

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 5 月 12 日現在

機関番号：37102

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2015

課題番号：25400151

研究課題名(和文) 単位球上の固有正則写像、単葉正則写像、調和写像に関する研究

研究課題名(英文) Studies on proper holomorphic mappings, univalent holomorphic mappings and harmonic mappings on the unit balls

研究代表者

濱田 英隆 (HAMADA, Hidetaka)

九州産業大学・工学部・教授

研究者番号：30198808

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,300,000円

研究成果の概要(和文)：ユークリッド単位球上で"spacious"レブナー鎖を新たに導入し、ユークリッド単位球上の単葉正則写像の族の端点集合や支持点集合の研究に応用した。

調和関数に対するシュワルツの補題をバナッハ空間の単位球上の多重調和写像に拡張した。調和関数に対するシュワルツ・ピックの補題をバナッハ空間の有界対称領域上の多重調和写像に拡張した。有界対称領域上でランダウの定理やブロックの定理を証明した。

螺旋型領域がルンゲであることを示した。また、螺旋型領域上で双正則写像が C_n の自己同型で局所一様近似できることを示した。その応用として、完備双曲的螺旋型領域上でレブナー微分方程式の解の存在と一意性を示した。

研究成果の概要(英文)：We introduce normalized Loewner chains in the unit ball, which we call "spacious". We apply our construction to the study of support points, extreme points in the class S_0 of univalent holomorphic mappings.

We generalize the harmonic Schwarz lemma to pluriharmonic mappings of the unit ball of a complex Banach space. We obtain a generalization of the harmonic Schwarz-Pick lemma to the case of pluriharmonic mappings of the bounded symmetric domain in a complex Banach space. We obtain the Landau and the Bloch theorems on bounded symmetric domains.

We showed that any spirallike domain is Runge. We also showed the local uniform approximation of biholomorphic mappings on a spirallike domain, by automorphisms of C_n . As an application of the above result, we showed that any Loewner PDE in a complete hyperbolic spirallike domain admits an essentially unique univalent solution.

研究分野：多変数関数論

 キーワード：レブナー鎖 螺旋型写像 ルンゲ領域 シュワルツの補題 シュワルツ・ピックの補題 多重調和写像
 単葉正則写像

1. 研究開始当初の背景

(1) 線形不変族の概念は、単位円盤上の単葉正則関数に対して成り立つ性質を局所単葉正則関数へ拡張する強力な道具である。近年、多変数正則写像の線形不変族の研究が行われている。一方、Sheil-Small は単位円盤上の調和関数の線形不変族について研究し、増大度定理を証明した。Duren, Hamada, Kohr は、その研究を発展させ、単位円盤上の調和関数の 2 点歪曲定理や多変数ユークリッド単位球上の多重調和写像の 2 点歪曲定理を証明した。

(2) Loewner はカラテオドリ関数の族の端点集合の到達可能集合が単位円盤上の正規化された単葉正則関数全体の族で稠密であるという結果を示した。この結果は、正規化された単葉正則関数の族の性質を調べるのに応用された。

(3) 剛性は多変数の正則写像に対する最も基本的な性質の 1 つである。ユークリッド単位球の間の固有正則写像に対する剛性の研究は、余次元が小さい場合になされてきた。

2. 研究の目的

(1) 本研究では、ユークリッド単位球より一般的な有界対称領域上の多重調和写像の線形不変族の 2 点歪曲定理について研究する。更に、ユークリッド単位球上の正則写像や多重調和写像に対するさまざまな結果を有界対称領域に拡張する。

(2) ユークリッド単位球上正規化された単葉正則写像の族の端点集合について研究する。

(3) ユークリッド単位球間の固有正則写像の剛性について、余次元が大きい場合に研究する。

3. 研究の方法

(1) 有界対称領域は、JB*-triple の単位球と正則同値である。JB*-triple の単位球のメビウス変換についての性質については研究代表者達による結果があるので、それを応用して、メビウス変換のヤコビ行列の作用素ノルムの評価式を求める。

