

平成 30 年 6 月 13 日現在

機関番号：13701

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2017

課題番号：25400157

研究課題名(和文) 圧縮性流体の数学的解明

研究課題名(英文) Mathematical elucidation of compressible fluid dynamics

研究代表者

柘植 直樹 (TSUGE, Naoki)

岐阜大学・教育学部・准教授

研究者番号：30449897

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、主に次の3つの研究を行った。1つ目は、ノズル内を流れる気体の運動を表す方程式を考え、その方程式の時間大域解の存在を示した。2つ目は、気体に外力を加えた現象を表す方程式を考え、その方程式の時間大域解の存在を示した。3つ目は、低階の項のついた単独の保存則を考え、その時間大域解の存在を示した。

研究成果の概要(英文)：In this research, we are concerned with the following three subjects. First, we consider the equation, which represents the motion of gas in a nozzle and prove the global existence of a solution. Second, we consider the equation, which represents the gas with an outer force and prove the global existence of a solution. Third, we consider a scalar conservation law and prove the global existence of a solution.

研究分野：偏微分方程式

キーワード：偏微分方程式 圧縮性オイラー方程式 流体力学 解の存在 不変領域

1. 研究開始当初の背景

(a) ノズル内の気体の運動を表す方程、
(b) 外力を加えた気体の運動を表す方程式、
(c) 低階の項のついた単独保存則を扱った。(a)と(b)は、特に圧縮性非粘性気体を考えた。そのため、方程式として、流体の基礎方程式である圧縮性オイラー方程式を研究した。以下、各項目に対して、研究開始当初の背景について述べる。

(a) 気体が音速の値を取るときが、物理的に重要な場合である。しかしながら、音速の値を取る時間大域解の存在は、長い間未解決問題であった。

(b) 解の時間大域解の存在は、昔から知られていた。しかしながら、解の安定性(解がある有界領域に留まり続ける)ということは未解決であった。

(c) 単独保存則は1階斉次の偏微分方程式である。その方程式に微分されていない低階の項を加えた方程式を考えた。この場合、一般には、解の時間大域解の存在は分かっていない。

2. 研究の目的

(a) 音速の値を取る時間大域解の存在を示すことが目的である。

(b) 外力が時間変数と空間変数に関して、可積分のときに、解の存在と安定性を示すことが目的である。

(c) 低階の項に、空間変数に関して、可積分な係数の付けた場合に、解の時間大域解の存在を示すことが目的である。

3. 研究の方法

いずれの場合も、解の有界評価を導出することが困難な点である。それを解決するために、既存の不変領域を拡張した、空間変数に依存する不変領域を用いた。また、それを適用するために、近似解の構成方法として、改良 Godunov の差分法を導入した。さらに、近似解の収束を示すために、補償コンパクト性の理論を用いた。

4. 研究成果

(a) ノズルがラバル管という狭まり広がり(砂時計のような形)をした応用上最も重要な場合に、音速の値を含む任意の有界な初期値に対して、時間大域解の存在を示すことができた。一般の形状のノズルの場合は、遠方で断面積が一定だという条件の下、同様の結果を得た。
(b) 外力が時間変数と空間変数に関して可積分のときに、解の存在と安定性を示すことができた。即ち、時間大域解が存在して、解はある有界領域に留まり続けることを示した。

(c) 低階の項に、空間変数に関して、可

積分な係数の付けた場合に、解の時間大域解の存在を示すことができた。さらに、移流項と低階の項に関する条件を課すことで、任意の有界な初期値に対して、時間大域解が存在することを示した。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計 6 件)

Tsuge, Naoki, Global entropy solutions to the compressible Euler equations in the isentropic nozzle flow for large data. *Nonlinear Anal. Real World Appl.* 査読有 37 (2017), 217–238.

<http://dx.doi.org/10.1016/j.nonrwa.2017.02.014>

Tsuge, Naoki, Existence of a global solution for a scalar conservation law with a source term: nonlinear resonance, invariant region depending on the space variable. *Acta Appl. Math.* 査読有 147 (2017), 177–186.

