

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 13 日現在

機関番号：32661

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2015

課題番号：25400120

研究課題名(和文)可換 Banach 環及び Banach modules の分類とその応用

研究課題名(英文)Classifications of commutative Banach algebras and Banach modules and its applications

研究代表者

高橋 眞映 (TAKAHASHI, Sin-ei)

東邦大学・理学部・訪問教授

研究者番号：50007762

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：擬位相と呼ばれる新しい概念を導入する事によって、これまでに4つのクラス分けに成功して来た。このクラス分けにより、井上純治名誉教授の協力を得て、Prof. H. Reiter による局所コンパクト可換群上の Segal 環を一般の可換 Banach 環の場合に拡張した抽象 Segal 環や局所 A-関数によって導かれる新しい Segal 環の BSE-性及び BED-性を明らかにした。更に応用面では半単純可換 Banach 環によって構成されて Lau 環の乗作用素の決定問題、Ulam 型安定性に関するある種の安定問題、凸関数に関するある種の不等式分野及び実数上の位相半群構造の分野で幾つかの成果を上げている。

研究成果の概要(英文)：We have studied commutative Banach algebras successfully by introducing a new notion of quasi-topology. It was started by the introduction of the class BSE by Takahashi and Hatori, and it guided us to dividing commutative Banach algebras into 4 classes. In cooperation with J. Inoue, we further have clarified BSE and BED properties of abstract Segal algebras which extend the Segal algebras on locally compact abelian groups by Reiter to commutative Banach algebras and of new Segal algebras induced by local A-functions.

We applied these results to solutions of a decision problem related to multipliers of Lau algebras constructed by semisimple commutative Banach algebras, of stability problems related to the Ulam-type stability, of certain inequalities on convex functions and of the structure of topological semigroups on the real numbers.

研究分野：数物系科学

キーワード：Banach algebra Segal algebra Fourier algebra Lau algebra quasi-topology Hyers-Ulam stability inequality topological semigroup

1. 研究開始当初の背景

1980年代後半から漠然と可換 Banach 環の Gelfand 変換像や乗作用素環の Helgason-Wang 変換像を何らかの形で特徴付けられないかと考えて来た。これは大変難しい抽象的な問題であり、それまでこのような抽象的問題の研究は諸外国でも皆無であった。それまでの研究成果をもとに1995年初めて本研究で科研費が採択された。それ以後、抽象的考察、具体的な Banach 環の考察及び応用を含め、殆ど変わる事なく連続して本研究が続いて来た。

2. 研究の目的

人がものを理解する上で重要な手法の一つに分類があり、そしてそれを応用する事で更に理解が深まると考えられる。さて分類の手法の一つに、ある条件を設定し、それらを満たすクラスを考える事によって分類するという方法がある。本研究は上の理念に従って、可換 Banach 環やその上の乗作用素環及び Banach modules を自然な条件を設定する事によって分類し、具体的な環や modules がどのクラスに属するか、また同じクラスに属する環や modules はどんな性質を共有するかを調査し、更にその応用を考察する事により、可換 Banach 環や Banach modules の本質を探ろうとするところにある。本研究の連続性を鑑みれば、その理念と目的はずっと変わらない。

3. 研究の方法

本研究は抽象的な問題を解く事があるので、先ず解決の糸口を探さなくてはならない。それには街に出て良い物件を探すように、具体的定理を探す事から始める。丁度良い物件として、調和解析に現れる Bochner-Schoenberg-Eberlein の定理と Doss の定理がある。他に Hyers-Ulam 型安定性定理などがある。これらの定理を抽象的に焼き直す事によって、可換 Banach 環を更に分類して、それらに属する具体的な可換 Banach 環を探す事によって目的を達成しようとする方法をこれまで取って来たが、本研究の連続性からこの方法はずっと変わらない。

4. 研究成果

本研究は連続したものであり、1990年に高橋 - 羽鳥が導入した Bochner-Schoenberg-Eberlein 型定理を満たす可換 Banach 環の BSE と呼ばれるクラスに端を発し、これまでに擬位相と言う新しい概念を導入する事によって可換 Banach 環を4つのクラスに分類してそれぞれに属する具体的な可換 Banach 環の例を複数探す事に成功して来た。今回は局所 A-関数によって導かれる新しい Segal 環の BSE-性及び BED-性を明らかにした。また本研究の応用として関連する分野で

幾つかの成果を上げてきたが、今後もその応用が期待される。また近年 BSE-class に属する可換 Banach 環の有用性が認められ、諸外国で関連する幾つかの文献を散見することが出来るのは嬉しい。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 14 件)

