

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 20 日現在

機関番号：14401

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2016

課題番号：25400159

研究課題名(和文)非線形分散型方程式の大域ダイナミクス

研究課題名(英文)Global dynamics of nonlinear dispersive equations

研究代表者

中西 賢次(Nakanishi, Kenji)

大阪大学・情報科学研究科・教授

研究者番号：40322200

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,800,000円

研究成果の概要(和文)：非線形 Schrodinger 方程式の大域ダイナミクスに関して、2つの大きく異なるソリトン族を含むエネルギー空間領域で分類した。具体的には、線形・非線形ポテンシャルの夫々が主要な相互作用として生成する基底状態ソリトンと第1励起状態ソリトンを含むようなエネルギー制約条件の下で解の大域挙動を分類し、変遷の仕方を記述した。線形ポテンシャルの空間非斉次性により、ガリレイ不変性に対応するソリトン族は失われるが、大域挙動を分ける境界面は維持される。一般化 KdV 方程式、水面波方程式、Zakharov 方程式系、Gross-Pitaevskii 方程式についても解の大域挙動分類について部分的結果を得た。

研究成果の概要(英文)：Concerning the global dynamics of the nonlinear Schrodinger equation, classification is given in the energy region containing two families of solitons which are very different from each other. More precisely, classification on global behavior of solutions and description of the transition are given under an energy constraint such that the ground state solitons and the first excited state solitons are contained, which are generated mainly from the interaction with the linear and the nonlinear potentials, respectively. Moreover, partial results are obtained on classification of global behavior of solutions for the generalized KdV equations, the water wave equations, the Zakharov systems and the Gross-Pitaevskii equations.

研究分野：偏微分方程式論

キーワード：非線形分散型方程式 解の大域挙動 ソリトン 基底状態 励起状態 解の爆発 非線形散乱理論 漸近安定性

1. 研究開始当初の背景

非線形分散型方程式とは、波の分散性と、非線形相互作用とを主要なメカニズムとする、波動の時空発展を表す一群の偏微分方程式である。その解は、分散性と非線形性の競合次第で、一つの方程式でも、時間減衰・ソリトン・爆発など、様々な挙動を示す。偏微分方程式の立場から、これら解の典型的な挙動については膨大な研究結果があるが、それらの大部分は、方程式や初期条件などの設定で、特定の現象のみ生じる事が予め分かる状況であった。

2. 研究の目的

非線形分散型方程式の解の時空大域挙動を、エネルギー空間上の無限次元 Hamiltonian 力学系として解析し、解の大域挙動としてどのような形があり得るかを分類し、異なる挙動の解集合同士がどのような位相的關係にあるか、特にそれらの境界集合について調べる事。

3. 研究の方法

非線形分散型方程式の大域ダイナミクスの解析を、まずエネルギーが比較的低い部分と、基底状態の中心安定多様体の近傍との2点から始め、それを、エネルギー空間と、方程式の適用範囲との双方で、徐々に拡張していく。海外研究者との共同研究が主体のため、研究打合せの訪問・招聘を行う。

4. 研究成果

非線形 Schrodinger 方程式の大域ダイナミクスに関して、2つの大きく異なるソリトン族を含むエネルギー空間領域での分類を与えた。具体的には、線形・非線形ポテンシャルの夫々が主要な相互作用として生成する基底状態ソリトンと第1励起状態ソリトンを含むようなエネルギー制約条件の下で解の大域挙動を分類し、変遷の仕方を記述した。線形ポテンシャルの空間非斉次性により、ガリレイ不変性に対応するソリトン族は失われるが、大域挙動を分ける境界面は維持される。また、一般化 KdV 方程式、水面波方程式、Zakharov 方程式系、Gross-Pitaevskii 方程式や共形不変非線形波動方程式につい

ても解の大域挙動分類について部分的結果を得た。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 12 件)

- 1) Nader Masmoudi and Kenji Nakanishi, "Multifrequency NLS scaling for a model equation of gravity-capillary waves", *Comm. Pure Appl. Math.*, 66 (2013) 1202-1240 (査読有)
- 2) Joachim Krieger, Wilhelm Schlag and Kenji Nakanishi, "Threshold Phenomenon for the Quintic Wave Equation in Three Dimensions", *Comm. Math. Phys.*, 327 (2014), 309-332 (査読有)
- 3) Zihua Guo, Kenji Nakanishi and Shuxia Wang, "Global dynamics below the ground state energy for the Klein-Gordon-Zakharov system in the 3D radial case", *Communications in Partial Differential Equations*, 39 (2014), 1158-1184 (査読有) .
- 4) Zihua Guo, Sanghyuk Lee, Kenji Nakanishi and Chengbo Wang, "Generalized Strichartz Estimates and Scattering for 3D Zakharov System", *Comm. Math. Phys.*, 331 (2014), 239-259 (査読有) .
- 5) Slim Ibrahim, Nader Masmoudi and Kenji Nakanishi, "Threshold solutions in the case of mass-shift for the critical Klein-Gordon equation", *Transactions of the AMS*, 366 (2014), 5653-5669 (査読有) .
- 6) Dan-Andrei Geba, Kenji Nakanishi and Xiang Zhang, "Sharp Global Regularity for the 2 + 1-Dimensional Equivariant Faddeev Model", *International Mathematical Research Notices*, (2015), 1-17 (査読有) .
- 7) Slim Ibrahim, Nader Masmoudi and Kenji Nakanishi, "Trudinger-Moser inequality on the whole plane with the exact growth condition", 17 (2015), 819-835 (査読有) .
- 8) Joachim Krieger, Kenji Nakanishi, Wilhelm Schlag, "Center-stable manifold of the ground state in the energy space for the critical wave equation", *Mathematische Annalen*, 361 (2015) 1-50 (査読有) .
- 9) Chongsheng Cao, Slim Ibrahim, Kenji Nakanishi, Edriss S. Titi, "Finite-Time Blowup for the Inviscid Primitive Equations of Oceanic and Atmospheric Dynamics", *Communications in Mathematical Physics*, 337 (2015) 473-482 (査読有) .
- 10) Yvan Martel, Frank Merle, Kenji Nakanishi, Pierre Raphael, "Codimension One Threshold Manifold for the Critical

