

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 5 月 21 日現在

機関番号：14602

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2015

課題番号：25400139

研究課題名(和文) 広義拡散過程列近似に基づく双一般化拡散過程の諸相の解明

研究課題名(英文) Study of bi-generalized diffusion processes by means of limits of generalized diffusion processes

研究代表者

富崎 松代 (Tomisaki, Matsuyo)

奈良女子大学・名誉教授

研究者番号：50093977

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：広義拡散過程列の極限過程として生じる双一般化拡散過程に対し、その性質等について考察した。集団遺伝学のモランモデルに対する弱突然変異極限について、その収束は有限次元分布の収束ではあるが確率過程の弱収束ではないこと、及び、極限過程は強マルコフ性をもつことを明らかにした。また、尺度関数列と速度測度関数列の極限が共通の不連続点をもつ場合に、対応する双一般化拡散過程で状態空間が位相構造をもたない確率過程が出現することを示した。これにより、双一般化拡散過程の状態空間に対して位相構造と呼ぶ包括的な概念の導入ではなく、極限過程の分布に基づいた双一般化拡散過程の再考察の必要性を示した。

研究成果の概要(英文)：We considered properties of bi-generalized diffusion processes which are limits of generalized diffusion processes. We showed that weak mutation limits of the Moran model cannot be weak convergence limits in the space of cadlag functions, though they satisfy the strong Markov property. In the case that the limit of sequence of scale functions and that of speed measure functions have common discontinuous points, we showed that there exists a limit process whose state space has no topological structure. This result indicates that it is necessary to consider properties of bi-generalized diffusion processes by means of limit distributions instead of topological structure of state space.

研究分野：数物系科学

キーワード：広義拡散過程 双一般化拡散過程 極限定理 正值連続加法的汎関数 局所時間 モランモデル

1. 研究開始当初の背景

1970年代、正則区間上の広義拡散過程を対象とした研究が進められ、極限定理等の興味ある研究成果が数多く示された。1980年代になり、Gillespie(1984)は、集団遺伝学における拡散モデルに対し極限定理を考察し、広義拡散過程と異なる極限過程の存在を予想した。Ogura(1989)は、新たな確率過程「双一般化拡散過程」の枠組みを構築し、Gillespieの予想を肯定的に解決した。Iizuka and Ogura(1991)は、双一般化拡散過程の枠組みの中で、集団遺伝学における様々な拡散モデルに対し極限定理を考察し、新たな極限過程を取り出すことに成功した。

研究代表者は、先行研究「一次元広義拡散過程の非正則極限」の下で、広義拡散過程の列の極限定理を考察し、広義拡散過程の特性量である尺度関数と速度測度関数を組にして、その組の列の極限を考察し、双一般化拡散過程が極限として出現する場合を取り扱い、合わせて収束の意味も示した(2012～2013)。同研究で取り扱った場合は、双一般化拡散過程の尺度関数と速度測度関数が跳躍点を共有する場合であり、それまでと異なる観点から分布の収束について考察し、極限過程を導出することが可能になった。すなわち、極限過程の分布の状況を明確にし、状態空間の分析に着手することが可能な状況になっていた。

2. 研究の目的

(1) 広義拡散過程列の極限として自然に出現する双一般化拡散過程の性質を明らかにする。具体的には、確率過程としての基本的な構造(状態空間の位相構造)を解明する。

(2) 双一般化拡散過程の状態空間の位相構造と、特性量である尺度関数と速度測度関数の挙動(解析的量)との関係、及び、標本路の挙動(確率論的量)との関係を解明する。

(3) 双一般化拡散過程の豊富な例を与え、当該研究分野とその応用分野における新たな研究対象と研究手法を提示する。

3. 研究の方法

研究の目的で述べた内容に対し、以下の方法で研究を行うこととした。

(1) 双一般化拡散過程を広義拡散過程列の極限過程として捉えることにより諸相を解明することを目指す。そのため、広義拡散過程列の収束の状況について考察する。

(2) 双一般化拡散過程の性質を解明するために、標本路の具体的な表現について考察する。

(3) 以下の2つの観点に基づいて、正值連続加法的汎関数を定義するブラウン運動の局所時間の逆写像について考察する。

① 広義拡散過程は正值連続加法的汎関数を用いてブラウン運動の時間変更と尺度関数の変更により得られ、更に、正值連続加法的汎関数の列と尺度関数の列を考察することにより、双一般化拡散過程が得られる。

