

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 16 日現在

機関番号：11601

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2016

課題番号：25400125

研究課題名(和文) 有理型写像の値分布論、特に一意性問題と除外因子の集合の構造についての研究

研究課題名(英文) Value distribution theory of meromorphic mappings

研究代表者

相原 義弘 (Aihara, Yoshihiro)

福島大学・人間発達文化学類・教授

研究者番号：60175718

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,900,000円

研究成果の概要(和文)：1. 射影的代数多様体に値を持つ整正則曲線 f を考察し、底点を持つ一次系に属する因子以前に得られていた第2主要定理の精密化を行った。個数函数の打ち切りのレベルを決定することを研究した。更に f の導来曲線を考察した。複素射影空間上の整正則曲線に関するアルフォルス・ヴァイルの理論の拡張について研究を行った。

2. 複素射影空間に値を持つ有理型写像の一意性問題を研究した。特に藤本による線型非退化な有理型写像に対する一意性定理の精密化について考察した。複素射影平面がターゲットの場合に Duval 等による第2主要定理を用いて研究を行った。写像に関するある種の増大条件下で精密化が可能なが分かった。

研究成果の概要(英文)：We study property of Nevanlinna's deficiency as functions on linear systems in smooth complex projective algebraic varieties. We first show that the values of a deficient functions are determined by the base locus of linear systems. We give a structure theorem for the set of deficient divisors. This structure theorem yields that the set of values of deficiency is at most countable. Moreover, we have a correspondence between the deficiencies and the linear systems. We also study a second main theorem for holomorphic curves, especially the truncation of level of the counting functions.

研究分野：複素解析

キーワード：Nevanlinna理論 有理型写像 除外指数 一次系 一意性定理 有限性定理

1. 研究開始当初の背景

一変数複素関数論における Nevanlinna 理論は R. ネヴァンリンナの古典的研究(1926)に始まり、複素射影空間内の正則曲線、代数多様体への有理型写像、アーベル多様体内の正則曲線等の理論に発展した。藤本氏による一意性問題や極小曲面のガウス写像の値分布論の展開も著しい成果である。一方除外因子を持つ写像の構成や除外因子の集合の構造に関する研究はあまり進んでいない。近年野口氏等による连接的イデアル層の理論が値分布論に導入され、従来扱いができなかった余次元が高い解析的サイクルを研究することが可能になった。このような研究を踏まえて除外因子の集合の構造について研究を行った。

2. 研究の目的

本研究では有理型写像の定量的性質を明らかにするために下記の2つの研究を実施する。

1. 複素射影的代数多様体に値を持つ有理型写像で与えられた因子の逆像が等しくなるようなものからなる family に対して、有限性・写像の一意性及び退化を与える様々な条件を求めることを研究する。
2. 複素射影的代数多様体への正則曲線に対して、除外因子の集合の構造を調べること及び除外指数の一次系上の関数としての性質を研究する。さらに除外因子の存在と退化問題・一意性問題との関係について研究する。

3. 研究の方法

当該研究は複素解析のみならず複素代数幾何、複素微分幾何、数論等多くの分野に関連し、関連する図書・文献は数多く出版されており、積極的に調査する必要がある。具体的には研究費を有効に活用し、図書の収集を行う。研究遂行上異なる専門分野の研究者による共同研究もしくは密接な連携が必要となる。連携研究者・北川は微分幾何、鎌田は複素微分幾何を専門としている。また連携研究者・厚地は確率解析的手法を用いて多変数 Nevanlinna 理論に関する研究を行い、本研究においては旅費を積極的に利用し、密接に連絡を取りながら研究を遂行した。研究遂行に当たり当該研究費は適切に使用された。

4. 研究成果

研究代表者・相原は下記の研究を行った。

1. 射影的代数多様体に値を持つ整正則曲線 f を考察した。底点を持つ一次系に属する因子と f について以前に得られていた第2主要定理の精密化を行い、1つの結果を得ることができた。これは W. Chen による第2主要定理に対応するものであるが、この形では個数関数の打ち切りのレヴェルを決定することは困難である。打ち切りのレヴェルを決定することを研究