gKdV Equation”, Communications in Mathematical Physics, 342 (2016), 1075-1106 (査読有) .

- 11) Ioan Bejenaru, Zihua Guo, Sebastian Herr and Kenji Nakanishi, “Well-posedness and scattering for the Zakharov system in four dimensions”, Analysis & PDE, 8 (2015), 2029-2055 (査読有) .
- 12) Kenji Nakanishi and Tristan Roy, “Global dynamics above the ground state for the energy-critical Schrodinger equation with radial data”, Commun. Pure Appl. Anal., 15 (2016), 2023-2058 (査読有) .

[学会発表] (計 10 件)

- 1) Kenji Nakanishi, “Multi-frequency NLS limit for a model equation of water wave”, Harmonic Analysis and Partial Differential Equations, closing workshop (招待講演), 2014年08月04日 ~ 2014年08月08日, University of Bonn (ドイツ・ボン) .
- 2) Kenji Nakanishi, “Global dynamics of nonlinear dispersive equations above the ground state energy”, Differential Geometry-Mathematical Physics-PDE seminar (招待講演), 2014年11月04日 ~ 2014年11月04日, University of British Columbia (カナダ・バンクーバー)
- 3) Kenji Nakanishi, “Classification of global dynamics for nonlinear dispersive equations”, JAMI seminar (招待講演), 2015年02月06日 ~ 2015年02月20日, Johns Hopkins University (アメリカ・ボルチモア)
- 4) Kenji Nakanishi, “Scattering and wellposedness for the Zakharov system in 4D”, International Conference of Harmonic Analysis and Applications(招待講演)(国際学会), 2015年05月24日, Central China Normal University (中国・武漢)
- 5) Kenji Nakanishi, “Global dynamics of nonlinear dispersive equations”, Introductory Workshop: Randomness and long time dynamics in nonlinear evolution differential equations(招待講演)(国際学会), 2015年08月27日 ~ 28日, Mathematical Sciences Research Institute (アメリカ・パークレイ)
- 6) Kenji Nakanishi, “Scattering for the Gross-Pitaevskii equation in the energy space”, Fundamental Problems in Mathematical and Theoretical Physics(招待講演) (国際学会), 2015年10月03日, 早稲田大学 (東京)
- 7) Kenji Nakanishi, “Global dynamics beyond the first excited

state of the nonlinear Schrodinger equation with a potential”,

Annual Meeting of the Taiwan Mathematical Society (招待講演)(国際学会), 2015年12月20日, National University of Kaohsiung (台湾・高雄)

- 8) Kenji Nakanishi, “Scattering for the Gross-Pitaevskii equation in the 3D radial energy space”, Second Workshop on Evolution Equations in Valdivia (招待講演) (国際学会), 2016年12月16日, Universidad Austral de Chile (チリ・ヴァルディヴィア)
- 9) Kenji Nakanishi, “Maximizers of a Trudinger-Moser-type inequality with the critical growth on the whole plane”, 偏微分方程式の 解の形状解析 (招待講演), 2016年11月10日, 数理解析研究所 (京都)
- 10) Kenji Nakanishi, “Wellposedness and scattering for the Zakharov system in four dimensions”, Nonlinear Waves 2016 (招待講演) (国際学会), 2016年05月23日, Institut des Hautes Etudes Scientifiques (フランス・Bures-sur-Yvette)

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

出願状況 (計 0 件)

名称 :
発明者 :
権利者 :
種類 :
番号 :
出願年月日 :
国内外の別 :

取得状況 (計 0 件)

名称 :
発明者 :
権利者 :
種類 :
番号 :
取得年月日 :
国内外の別 :

[その他]
ホームページ等

6 . 研究組織

(1) 研究代表者

中西賢次 (Nakanishi, Kenji)
大阪大学・大学院情報科学研究科・教授
研究者番号 40322200

(2)研究分担者
()

研究者番号：

(3)連携研究者
()

研究者番号：

(4)研究協力者

Wilhelm Schlag (海外共同研究者)

Joachim Krieger (海外共同研究者)

Stephen Gustafson (海外共同研究者)

Tai-Peng Tsai (海外共同研究者)

Nader Masmoudi (海外共同研究者)

Slim Ibrahim (海外共同研究者)

Zihua Guo (海外共同研究者)