- (1) Sin-Ei Takahasi, Hiroyuki Takagi and Takeshi Miura, A characterization of multipliers of a Lau algebra constructed by semisimple commutative Banach algebras, Taiwanese Journal of Mathematics, <http://journal.tms.org.tw/index.php/TJM/issue/current>, in press, 査読有
- (2) Yuji Kobayashi, Sin-Ei Takahasi and Makoto Tsukada, Continuous semigroup structures on R , cancellative semigroups and bands, Semigroup Forum, 2015, DOI:10.1007/s00233-014-9624-x, 90, 518-531, 査読有
- (3) Sin-Ei Takahasi, Makoto Tsukada and Yuji Kobayashi, Classification of continuous fractional operations on the real and complex fields, Tokyo Journal of Mathematics, 38, 369-380, 2015, <http://projecteuclid.org/euclid.tjm/1452806046>, 査読有
- (4) Hironao Koshimizu, Takeshi Miura, Hiroyuki Takagi and Sin-Ei Takahasi, Real-linear isometries between subspaces of continuous functions, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 413, 229-241, DOI: 10.1016/j.jmaa.2013.11.050, 2014, 査読有
- (5) Junji Inoue and Sin-Ei Takahasi, Segal algebras in commutative Banach algebras, Rocky Mountain Journal of Mathematics, 44, 539-589, DOI: 10.1216/RMJ-2014-44-2-539, 2014, 査読有
- (6) Sin-Ei Takahasi, Makoto Tsukada, Takeshi Miura, Hiroyuki Takagi and Kotaro Tanahashi, Ulam type stability problems for alternative homomorphisms, Journal of Inequalities and Applications, 2014, 1-13, DOI: 10.1186/1029-242X-2014-228, 2014, 査読有

- (7) Yasuo Nakasuji and Sin-Ei Takahasi, A new order-preserving average function on a quotient space of strictly monotone functions and its applications, *Journal of Inequalities and Applications*, 2014, 1-7, DOI : 10.1186/1029-242X-2014-450, 2014, 査読有
- (8) Hiroyoshi Oda, Makoto Tsukada, Takeshi Miura, Yuji Kobayashi and Sin-Ei Takahasi, The Ulam type stability of a generalized additive mapping and concrete examples, *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, Art. ID 109754, 1-7, 2013, DOI : <http://dx.doi.org/10.1155/2013/109754>, 査読有
- (9) Yasuo Nakasuji and Sin-Ei Takahasi, A reconsideration of Jensen's inequality and its applications, *Journal of Inequalities and Applications*, 2013:408, 1-11, DOI : 10.1186/1029-242X-2013-408, 2013, 査読有
- (10) Takeshi Miura, Go Hirasawa, Sin-Ei Takahasi and Takahiro Hayata, A characterization of a system of the Banach space valued differential equations, *Mathematical Inequalities and Applications*, 16, 717-728, 2013, DOI : 10.7153/mia-16-54, 査読有

〔学会発表〕(計 24 件)

- (1) 高橋眞映、小林ゆう治、塚田真. 複素数体上の連続な分数型演算の完全分類について. 日本数学会 2016 年度会. 2016 年 3 月 18 日. 筑波大学(茨城県・つくば市)
- (2) Yuji Kobayashi. Undecidability of the complexity of rewriting systems. 「代数系、論理、言語と計算機科学」研究集会. 2016 年 2 月 15 日. 京都大学数理解析研究所(京都府・京都市)
- (3) 高橋眞映. 半単純可換 Banach 環の構成する Lau 環の乗作用素の特徴付け. 日本数学会 2015 年度秋季総合分科会. 2015 年 9 月 15 日. 京都産業大学(京都府・京都市)
- (4) 高橋眞映、中筋康夫. 狭義単調関数の作る商空間上の順序保存関数とその応用. 日本数学会年会. 2015 年 3 月 22 日. 明治大学駿河台キャンパス(東京都・千代田区)
- (5) 小林ゆう治、高橋眞映、塚田真. Continuous Bands ON \mathbb{R} . 「代数系・論理・言語と計算機科学の新たな接点」研究集会. 2015 年 2 月 18 日. 京都大学数理解析研究会(京都府・京都市)

- (6) 高橋眞映、小林ゆう治、中筋康夫、塚田真. 実数空間 \mathbb{R} 上の順序位相半群構造について. 日本数学会秋季総合分科会. 2014 年 9 月 26 日. 広島大学東広島キャンパス(広島県・東広島市)
- (7) Yuji Kobayashi. Termination and complexity of rewriting systems. International Workshop on Automata, Languages and non-Conventional computation. 2014 年 3 月 18 日. 京都産業大学(京都府・京都市)
- (8) 小林ゆう治、高橋眞映、塚田真. Continuous semigroup structures on the real numbers. 「計算機科学における論理・代数・言語」研究集会. 2014 年 2 月 17 日. 京都大学数理解析研究所(京都府・京都市)
- (9) 高橋眞映. 実数上の可換半群演算とその両立性について. 第 22 回函数空間セミナー. 2013 年 12 月 22 日. 東京理科大学 森戸記念館(東京都・新宿区)
- (10) Sin-Ei Takahasi. Abstract Jensen's inequality and its applications. The eighth international conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis (NACA2013) (招待講演). 2013 年 8 月 5 日. 弘前大学(青森県・弘前市)

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕
出願状況(計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

取得状況(計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

高橋 眞映 (TAKAHASI, Sin-ei)
東邦大学・理学部・訪問教授
研究者番号：50007762

(2) 研究分担者

塚田 真 (TSUKADA, Makoto)
東邦大学・理学部・教授
研究者番号：10120198

小林 ゆう治 (KOBAYASHI, Yuji)
東邦大学・理学部・訪問教授
研究者番号：70035343

(3) 連携研究者

羽鳥 理 (HATORI, Osamu)
新潟大学・自然科学系・教授
研究者番号：70156363

(4) 研究協力者

三浦 毅 (MIURA, Takeshi)
新潟大学・自然科学系・教授
研究者番号：90333989

高木 啓行 (TAKAGI, Hiroyuki)
信州大学・理学部・教授
研究者番号：20206725