

平成 30 年 5 月 31 日現在

機関番号：14602

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2017

課題番号：25400072

研究課題名(和文) 結晶の対称性と極小曲面に関する研究

研究課題名(英文) Symmetry of crystals and geometry of minimal surfaces

研究代表者

松澤 淳一 (Matsuzawa, Junichi)

奈良女子大学・自然科学系・教授

研究者番号：00212217

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,800,000円

研究成果の概要(和文)：ソフトマターや多孔性物質など、ナノスケールの物質の界面として現れる3重周期的極小曲面上に、分子配置として存在する双曲的アルキメデスタイリングに関する基礎理論の研究を、数学および物理学の立場から行った。特に、Schwarzの極小曲面およびSchoenのジャイロイド曲面上のタイリングを詳しく調べた。また、これらの曲面とポアンカレ円盤との対応を与える等角写像を具体的に与えた。

研究成果の概要(英文)：We have studied, from the points of view of mathematics and physics, basic theory of hyperbolic Archimedean tilings on triply periodic minimal surfaces appearing as the interfaces in soft matters or mesoporous materials of nanoscopic size. In particular, we have investigated many tilings on Schwarz minimal surfaces and Schoen's Gyroid surface. Furthermore we have given concrete expressions of the mappings between these minimal surfaces and the hyperbolic plane.

研究分野：代数学

キーワード：極小曲面 ジャイロイド曲面 アルキメデスタイリング 双曲平面 Schwarzの3角群 テータ関数

1. 研究開始当初の背景

2011 年にノーベル化学賞が贈られたダニエル・シェヒトマンの研究は、従来の結晶構造を拡張した準結晶構造を持つ物質の発見であった。この発見を契機に、物質の新たな構造の発見への関心が高まった。そうした中で、近年観測技術の進歩によって、ソフトマターや多孔性物質など、ナノスケールで見られる物質の構造に、高い対称性を持つ幾何構造が現れることがわかってきた。そのようなものの一つとして、異なる分子がつながってできる高分子の集団が自己組織化し共連続構造を成す際に、各成分の界面が周期的極小曲面を形成するというものがある。Schwarz の極小曲面、ジャイロイド 曲面などがその代表的な例である。研究代表者と分担者は、ある種の高分子に対する数値シミュレーションによって、ジャイロイド曲面上に高分子が規則的に配置する幾何構造を発見した。これはユークリッド平面上のアルキメデスタイリングの自然な双曲幾何版とも捉えられる。本研究は、この発見が出発点となっている。

2. 研究の目的

本研究の目的は、Schwarz の極小曲面、ジャイロイド 曲面など、周期的極小曲面上に存在する双曲的アルキメデスタイリング構造を、群論、幾何学および物性物理学の立場から総合的に研究する事にある。

我々の発見したジャイロイド 曲面上の双曲的アルキメデスタイリングの頂点は、高分子の一つの成分の位置に相当することが実験によって確認されているが、何故そのような配置となるか物性理論からの説明はなされていない。また、曲面の対称性および幾何学からの数学的説明もなされていない。

このような曲面上のタイリング構造は、物性理論および群論、曲面の幾何学と深く結びついていると考えられる。そこで、ジャイロイド曲面だけでなく、共連続構造に現れる周期的極小曲面も含め、曲面上に存在するタイリングを、数学と物理学の立場から総合的に研究し、その構造を、幾何学的、解析学的に明らかにすることを目的とする。

3. 研究の方法

共同研究のためのラビリンス研究会を開催し、代表者は群論および幾何学的観点から、分担者は物性物理学の見地から本研究課題に取り組み研究を進めた。この研究会には、関連する研究者を招き、最新の研究成果についての知見を取り入れつつ、研究協力体制を整えた。

代表者は、群論および幾何学の立場から周期的極小曲面と双曲幾何学の関係を研究し、結晶構造との関連を探った。特にジャイロイド曲面上に存在するアルキメデスタイリングの可能性を理論的に決定する作業を進め、分担者の開発する高分子モデルのシミュレーションを使いつつ、共連続構造の幾何学的

研究を行った。また、構造色をもつ蝶の鱗粉などに見られる共連続立方相としてのジャイロイド構造のフォトニックバンドなどの光学物性について研究するために、幾何光学の観点からの研究を行った。

本研究は、ソフトマター物理、固体物理学、数学、化学という異なる研究分野を横断する学際的色彩を帯びたものである。そのため、関連する文献を調べ、専門知識を深めた。また、異分野の研究者に本研究に関連する内容を紹介するため、分担者と共同で本の執筆を進めた。

4. 研究成果

3 重周期的極小曲面上のアルキメデスタイリングに関して、測地線によるタイリングの数値シミュレーションを行い、いくつかのタイリングの存在を確かめた。また、分担者は、Schwarz の極小曲面およびジャイロイド曲面上での球のシミュレーションを行い、アルダー転移を観察することによって曲面上の球配置に関する規則構造を多数発見した。さらに、20 面体ウイルスの配列を説明する T 数とよく似た H 数を定義して、規則構造を作る球のマジックナンバーを明らかにした。

共連続相の光学物性の研究については、結晶光学の立場から、曲面の幾何学的構造と微分方程式の関係に着目した研究に着手し、曲面族の 2 重ファイブレーションの立場からの研究を行った。特に Kummer 曲面および K3 曲面との関係を調べた。これは、幾何学、解析学、組合せ論などの分野と関係する興味深い研究に発展することになるとと思われる。