② 時間変更は正值連続加法的汎関数の逆写像により定義される。

(4) 集団遺伝学における確率モデルの諸性質やその極限過程との関連について考察する。

4. 研究成果

研究の目的と研究の方法で述べた内容について、以下の研究成果を得た。

(1) 広義拡散過程列の収束の状況について考察した。

① 先行研究(Tomisaki and Iizuka(2013))において考察した集団遺伝学のモランモデルに対する弱突然変異における極限定理を確率過程の収束の視点から捉えなおした。その結果、この収束は確率過程の弱収束ではないことを証明した。

② これまでIizuka and Ogura(1991)で示された条件を用いて、広義拡散過程列からその極限過程である双一般化拡散過程を取り出してきた。しかし、その条件を満たさず、更に、尺度関数と速度測度関数の極限関数から極限過程を想定することが困難であるような例を見つけることができた。これは、Iizuka and Ogura(1991)の条件が、ある意味で必要十分条件であることを示している。今後の研究において、彼らの条件を適用する際に、適用限界を示すものとなった。

(2) 標本路の表現とそれから導かれる性質について考察した。

① 集団遺伝学のモランモデルに対して、拡散過程列の極限過程が広義拡散過程ではない事例について、Ogura(1989)による双一般化拡散過程の理論を用いて標本路の具体的な表現を得た。その表現から、極限過程は強マルコフ性を満たさないと予想されていた。しかし、標本路の表現に現れる正值連続加法的汎関数(本事例の場合、ブラウン運動の局所時間と境界への到達時刻の合成として得られる汎関数)の分布の評価を行うことにより、極限過程が強マルコフ性を満たすことを証明した。

② 広義拡散過程列の極限過程として生じる

双一般化拡散過程に対し、Ogura(1989)の理論に基づく標本路の具体的な表現を用いて、極限過程の様相について考察した。本研究を開始した2013年には、標本路の挙動が特異な点についても、何らかの位相構造があると予想し研究を推進した。しかし、2015年、Iizuka and Ogura(1991)で取り扱われた集団遺伝学の拡散モデルに対して、そこでは取り扱われなかった極限について解析を行ったところ、状態空間が位相構造をもたないような極限過程(定常型と飛躍型が混在する確率過程)が出現した。これは、双一般化拡散過程の状態空間に対して位相構造と呼ぶ包括的な概念(右通過点、左通過点、罫、正則点の分類)の導入ではなく、極限過程の分布に基づいて双一般化拡散過程を再考察する必要があることを示しており、今後の研究課題を提示した。

(3) 正值連続加法的汎関数を定義するブラウン運動の局所時間の逆写像について考察した。

① 尺度関数と速度測度関数の漸近挙動が局所時間の逆写像に及ぼす影響(漸近関係)について考察した。この漸近関係は、元の拡散過程の調和変換過程に対しても保存されることを証明した。

② 再帰的・非再帰的な拡散過程に対して局所時間の逆写像のレヴィ過程表現に現れる特性量についての結果を見直し、特性量間の関係を明確にした。

③ 広義拡散過程の特性量を多次元確率過程との関係の中でとらえるために、正值連続加法的汎関数に基づく球面上のブラウン運動との斜積確率過程について、そのグリーン関数と基本解の具体的な表現を与えた。その表現を用いて、広義拡散過程の尺度関数と速度測度関数の状態区間の端点での挙動が、斜積のグリーン関数の摂動と基本解の空間的一様性に反映される状況を考察し、結果を得た。

(4) 集団遺伝学における確率モデルの諸性質やその極限過程との関連について考察した。集団遺伝学における確率モデル(間接的な相互作用を伴う互助的中立突然変異モデル)を記述するマルコフ連鎖とその拡散近似(拡散過程)の境界点への初期到達時間に関する解析を行い、平均到達時間や標本路の分類に関する結果を得た。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 6 件)

① T. Takemura, M. Tomisaki,

Exponent of inverse local time for harmonic transformed process, Ann. Reports of Graduate School of Humanities and Sciences, Nara Women's University, 査読有, vol. 31 (2016) 127-138
<http://hdl.handle.net/10935/4204>