DOI 10.1007/s10440-016-0073-2

Tsuge, Naoki, Existence and stability of solutions to the compressible Euler equations with an outer force. *Nonlinear Anal. Real World Appl.* 査読有 27 (2016), 203–220.

<http://dx.doi.org/10.1016/j.nonrwa.2015.07.017>

Tsuge, Naoki, Existence of a global solution to a scalar conservation law with a source term for large data. *J. Math. Anal. Appl.* 査読有 432 (2015), no. 2, 862–867.

<http://dx.doi.org/10.1016/j.jmaa.2015.07.011>

Tsuge, Naoki, Existence of global solutions for isentropic gas flow in a divergent nozzle with friction. *J. Math. Anal. Appl.* 査読有 426 (2015), no. 2, 971–977.

<http://dx.doi.org/10.1016/j.jmaa.2015.01.031>

Tsuge, Naoki, Isentropic gas flow for the compressible Euler equation in a nozzle. *Arch. Ration. Mech. Anal.* 査読有 209 (2013), no. 2, 365–400.

<https://doi.org/10.1007/s00205-013-0637-5>

〔学会発表〕(計 12 件)

柘植直樹, 「ノズル内の気体の等エントロピー流れ」, 第1回松江数理生物学・現象数理学ワークショップ, 松江テルサ, 2017年11月30日

Tsuge, Naoki, Global entropy solutions to the compressible Euler equations in the isentropic nozzle ow for large data: Application of the generalized invariant regions and the modified Godunov scheme, 流体と気体の数学解析, 京都大学数理解析研究所, 2017年7月7日

柘植直樹, 「ノズル内の気体の等エントロピー流れ: 時間大域解の存在, 一般化された不変領域, 改良 Godunov スキーム」, 日本数学会, 首都大学東京, 2017年3月26日

柘植直樹, 「ノズル内の等エントロピー流」, 若手による流体力学の基礎方程式研究集会(代表者: 谷内靖), 名古屋大学, 2017年1月9日

柘植直樹, 「外力項のついた圧縮性オイラー方程式の初期値問題について」, 日本数学会, 筑波大学, 2016年3月18日

柘植直樹, 「Motion of the inviscid gas through a nozzle -existence of a time global solution and invariant regions-」, 第137回神楽坂解析セミナー(代表者: 伊藤弘道), 東京理科大学, 2015年10月24日

柘植直樹, 「圧縮性オイラー方程式の時間大域解について ノズル内の等エントロピー流」, 金沢解析研究会 2015(代表者: 和田出秀光), 金沢大学サテライト・プラザ, 2015年8月27日

Tsuge, Naoki, Motion of the inviscid gas through a nozzle : Existence of a time global solution and invariant regions , IMS Workshop on Nonlinear PDEs from Fluids and Related Topics , 香港中文大学 , 2014年3月25日

柘植直樹, 「非線形音響学に現れる Kuznetsov 方程式について-初期値問題に対する漸近安定性-」, 若手による流体力学の基礎方程式研究集会(代表者: 谷内靖), 名古屋大学, 2014年1月7日

柘植直樹, 「ノズル内の等エントロピー流れ」, 第3回室蘭非線形解析研究会(代表者: 加藤正和), 室蘭工業大学, 2013年

11月2日

Tsuge, Naoki, Motion of the inviscid gas through a nozzle : Existence of a time global solution and invariant regions, Fourth Japan-China Workshop on Mathematical Topics from Fluid Mechanics, 東京工業大学, 2013年9月19日

柘植直樹, 「ノズル管内の気体の運動-時間大域解の存在と不変領域-」, 日本数学会, 京都大学, 2013年3月22日

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

取得状況(計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
取得年月日:
国内外の別:

〔その他〕
ホームページ等

6. 研究組織

(1)研究代表者
柘植 直樹 (TSUGE Naoki)
岐阜大学教育学部
研究者番号: 30449897

(2)研究分担者
なし

(3)連携研究者
なし

(4)研究協力者
松村 昭孝 (MATSUMURA Akitaka)
大阪大学・情報学研究科・名誉教授

研究者番号：60115938