(2) ユークリッド単位球上のカラテオドリ関数の族について研究することにより、正規化された単葉正則写像の族の端点集合について研究する。

(3) Chern-Moser 正規形を用いて、固有正則写像に関する連立微分方程式を導き出す。その連立微分方程式を解き、余次元が大きい場合の固有正則写像の分類を考える。

4. 研究成果

(1) ユークリッド単位球上で "spacious"

レブナー鎖を新たに導入し、ユークリッド単位球上の単葉正則写像の族の端点集合や支持点集合の研究に応用した。

(2) ユークリッド単位球上で A 正規化された "spacious" レブナー鎖を新たに導入し、ユークリッド単位球上の A 正規化された単葉正則写像の族の端点集合や支持点集合の研究に応用した。

(3) 調和関数に対するシュワルツの補題をバナッハ空間の単位球上の多重調和写像に拡張した。調和関数に対するシュワルツ・ピックの補題をバナッハ空間の有界対称領域上の多重調和写像に拡張した。有界対称領域上で Landau の定理や Bloch の定理を証明した。

(4) 螺旋型領域がルンゲであることを示した。また、螺旋型領域上で双正則写像が C^n の自己同型で局所一様近似できることを示した。その応用として、完備双曲的螺旋型領域上でレブナー微分方程式の解の存在と一意性を示した。

(5) 回帰的複素バナッハ空間の場合に、カラテオドリ関数族の精密な増大度・歪曲度・係数評価式をあたえた。また、レブナー微分方程式の解について調べた。g パラメータ表現を持つ写像の増大度・係数評価式を与えた。g パラメータ表現を持ちかつ有界な写像の集合の端点集合や支持点集合について調べた。

(6) カラテオドリ関数族の精密な増大度・歪曲度・係数評価式を有限次元および無限次元の場合に与えた。

(7) 多複素変数の空間における線形凸領域について調べ、多重調和写像の単葉性に応用した。

(8) ユークリッド単位球上のパラメータ表現を持つ単葉正則写像の族の端点集合のレブナー変分も端点集合になることを証明した。また、支持点集合のレブナー変分も支持点集合になる事も証明した。更に、有界なパラメータ表現を持つ単葉正則写像の族についても同様な結果を得た。

(9) 多変数の強星型写像の 2 つの定義の関係について調べた。

(10) 等質単位球上で、正則写像の線形不変族及び多重調和写像のアフィン線形不変族に対する歪曲定理・増大度定理・2 点歪曲定理を与えた。

(11) L^{∞} Loewner chain が Muir タイプの修正された Roper-Suffridge 拡張作用素により不変であることを証明した。その応用として、境界点に関して星型である写像が

Muir タイプの修正された Roper-Suffridge 拡張作用素により不変であることを証明した。

(12) 単位円盤状の星型調和関数が擬等角拡張を持つための十分条件を調べた。

5 . 主な発表論文等

[雑誌論文](計 13 件)

Filippo Bracci, Ian Graham, Hidetaka Hamada and Gabriela Kohr, Variation of Loewner chains, extreme and support points in the class S^0 in higher dimensions, *Constr. Approx.*, 査読有、Vol.43, 2016, pp. 231-251
DOI:10.1007/s00365-015-9302-6

Ian Graham, Hidetaka Hamada, Gabriela Kohr, and Mirela Kohr, Support points and extreme points for mappings with A-parametric representation in C^n , *J. Geom. Anal.*, 査読有、Vol.26, 2016, pp. 1560-1595
DOI:10.1007/s12220-015-9600-z

Hidetaka Hamada and Gabriela Kohr, Pluriharmonic mappings in C^n and complex Banach spaces, *J. Math. Anal. Appl.*, 査読有、Vol.426, 2015, pp. 635-658
DOI: 10.1016/j.jmaa.2015.01.052

Hidetaka Hamada, Approximation properties of spirallike domains of C^n , *Adv. Math.*, 査読有、Vol.268, 2015, pp. 467-477
DOI: 10.1016/j.aim.2014.10.004