② J. Kusumi, M. Ichinose, M. Takefu, R. Piskol, W. Stephan, M. Iizuka, A model of compensatory molecular evolution involving multiple sites in RNA molecules, Journal of Theoretical Biology, 査読有, vol. 388 (2016) 96-107
DOI: 10.1016/j.jtbi.2015.10.008

③ T. Takemura, M. Tomisaki, Asymptotic behavior of Lévy measure density corresponding to inverse local time, Proceedings of the Japan Academy, 査読有, Vol. 91, Ser. A, No. 1 (2015), 9-13,
DOI: 10.3792/pjaa.91.9

④ T. Takemura, M. Tomisaki, M. Iizuka, The weak mutation and strong selection limit of the Moran model satisfies the strong Markov property, Ann. Reports of Graduate School of Humanities and Sciences, Nara Women's University, 査読有, vol. 30 (2015), 105-112,
<http://hdl.handle.net/10935/3970>

⑤ M. Tomisaki, Intrinsic ultracontractivity and semismall perturbation for skew product diffusion operators, Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, 査読有, Report No. 48/2014, Dirichlet Form Theory and its Applications, 49-52,
DOI: 10.4171/OWR/2014/48

⑥ T. Takemura, M. Tomisaki, M. Iizuka, On the convergence of weak mutation limits of the Moran model in population genetics, Ann. Reports of Graduate School of Humanities and Sciences, Nara Women's University, 査読有, vol. 29 (2014), 131-140,
<http://hdl.handle.net/10935/3719>

[学会発表](計 9 件)

① M. Tomisaki, From diffusion processes to bi-generalized diffusion processes, Workshop on Dirichlet Forms and Stochastic Analysis 2015, 2015年11月6日, Technische Universität Dresden, Germany

② M. Tomisaki, T. Takemura, Lévy measure density corresponding to the inverse local time of harmonic transformed diffusion processes, 関西大学確率論セミナー,

2014年 12月 4日, 関西大学(大阪府吹田市)

③M. Tomisaki, T. Takemura, Lévy measure density corresponding to the inverse local time of harmonic transformed diffusion processes, Work shop on Dirichlet Forms and Stochastic Analysis 2014, 2014年 10月 27日, Technische Universitat Dresden, Germany

④M. Tomisaki, Intrinsic ultracontractivity and semismall perturbation for skew product diffusion operators, Oberwolfach Workshop, Dirichlet Form Theory and Its Applications, 2014年 10月 23日, Oberwolfach, Germany

⑤T. Takemura, M. Tomisaki, Lévy measure density corresponding to the inverse local time and the asymptotic behavior, International Congress of Mathematicians, 2014年 8月 18日, Coex, Seoul, Korea

⑥M. Iizuka, Model of compensatory molecular evolution with direct and indirect compensation, ミュンヘン大学バイオセンター・セミナー (Biocenter, University of Munich) 2014年 9月 4日, ミュンヘン大学 (ドイツ・ミュンヘン市)

⑦T. Takemura, M. Tomisaki, h transform for Lévy measure density, Stochastic Processes and Mathematical Finance, 2014年 2月 24日, 関西大学(大阪府吹田市)

⑧M. Iizuka, Model of compensatory molecular evolution with indirect compensation, ミュンヘン大学バイオセンター (Biocenter, University of Munich), 2013年 9月 9日, ミュンヘン大学 (ドイツ・ミュンヘン市)

⑨飯塚 勝, 集団遺伝学に現れる確率モデルの弱突然変異極限, 九州確率論セミナー, 2013年 6月 14日, 九州大学・伊都キャンパス (福岡県福岡市)

[図書] (計 1 件)

①M. Tomisaki 他, World Scientific, Festschrift Masatoshi Fukushima (Editors Zhen-Qing Chen, Niels Jacob, Masayoshi Takeda, Toshihiro Uemura), Interdisciplinary Mathematical Sciences Vol. 17, 2015, 総ページ数 607, 分担ページ 577-605

6. 研究組織

(1) 研究代表者

富崎 松代 (TOMISAKI, Matsuyo)
奈良女子大学・名誉教授

研究者番号 : 50093977

(2) 研究分担者

嶽村 智子 (TAKEMURA, Tomoko)
奈良女子大学・研究院自然科学系・助教
研究者番号 : 40598140

飯塚 勝 (IIZUKA, Masaru)
九州歯科大学・歯学部・准教授
研究者番号 : 20202830

(3) 連携研究者