Schwarz の極小曲面およびジャイロイド曲面など、3 重周期的極小曲面には、ポアンカレ円盤との間に等角写像による対応がある。この対応を、楕円積分および保型関数を用いて具体的に記述する事ができた。これにより、正多面体や、これらの曲面に関連するネットワークグラフなどの離散データとの関係を考察することができ、3 重周期的極小曲面の解析学および数論的研究を進める準備ができた。特に、Schwarz 三角群の不変式である保型関数と種数 3 の曲線のモジュライや K3 曲面のモジュライおよび代数曲面の例外型特異点との関連がついたことは大きな成果であった。

さらに、分担者は、自己相似比を持つ新たな準周期的タイリングを発見した。これは、黄金比に基づくペンローズタイリングおよび白銀比に基づくタイリングの系列に属するもので、青銅比タイリングと命名されたものである。

また、研究期間中に、ジャイロイド曲面の発見者である Alan Schoen 氏と研究交流するため、アメリカ合衆国イリノイ州にある氏の自宅を訪ねた。この訪問によって、これまで知られていなかったジャイロイド曲面の幾何学的性質についての知見が得られた。その内容と本研究の成果を書籍として出版す

る計画である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者, 研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 4 件)

Dotera Tomonari, Bekku Shinichi, Zihel Primoz, Bronze-mean hexagonal quasicrystal, Nature Materials, vol. 16, 2017, 987 ~ 992, doi:10.1038/nmat4963, 査読有

Tomonari Dotera, Hideaki Tanaka and Yusuke Takahashi, Hexagulation numbers: the magic numbers of equal spheres on triply periodic minimal surfaces, Structural Chemistry, vol. 28, 2016, 105-112, 査読有, doi: 10.1007/s11224-016-0833-7

堂寺知成, ジャイロイドの迷宮, 現代化学, vol. 523, 2014, 32-32, 査読無

堂寺知成, ソフトマター準結晶, 固体物理, 48 巻, 2013, 331-340, 査読無

[学会発表](計 14 件)

堂寺知成, 青銅比準周期タイリングとその拡張 (Bronze-mean quasicrystalline tiling and its extensions, AIMaP 研究会「結晶構造と準結晶の数理」筑波大学(招待講演)(国際学会), 2018 年

田中秀明, 堂寺知成, 正 6 角形の自己組織化による切頭 8 面体の周期構造, 日本物理学会年次大会(東京理科大学野田), 2018 年

中蔵丈一郎, 堂寺知成, Primoz Zihel, 青銅比準結晶から派生する非周期的タイリング構造, 日本物理学会年次大会(東京理科大学野田), 2018 年

高橋佑輔, 田中秀明, 堂寺知成, P, G, D 曲面上の剛体球の相転移 I, II, 日本物理学会秋季大会(岩手大学), 2017 年

Yusuke Takahashi and Tomonari Dotera, Regular Arrangement on the P-Surface, Animal Vegetal Mineral? Boden Research Conference (国際学会), 2016 年 09 月 19 日 ~ 2016 年 09 月 23 日, Yallingup, Australia

Hideaki Tanaka and Tomonari Dotera, Regular Arrangement on the D-Surface, Animal Vegetal Mineral? Boden Research Conference (国際学会), 2016 年 09 月 19 日 ~

2016 年 09 月 23 日, Yallingup, Australia

堂寺知成, 田中秀明, 高橋佑輔, 3重周期極小曲面上の剛体球のアルダー転移に現れる魔法数, ソフトマター研究会, 2016 年 10 月 25 日 ~ 2016 年 10 月 25 日, 北海道大学

Junichi Matsuzawa, Daisuke Tarama, Some double fibrations arising from quadric line complexes, Complex Geometry and Lie Groups (国際学会), 2016 年 03 月 23 日, 奈良女子大学

Tomonari Dotera, Regular tessellations of hard spheres on the P-surface, Gordon Research Conference, Soft Condensed Matter Physics (国際学会), 2015 年 08 月 09 日 ~ 2015 年 08 月 14 日, Colby-Sawyer College, NH, USA

田中秀明, 堂寺知成, ダイヤモンド曲面上の剛体球の配置, 日本物理学会秋季大会, 2015 年 09 月 17 日, 関西大学

高橋佑輔, 堂寺知成, プリミティブ曲面上の剛体球の配置, 日本物理学会秋季大会, 2015 年 09 月 17 日, 関西大学

Tomonari Dotera and Yusuke Takahashi, Hard Spheres on the Primitive Surface, APS March Meeting, 2015 年 3 月 2 日, San Antonio, Texas(USA),

堂寺知成, Simulation study of two-length quasicrystals, 12th International Conference on Quasicrystals, 2013 年 09 月 01 日 ~ 2013 年 09 月 06 日, Krakow, Poland,

堂寺知成, まとめ, 日本物理学会年会 領

域6,7シンポジウム「複雑秩序 - 準結晶と多様な物質分野の学融合 - 」29pCB-8(招待講演), 2014年3月29日, 東海大学湘南

〔図書〕(計 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

取得状況(計 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕

松澤淳一, アゲハチョウとエッシャーと保型関数, 広島大学総合科学部数理情報セミナー, 2017年

田中秀明, 高橋佑輔, 堂寺知成, P, G, D 曲面上の球状粒子がつくる結晶構造の相転移シミュレーション, 高分子基礎物性研究会・高分子計算機科学研究会・高分子ナノテクノロジー研究会 合同討論会, 2016年12月09日~2016年12月09日, 東京農工大

松澤淳一, 周期的極小曲面と Schwarz の三角群, 非可換代数幾何学の大域的問題とその周辺, 2015年12月19日, 高知大学

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

松澤 淳一 (Junichi Matsuzasa)
奈良女子大学・自然科学系・教授
研究者番号: 00212217

(2) 研究分担者

堂寺知成 (Tomonari Dotera)
近畿大学・理工学部・教授
研究者番号: 30217616

(3) 連携研究者

()

研究者番号:

(4) 研究協力者

()