

平成 29 年 5 月 22 日現在

機関番号：12301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2016

課題番号：25400192

研究課題名(和文)ラムダ計算の型問題に対する可解性・非可解性の特徴付け

研究課題名(英文)On decidability and undecidability of type-related problems of lambda-calculi

研究代表者

藤田 憲悦 (Fujita, Ken-etsu)

群馬大学・大学院理工学府・准教授

研究者番号：30228994

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,900,000円

研究成果の概要(和文)：ラムダ式の定式化と型問題の決定可能性との依存関係を詳細に研究した。そのために、決定可能な定式化(チャーチ流)と決定不能な定式化(カリー流)との間に位置する中間的構造を持つラムダ式を系統分類的に導入した。そして、式のスタイルに順序関係を導入して、式のスタイルでパラメータ化された型問題の定式化を与えることができた。これにより、ラムダ式の基本問題や性質が、スタイルのパラメータで分類されて、問題の本質的条件を解明する枠組みが得られた。これらにより、ラムダ計算の型問題に対する可解性・非可解性の特徴づけを式のスタイルの観点から明らかにすることができた。

研究成果の概要(英文)：We study decidability and undecidability of type-related problems of lambda-calculi from the viewpoint of styles of terms between Church and Curry. First, intermediate lambda-terms are introduced with a style between decidable Church-style and undecidable Curry-style. Then an order is naturally associated to the style, which is preserved under CPS-translations from polymorphic lambda-terms into existential lambda-terms. In this way, we obtain a general framework such that undecidable problems of polymorphic lambda-calculus can be embedded into those of existential lambda-calculus. This study reveals what causes the differences in decidability and undecidability on the type-related problems in terms of styles of terms.

研究分野：ソフトウェア基礎理論

キーワード：ラムダ計算 型検査問題 型推論問題 決定可能性 チャーチ流 カリー流 チャーチ・ロッサーの定理

1. 研究開始当初の背景

ラムダ計算はチューリング機械と同様に万能な計算モデルであり、関数型プログラミング言語の基礎理論でもある。また、関数の定義域・値域に相当する概念を形式化した型付きラムダ計算もある。そして、型付きラムダ計算の基本問題として、型検査・型推論問題がある。ここで、これまでの研究から、ラムダ計算の型問題の決定可能性は、ラムダ式の定式化に大きく依存していることが明らかになってきた。

2. 研究の目的

ラムダ式の定式化の観点から、2階ラムダ計算の型推論問題、及び型検査問題の計算可能性・不可能性を特徴付ける本質的な条件を解明することを目的とする。

3. 研究の方法

決定問題に関する本質的な条件を解明するために、決定可能な定式化(チャーチ流)と決定不能な定式化(カリー流)との間に位置する中間的構造を持つラムダ式を系統分類的に導入する。そして、ラムダ式の中のどの情報を省略すると型問題が非可解(計算不能)となるのか、また、どの情報を追加すると可解(計算可能)となるのかを具体的に明らかにしていく。

4. 研究成果

チャーチ流とカリー流の中間的構造を持つラムダ式を系統的に導入することにより、式の定式化と型問題の関係が明確になった。そして、式のスタイルに依存する問題と依存しない問題の切り分けを行うことができた。これは、今後の研究の展開に大きな意味を与えた。さらに、式のスタイルに順序関係を導入して、式のスタイルでパラメータ化された型問題の定式化を与えることができた。これにより、ラムダ式の基本問題や性質が、式のパラメータで分類されて、問題の本質的な条件を解明する枠組みが得られた。特に、ラムダ抽象の定義域の型が重要な役割を担っていることが明らかになった。次に、多相型ラムダ計算から存在型ラムダ計算への変換を導入した。そして、この変換はスタイルの順序関係を保存することにより、多相型ラムダ計算の決定不能な問題が存在型ラムダ計算のそれにも遺伝することが示された。型問題に関するこれらの成果は、研究協力者の A. Schubert(University of Warsaw)との共著論文で発表した。さらに、2013年のソフトウェア科学会での型問題に関する研究発表は、高橋奨励賞を受賞した。

また、古典論理の体系を直観主義論理に限定する自然な構文条件についても明らかに

した。これまでは、可能世界モデルを活用していたが、簡約だけで直観主義論理の証明かどうかを区別することができた。この結果は、研究分担者の古森、及び研究協力者の松田、鹿島との共著論文で発表した。