し、現在も研究継続中である。更に f の導来曲線を考察した。複素射影空間上の整正則曲線に関するアールフォルス・ヴァイルの理論の拡張について研究を行った。形式的なレヴェルにおいて拡張を見出すことができたが、有用な第2主要定理を与えるためには前述の個数関数の打ち切りのレヴェルを与えることが必要となる。この点について研究を開始した。更に、本研究課題において主要な問題の1つである除外指数と底点を持つ一次系の対応を具体的に与える問題に関して、導来曲線の理論との関係について研究した。導来曲線についてはターゲットとなる射影的代数多様体上の一次系との関連に着目し1つの定式化を与えた。更に一次系をパラメトライズするグラスマン多様体内の正則曲線について研究を行った。導来曲線の理論との関係について研究を継続中である。

2. 複素射影空間に値を持つ有理型写像の一意性問題を研究した。特に藤本による線型非退化な有理型写像に対する一意性定理の精密化について考察した。複素射影平面がターゲットの場合に Duval 等による第2主要定理を用いて研究を行った。写像に関するある種の増大条件下で精密化が可能なが分かったが、定式化について現在研究を継続中である。また正則曲線の有限性問題についても考察した。従来この問題は代数的非退化等の強い条件下で研究されていた。この条件に代わる条件を見出すことについて研究を行った。特にターゲットが複素射影平面の場合に非退化条件が緩和できることを発見した。実際に非退化条件の代わりになる条件が得られることが予想される。現在研究を継続している。連携研究者・北川は奇数次元球面内の平坦トーラスについて研究し、直径予想について証明を与えた。連携研究者・厚地はケーラー多様体上の正則関数に対してリュービル型定理を証明した。更に葉層構造を持つケーラー多様体上で定義され複素射影空間に値を持つ有理型写像を研究し、第2主要定理型不等式を証明した。これを特異点をもつ葉層構造の場合に拡張することについて、部分的な結果を得ることが出来た。現在研究を継続中である。連携研究者・鎌田は多様体上の幾何構造について、特に超エルミート曲面上のニュートラル計量について研究した。特に4元数 CR 構造等の研究を行った。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計 4 件)

1. A. Atsugi, Value distribution of leafwise holomorphic maps on complex

laminations by hyperbolic Riemann surfaces. J. Math. Soc. Japan, 69, (2017), pp.1-25, (査読有).

2. H.Kamada, S. Nayatani, Almost CR structure on the twistor space of a quaternionic CR manifold, Current Developments in Differential Geometry and its Related Fields, Proceedings of the 4th International Colloquim on Differential Geometry and its Related Fields (Veriko Tarnovo, 2014), pp.93-114, World Scientific, Singapore, 2014, (査読有).

3. Y.Kitagawa, M.Umehara, Erratum to: Extrinsic diameter of immersed flat tori in S^3 , Geometriae Dedicata, 171, (2014), pp.407-412, (査読有).

4. H. Kamada, S. Nayatani, Quaternionic CR geometry. Hokkaido Math. J. 42, (2013), no. 2, pp.159-207, (査読有).

〔学会発表〕(計 18 件)

1. 厚地 淳, Default functions and Liouville type theorems, 研究集会「マルコフ過程とその周辺, とくぎんトモニプラザ」, 徳島県青少年センター (徳島県・徳島市), 2017年1月8日.

2. 厚地 淳, Default function と Liouville 型定理, 日本数学会関数論分科会, 2016年9月6日, 関西大学 (大阪府・大阪市).

3. 鎌田 博行, From Quaternionic CR manifolds to almost CR twistor spaces, Quaternionic Differential Geometry and related topics, 2016年9月7日, お茶の水女子大学 (東京都・文京区).

4. 厚地 敦, Default functions and Liouville type theorems, Boston-Keio workshop, 2016年8月17日, (Boston USA).