Ian Graham, Hidetaka Hamada and Gabriela Kohr, Extremal problems and g-Loewner chains in C^n and reflexive complex Banach spaces, *Topics in Mathematical Analysis and Applications* (eds. T.M. Rassias and L. Toth), Springer Optimization and Its Applications, 査読有、Vol.94, 2014, pp. 387-418
DOI:10.1007/978-3-319-06554-0_16

Ian Graham, Hidetaka Hamada, Tatsuhiro Honda, Gabriela Kohr and Kwang Ho Shon, Growth, distortion and coefficient bounds for Caratheodory families in C^n and complex Banach spaces, *J. Math. Anal. Appl.*, 査読有、Vol.416, 2014, pp. 449-469
DOI: 10.1016/j.jmaa.2014.02.033

Martin Chuaqui, Hidetaka Hamada,

Rodorigo Hernandez and Gabriela Kohr, Pluriharmonic mappings and linearly connected domains in C^n , *Israel J. Math.*, 査読有、Vol.200, 2014, pp. 489-506
DOI:10.1007/s11856-014-0027-1

Ian Graham, Hidetaka Hamada, Gabriela Kohr, and Mirela Kohr, Extremal properties associated with univalent subordination chains in C^n , *Math. Ann.*, 査読有、Vol.359, 2014, pp. 61-99
DOI: 10.1007/s00208-013-0998-y

Hidetaka Hamada, Tatsuhiro Honda, Gabriela Kohr and Kwang Ho Shon, A note on strongly starlike mappings in several complex variables, *Abstr. Appl. Anal.*, 査読有、2014, Art. ID 265718, 4 pp
DOI: 10.1155/2014/265718

Ian Graham, Hidetaka Hamada and Gabriela Kohr, A survey on extreme points, support points and Loewner chains in C^n , *Math. Rep.*, 査読有、Vol.15(65), 2013, pp. 411-423
http://imar.ro/journals/Mathematical_Reports/Pdfs/2013/4/10.pdf

Hidetaka Hamada, Tatsuhiro Honda and Gabriela Kohr, Growth and distortion theorems for linearly invariant families on homogeneous unit balls in C^n , *J. Math. Anal. Appl.*, 査読有、Vol.407, 2013, pp. 398-412
DOI : 10.1016/j.jmaa.2013.05.040

Hidetaka Hamada, Gabriela Kohr, and Jerry R. Muir Jr., Extensions of L^d -Loewner chains to higher dimensions, *J. Anal. Math.*, 査読有、Vol.120, 2013, pp. 357-392
DOI 10.1007/s11854-013-0024-z

Hidetaka Hamada, Tatsuhiro Honda, and Kwang Ho Shon, Quasiconformal extensions of starlike harmonic mappings in the unit disc, *Bull. Korean Math. Soc.*, 査読有、Vol.50, 2013, pp. 1377-1387
DOI : 10.4134/BKMS.2013.50.4.1377

[学会発表](計 21 件)

Filippo Bracci, Ian Graham, 濱田 英隆, Gabriela Kohr (濱田 英隆), Variation of Loewner chains, extreme and support points in the class S^0 in several complex variables, 日本数学会 2016 年度年会、2016 年 3 月 17 日、筑波大学

(茨城県・つくば市)

本田 竜広、Ian Graham、濱田 英隆、Gabriela Kohr、Kwang Ho Shon(本田 竜広)、Radius of univalence and related problems in complex Hilbert spaces、日本数学会2016年度年会、2016年3月17日、筑波大学(茨城県・つくば市)

濱田 英隆、Bonk's distortion theorem and the Bloch constant for Bloch mappings on homogeneous unit balls in C^n 、平成27年度等角写像論・値分布論研究集会、2015年12月5日、山口大学(山口県・山口市)

本田 竜広、Ian Graham、濱田 英隆、Gabriela Kohr、Kwang Ho Shon(本田 竜広)、Growth, distortion and coefficient bounds on complex Banach spaces、日本数学会2015年度秋季総合分科会、2015年9月15日、京都産業大学(京都府・京都市)