加えて、研究分担者の倉田は、非外延性の観点から、層論的手法を用いて高階逐次アルゴリズムの研究を行い、今後の発展が見込まれる段階まで到達している。

さらに、ラムダ計算の合流性をシステムチックに証明する手法に関する研究も行った。そして、書換え系が合流性を持つための十分条件について解明した。この成果は、研究協力者の中澤との共著論文として発表した。また、その研究成果は、2015年のソフトウェア科学会でも報告して、中澤の研究発表に対して高橋奨励賞が授与された。

一方、2014年には、Jean-Pierre Jouannaud教授(University of Paris-Sud)と研究協力者の Aleksy Schubert 教授をそれぞれ招聘して、書換え系と型問題に関する包括的議論をそれぞれ行った。また、2015年には、Preining Norbert 博士(JAIST)を招聘して、ゲーデル論理と証明の計算的意味に関する研究討議を行った。2016年には、Aart Middeldorp教授(Univeristy of Innsbruck)の訪問を受けて、合流性に関する深い議論を行うことができた。

さらに、「ラムダ計算と論理のセミナー」を、2013年3月(藤田担当)、2013年9月(倉田担当)、2014年3月(藤田担当)、2014年9月(倉田担当)、2015年3月(藤田担当)、2015年9月(古森担当)、2016年3月(倉田担当)、2017年3月(松田担当)とそれぞれ草津セミナーハウスで開催した。そして、東北大学、群馬大学、東京大学、東京工業大学、京都大学などから参加した若手研究者と関連するテーマについて活発な研究討議を行い、また海外からの招聘研究者との研究交流も深めることができた。

開始当初は、ラムダ式の定式化と型問題の決定可能性との依存関係を詳細に研究していた。その大きな副産物として、簡約の性質と計算量との興味深い関係も徐々に明らかになってきた。合流性に関するその成果の一つについては、2016年の国際会議で研究発表を行った。この研究手法をさらに推し進めることにより、型問題に限らず様々な基本問題の可解性、及び計算量の特徴付ける新たな研究の展開やその枠組みの構築につながることも大いに期待される。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 12件)

K. Fujita: On Upper Bound on the Church-Rosser Theorem, Electronic Proceedings in Theoretical Computer

Science Vol. 245, pp. 16–31, 2017. (査読有) 10.4204/EPTCS.235
K. Fujita, R. Kashima, Y. Komori, N. Matsuda: Reduction Rules for lambda-rho-calculus, *Studia Logica* Vol. 103, pp. 1225–1244, 2015. (査読有) 10.1007/s11225-015-9616-1
K. Fujita: On styles of lambda2-terms --- Extended abstract ---, *京都大学数理解析研究所講究録* Vol. 1950, pp. 73–92, 2015. (査読無)
倉田俊彦: On Sheaves Categorically Equivalent to Distributive Concrete Domains, *京都大学数理解析講究録* Vol. 1950, pp. 12–27, 2015. (査読無)
K. Fujita, A. Schubert: Existential type systems between Church and Curry style (type-free style), *Theoretical Computer Science* Vol. 549, pp. 17–35, 2014. (査読有) <http://dx.doi.org/10.1016/j.tcs.2014.05.019>
A. Schubert, K. Fujita: A note on subject reduction in (\rightarrow , E)-Curry with respect to complete development, *Information Processing Letters* Vol. 114, pp. 72–75, 2014. (査読有) 10.1016/j.ipl.2013.07.027
藤田憲悦:ラムダ計算の型問題について --- 数学基礎論からプログラミング言語の構造へ ---, *数学* Vol. 66, pp. 78–89, 2014. (査読有)
Y. Komori, N. Matsuda, F. Yamakawa: A Simple Proof of the Church-Rosser Theorem, *Studia Logica* Vol. 102, pp. 175–183, 2014. (査読有) 10.007/s11225-013-9470-y
K. Fujita, A. Schubert: Decidable structure between Church-style and Curry-style, *Leibniz International Proceedings in Informatics* Vol. 21, pp. 190–205, 2013. (査読有) 10.4230/LIPIcs.RTA.2013.140
K. Fujita: On fine structures between Church-style and Curry-style lambda2-terms, *京都大学数理解析講究録* Vol. 1832, pp. 73–87, 2013. (査読無)
倉田俊彦: Sheaf-theoretical representation of concrete domains, *京都大学数理解析講究録* Vol. 1832, pp. 8–18, 2013. (査読無)
Y. Komori: Lambda rho-calculus II, *Tsukuba Journal of Mathematics* Vol. 37, pp. 307–320, 2013. (査読有)

