10.1017/S0305004113000571)
- [24] O. Celikbas; R. Takahashi, Auslander-Reiten conjecture and Auslander-Reiten duality, J. Algebra 382 (2013), 100--114. (doi:10.1016/j.jalgebra.2013.02.007)
- [25] O. Iyama; R. Takahashi, Tilting and cluster tilting for quotient singularities, Math. Ann. 356 (2013), no. 3, 1065--1105. (doi:10.1007/s00208-012-0842-9)
- [26] R. Takahashi, Thick subcategories over Gorenstein local rings that are locally hypersurfaces on the punctured spectra, J. Math. Soc. Japan 65 (2013), no. 2, 357--374. (doi:10.2969/jmsj/06520357)
- [27] R. Takahashi, Classifying resolving subcategories over a Cohen-Macaulay local ring, Math. Z. 273 (2013), no. 1, 569--587. (doi:10.1007/s00209-012-1020-1)

〔学会発表〕(計 29 件) 以下招待講演のみ

- (1) R. Takahashi, The Prospects for Commutative Algebra, Hotel Nikko Osaka, Osaka, July 10-14, 2017 (講演決定済).
- (2) R. Takahashi, MSRI Summer Graduate School, Okinawa Institute of Science and Technology Graduate University (OIST), Okinawa, 2017 年 5 月 22 日~6 月 2 日 [5 lectures (75×5=375 分)] (講演決定済).
- (3) R. Takahashi, 17th Workshop and International Conference on Representations of Algebras (ICRA), Syracuse

University, Syracuse NY, USA, August 10-13, 2016 [3 lectures (50×3=150 分)] (講演決定済).

- (4) R. Takahashi, An introduction to Cohen-Macaulay representations, Non-commutative crepant resolutions, Ulrich Modules and generalizations of the McKay correspondence, RIMS, Kyoto University, June 13-17, 2016 (講演決定済).
- (5) R. Takahashi, Dimensions of derived categories of commutative rings, Triangulated Categories in Algebra, Geometry and Topology, University of Stuttgart, University of Stuttgart, Stuttgart, Germany, March 17, 2016.
- (6) R. Takahashi, Thick subcategories of derived categories of isolated singularities, Workshop on Weighted Projective Spaces and Representation Theory, University of Science and Technology of China, Hefei, China, March 8, 2016.
- (7) R. Takahashi, The cohomology annihilator of a Noetherian ring and its applications, December-January Seminar on Commutative Algebra in Ha Long Bay, Part II: Local algebra and Representation theory, VIASM's villa, Ha Long, Quang Ninh (Tuan Chau Island), Vietnam, January 5, 2016.
- (8) R. Takahashi, Thick subcategories of modules containing the residue field, December-January Seminar on Commutative Algebra in Ha Long Bay, Part II: Local algebra and Representation theory, VIASM's villa, Ha Long, Quang Ninh (Tuan Chau Island), Vietnam, January 5, 2016.
- (9) 高橋 亮, 線形代数から可換環の表現論へ, 名古屋大学多元数理科学研究科談話会, 2015 年 12 月 9 日.
- (10) R. Takahashi, Recent results in Cohen-Macaulay representation theory II, Preprojective Algebras Interacting with Singularities, Cohen-Macaulay Modules and Weighted projective Spaces, Banff International Research Station, Oaxaca, Mexico, October 9, 2015.
- (11) R. Takahashi, Dimensions of derived categories of commutative rings, DMM (Derived category, Mirror symmetry and McKay correspondence) se

- minar, Kavli Institute for the Physics and Mathematics of the Universe (IPMU), September 28, 2015 [2 lectures (60 + 90 = 150 分)].
- (12) R. Takahashi, Almost Gorensteinness and G-regularity, The Japan-Vietnam Seminar on Commutative Algebra -- by and for young mathematicians, Meiji University, September 18, 2015.
- (13) 高橋 亮, 加群圏の部分圏の分類問題, 代数学特別講義 B (夏季集中講義), 明治大学, 2015 年 8 月 24 ~ 28 日 [15 lectures (90 × 15 = 1350 分)].
- (14) 高橋 亮, 孤立特異点の導来圏の標準 thick 部分圏, 第 9 回岡山可換代数表現セミナー (OSCAR), 岡山大学, 2015 年 6 月 29 日.
- (15) 高橋 亮, Syzygy の拡大閉性と環の局所 Gorenstein 性, 西田憲司先生退職記念セミナー, 2015 年 3 月 27 日.
- (16) R. Takahashi, Singularity categories of stable resolving subcategories and applications to Gorenstein rings, Homological bonds between Commutative Algebra and Representation Theory, Universitat de Barcelona, Barcelona, Spain, February 17, 2015.
- (17) 高橋 亮, Singularity categories of stable resolving subcategories and d triangle equivalences among them, 第 15 回静岡代数学セミナー, 静岡大学, 2014 年 12 月 5 ~ 6 日 [2 lectures (60 × 2 = 120 分)].
- (18) 高橋 亮, Jacobian イデアルによる Ext 関手の零化, 第 4 回岡山可換代数表現セミナー (OSCAR), 岡山大学, 2014 年 11 月 10 日.
- (19) 高橋 亮, Cohen-Macaulay 環とその表現論, 第 4 回 Bar David, 名古屋大学, 2014 年 10 月 16 日.
- (20) R. Takahashi, Cohomology annihilators, singular loci and generation of categories, Commutative Algebra and Singularity Theory 2014, Tateyama Kokusai Hotel, Toyama, July 30, 2014.
- (21) 高橋 亮, 安定圏の加群圏の特異圏, 第 1 回岡山可換代数表現セミナー (OSCAR), 岡山大学, 2014 年 5 月 12 日.
- (22) 高橋 亮, 加群圏の部分圏の半径, 数理学特別講義 B, 岡山大学, 2014 年 1 月 20 ~ 22 日 [7.5 lectures (90 × 7.5 = 675 分)].
- (23) R. Takahashi, Generating singularity categories, Commutative Algebra and its interaction to Algebraic Geometry and Combinatorics, Institute of Mathematics, Hanoi, Vietnam, December 19, 2013.
- (24) R. Takahashi, Existence of cohomology annihilators and strong generation of derived categories, Perspectives of Representation Theory of Algebras, Conference honoring Kunio Yamagata on the occasion of his 65th birthday, The 13th International Conference by Graduate School of Mathematics, Nagoya University, November 14, 2013.
- (25) R. Takahashi, Triangulated categories of modules over Cohen-Macaulay rings, 可換環論名古屋セミナー, 名古屋大学, 2013 年 7 月 4 日.
- (26) R. Takahashi, Exact categories over Cohen-Macaulay rings, The Second Pacific Rim Mathematical Association (PRIMA) Congress, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai, China, June 25, 2013.
- (27) R. Takahashi, Annihilation of Ext modules and generation of derived categories, Localising and Tilting in Abelian and Triangulated Categories, Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, Oberwolfach, Germany, May 17, 2013.
- (28) R. Takahashi, Thick subcategories generated by Serre subcategories, Localising and Tilting in Abelian and Triangulated Categories, Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, Oberwolfach, Germany, May 16, 2013.
- (29) R. Takahashi, Finite generation of the category of Cohen-Macaulay modules, 可換環論名古屋セミナー, 名古屋大学, 2013 年 4 月 11 日.

〔その他〕

ホームページ等

<http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~takahashi/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

高橋 亮 (TAKAHASHI, Ryo)

名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・准教授

研究者番号: 40447719