5. 鎌田 博行, 四元数 CR Boston University, 多様体に対するツイスター概 CR 構造, 関大微分幾何研究会, 2016年6月26日, 関西大学 (大阪府・大阪市).

6. 厚地 淳, Nevanlinna type theorems for meromorphic functions on negatively curved Kahler manifolds, 日本数学会年会, 2016年3月17日, (茨城県・つくば市).

7. 鎌田 博行, 四元数 CR 多様体に対する概 CR ツイスター空間の積分可能性について, 第 23 回沼津研究会 ---幾何, 数理解物理, そして量子論---, 2016年3月8日, 沼津工業高等専門学校 (静岡県・沼津市).

8. 北川 義久, 3次元球面内の平坦トーラスに関する直径予想, 研究集会「直観幾何学 2016」, 熊本大学 (熊本県・熊本市), 2016年2月7日.

9. 厚地 淳, 複素葉層構造に付随した拡散過程と葉向正則写像, 2015年度確率論シンポジウム, 2015年12月3日, 岡山大学 (岡山県・岡山市).

10. 鎌田 博行, 四元数 CR 構造の強積分可能性とツイスター空間について, 福岡大学

微分幾何研究会, 2015年11月2日, 福岡大学セミナーハウス (福岡県・福岡市).

11. 鎌田 博行, Quaternionic CR structure: a geometric structure modeled on a real hypersurface in a quaternionic manifold, Workshop on almost Hermitian and contact geometry, 2015年10月22日, (Bedlewo Poland).

12. 相原 義弘, Dedicencies of holomorphic curves in algebraic manifolds, 第58回関数論シンポジウム, 2015年10月12日, 島根大学 (島根県・松江市).

13. 鎌田 博行, 四元数 CR 多様体のツイスター空間について (Twistor space for a quaternionic CR manifold), 第 22 回沼津研究会 ---幾何, 数理解物理, そして量子論---, 2015年3月10日, 沼津工業高等専門学校 (静岡県・沼津市).

14. 相原 義弘, Remarks on Cartan's second main theorem for holomorphic curves, 等角写像論・値分布論合同研究集会, 2015.2, 幕張メッセ会議場 (千葉県・千葉市).

15. 鎌田 博行, コンパクト複素曲面上の自己双対ニュートラル計量について, 数理解物理合同特別セミナー, 2015年2月21日, 大阪市立大学 (大阪府・大阪市).

16. 鎌田 博行, Geometric structure modeled on a real hypersurface in a quaternionic manifold, Fourth International Colloquim on Differential Geometry and Its Related Fields (ICDG2014), 2014年9月9日, (Veliko Tarnovo, Bulgaria).

17. 北川 義久, 3次元球面内の平坦トーラスに関する未解決問題, 数理解科学小研究集会, 福島大学国際交流会館 (福島県・福島市), 2015年1月31日.

18. 厚地 淳, 有理型関数の値分布と拡散過程, RIMS 研究集会「確率解析」, 2014年3月, 京都大学数理解析研究所 (京都府・京都市).

〔図書〕(計 1 件)

1. 松下 泰雄, 鎌田 博行, 中田 文憲, サイエンス社, 4次元微分幾何学への招待 不定値計量 の存在, ニュートラル計量, 複素曲面, ツイスター, 2014年, 187 ページ (pp.83-128 を分担) (サイエンス社).

6. 研究組織

(1) 研究代表者

相原 義弘 (Aihara, Yoshihiro)
 福島大学・人間発達文化学類・教授
 研究者番号: 60175718

(3) 連携研究者

北川 義久 (Kitagawa, Yoshihisa)
 宇都宮大学・教育学部・教授
 研究者番号: 20144917
厚地 淳 (Atsuji, Atsushi)
 慶應義塾大学・理工学部・教授
 研究者番号: 00221044

鎌田 博行 (Kamada, Hiroyuki)
宮城教育大学・教育学部・教授
研究者番号：00249799