[学会発表](計 12件)

倉田俊彦: 高階逐次アルゴリズムの分解について, *日本数学会 2017 年度年会*, 2017 年 3 月 25 日, 首都大学東京

K. Fujita, K. Nakazawa: Church-Rosser theorem and Compositional Z-property, *日本ソフトウェア科学会大会*, 2016 年 9 月 6 日, 東北大学

K. Nakazawa, K. Fujita: Compositional Z: confluence proofs for permutative conversion, *JAIST JSPS Core-to-Core Program*, 2016 年 9 月 16 日, 京都大学

K. Fujita: On the Church-Rosser Theorem, *日本数学会秋季総合分科会*, 2016 年 9 月 18 日, 関西大学

K. Fujita: On upper bound on the Church-Rosser theorem, *3rd Workshop on Rewriting Techniques for Program Transformation and Evaluation*, 2016 年 6 月 23 日, University of Porto

藤田憲悦: 定理証明とモデル検査, 依頼シンポジウム「ビッグデータの解析と基盤に関わる科学技術の俯瞰と展開」, *電子情報通信学会*, 2016 年 3 月 16 日, 九州大学 (招待講演)

K. Nakazawa, K. Fujita: Compositional Z: Confluence Proofs for Permutative Conversion, *日本ソフトウェア科学会*, 2015 年 9 月 8 日, 早稲田大学 (登壇者の中澤が高橋奨励賞受賞)

中澤巧爾, 藤田憲悦: 置換簡約を含むラムダ計算の合流性, 第 17 回プログラミングおよびプログラミング言語ワークショップ (PPL2015), 2015 年 3 月 4–6 日, 松山市

倉田俊彦: 分配具象領域と領域層の圏論的等価性に関する考察, *日本数学会秋季総合分科会*, 2014 年 9 月 28 日, 広島大学

K. Fujita, A. Schubert: Intermediate lambda-terms between Church and Curry, *日本数学会 2014 年度年会*, 2014 年 3 月 15 日, 学習院大学

藤田憲悦: ラムダ計算の型問題を支配する本質的情報について, *日本ソフトウェア科学会大会*, 2013 年 9 月 13 日, 東京大学 (高橋奨励賞受賞)

倉田俊彦: Sheaf-theoretical representation of concrete domains, *日本数学会秋季総合分科会*, 2013 年 9 月 26 日, 愛媛大学

[図書](計 0件)

[産業財産権]

出願状況(計 0件)

取得状況(計 0件)

[その他]

ホームページ等

<http://www.cs.gunma-u.ac.jp/~fujita/>

<http://komoriyuichi.web.fc2.com/symposium/KusatsuSeminar/2013/index2.html>

<http://www.cs.gunma-u.ac.jp/~fujita/2014.03LLSinKusatsu.htm>

<http://www.i.hosei.ac.jp/~kurata/2014LLS/>

<http://www.cs.gunma-u.ac.jp/~fujita/2015.03LLSinKusatsu.htm>

<http://komoriyuichi.web.fc2.com/symposium/KusatsuSeminar/2015/2015.09LLSKusatsu.htm>

<http://www.i.hosei.ac.jp/~kurata/2016LLS/>

http://www.geocities.jp/naosuke_not_good/event/lls_spring_2017.html

6. 研究組織

(1) 研究代表者

藤田 憲悦 (FUJITA KENETSU)
群馬大学・大学院理工学府・准教授
研究者番号：30228994

(2) 研究分担者

古森 雄一 (KOMORI YUUICHI)
千葉大学・大学院理学研究科・名誉教授
研究者番号：10022302

倉田 俊彦 (KURATA TOSHIHIKO)
法政大学・経営学部・教授
研究者番号：40311899

(3) 研究協力者

Aleksy Schubert
University of Warsaw, Institute of Informatics, Professor

鹿島 亮 (KASHIMA RYO)
東京工業大学・情報理工学院・准教授

中澤巧爾 (NAKAZAWA KOJI)
名古屋大学・情報科学研究科・准教授

松田 直祐 (MATSUDA NAOSUKE)
神奈川大学・理学部・助手