濱田 英隆、Bonk's distortion theorem and the Bloch constant for Bloch mappings in C^n 、日本数学会2015年度秋季総合分科会、2015年9月14日、京都産業大学(京都府・京都市)

濱田 英隆、Gabriela Kohr(濱田 英隆)、The Landau theorem in several complex variables、日本数学会2015年度秋季総合分科会、2015年9月14日、京都産業大学(京都府・京都市)

濱田 英隆、Gabriela Kohr(濱田 英隆)、The Schwarz lemma and the Schwarz-Pick lemma in several complex variables、日本数学会2015年度秋季総合分科会、2015年9月14日、京都産業大学(京都府・京都市)

濱田 英隆、The Schwarz lemma, the Schwarz-Pick lemma and the Landau theorem in several complex variables、The 23rd International Conference on Finite or Infinite Dimensional Complex Analysis and Applications、2015年8月27日、九州産業大学(福岡県・福岡市)

本田 竜広、Ian Graham、濱田 英隆、Gabriela Kohr、Kwang Ho Shon(本田 竜広)、Sufficient conditions for univalence in complex Banach spaces、日本数学会2015年度年会、2015年3月24日、明治大学(東京都・文京区)

濱田 英隆、Approximation of holomorphic mappings on spirallike domains in C^n 、日本数学会2015年度年会、2015年3月23日、明治大学(東京都・文京区)

濱田 英隆、The Schwarz lemma, the Schwarz-Pick lemma and the Landau theorem for pluriharmonic mappings、第4回福岡複素解析シンポジウム、2015年3月13日、九州大学(福岡県・福岡市)

濱田 英隆、The Schwarz Lemma and the Schwarz-Pick Lemma for Pluriharmonic Mappings and Their Applications、研究集会「リーマン面論の展望」、2014年12月13日、山口大学(山口県・山口市)

本田 竜広、濱田 英隆、Gabriela Kohr、Kwang Ho Shon(本田 竜広)、Strongly starlike mappings in several complex variables、日本数学会2014年度秋季総合分科会、2014年9月26日、広島大学(広島県・東広島市)

本田 竜広、濱田 英隆、Gabriela Kohr(本田 竜広)、Growth and distortion theorems for pluriharmonic mappings、日本数学会2014年度秋季総合分科会、2014年9月26日、広島大学(広島県・東広島市)

Hidetaka Hamada、Extreme points and support points associated with univalent subordination chains in C^n 、The 22nd International Conference on Finite or Infinite Dimensional Complex Analysis and Applications、2014年8月9日、慶州市(韓国)

濱田 英隆、Ian Graham、Gabriela Kohr、Mirela Kohr(濱田 英隆)、Extremal properties associated with univalent subordination chains in C^n 、日本数学会2014年度年会、2014年3月15日、学習院大学(東京都・豊島区)

濱田 英隆、Ian Graham、Gabriela Kohr、Mirela Kohr(濱田 英隆)、Loewner differential equations in reflexive complex Banach spaces、日本数学会2014年度年会、2014年3月15日、学習院大学(東京都・豊島区)

濱田 英隆、Martin Chuaqui、Rodrigo

Hernandez、Gabriela Kohr(濱田 英隆)Pluriharmonic mappings and linearly connected domains in C^n 、日本数学会2014年度年会、2014年3月15日、学習院大学(東京都・豊島区)

本田 竜広、濱田 英隆、Gabriela Kohr(本田 竜広)、Growth and distortion theorems on homogeneous unit balls、日本数学会2014年度年会、2014年3月15日、学習院大学(東京都・豊島区)

濱田 英隆、Pluriharmonic Mappings and Linearly Connected Domains in C^n 、研究集会「リーマン面論の展望」、2013年12月7日、山口大学(山口県・山口市)

〔その他〕

ホームページ等

<http://ras.kyusan-u.ac.jp/professor/0003820/profile.html>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

濱田 英隆 (HAMADA, Hidetaka)
九州産業大学・工学部・教授
研究者番号：30198808

(2) 連携研究者

本田 竜広 (HONDA, Tatsuhiko)
広島工業大学・工学部・教授
研究者番号：20241226