

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 30 年 6 月 25 日現在

機関番号：32678

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2017

課題番号：25400211

研究課題名(和文) ヒルベルト空間値確率変数列の中心極限定理の精密化と対称統計量の漸近理論への応用

研究課題名(英文) Asymptotic Expansions for U- and V-statistics with Degenerate Kernels

研究代表者

金川 秀也 (Kanagawa, Shuya)

東京都市大学・共通教育部・教授

研究者番号：50185899

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,900,000円

研究成果の概要(和文)：これまで対称統計量の漸近理論は主に独立同分布確率変数列に対して研究が行われてきた。しかし数理ファイナンスにおける金融データ解析のように確率微分方程式や線形時系列モデルによってモデリングされる場合にはデータの従属性を仮定する必要があるが、本研究によって対称統計量の漸近理論を従属確率変数列の場合に拡張することある程度できた。また退化型対称統計量のエッジワース展開について V. Bentkus, F. Gotze(1999)の結果を拡張し、2次項の誤差オーダーまで広義の中心極限定理の精密化が行えることを示した。さらに本研究において、任意の誤差オーダーに対する補正項を求めることができた。

研究成果の概要(英文)：We consider asymptotically normal statistics which are symmetric functions of N i.i.d. random variables. For these statistics we prove the validity of an Edgeworth expansion with remainder of the large order of n to the power of (-2) under Cramer's condition on the linear part of the statistic and moment assumptions for all parts of the statistic. By means of a counterexample we show that it is generally not possible to obtain an Edgeworth expansion with remainder of the large order of n to the power of (-2) without imposing additional assumptions on the structure of the nonlinear part of the statistic.

研究分野：確率論

キーワード：Symmetric Statistics Central Limit Theorem Asymptotic Expansion U-statistics V-statistics Edgeworth expansion

1. 研究開始当初の背景

対称統計量、特に U-統計量と V-統計量について、それらの核関数が退化している場合について考察する。核関数が非退化の場合は H-分解と呼ばれるマルチンゲールを用いた解析が可能であり、漸近展開などの詳しい理論が知られている。一方、核関数が非退化の場合は H-分解が適用できないためにこのような精密な解析が困難であった。申請者は Stoch. Proc. Appl., Vol. 49 (1994) に提案したある種のヒルベルト空間に値を取る確率変数列の単純和によって対称統計量を表現する方法を用いて独立確率変数列に対する対称統計量のエッジワース展開について考察する。さらにこの結果を従属確率変数列、特に AR モデル等の線形時系列の場合に拡張する。

従来退化型核関数を持つ対称統計量に関しては、その解析の困難さから独立確率変数列に関する研究しかされてこなかった。この問題を解決するためにはまず対称統計量をヒルベルト空間に値を取る確率変数列の単純和によって表現し、次にヒルベルト空間値確率変数列に従属性を仮定して和に関する漸近性を調べるという 2 段階の手法を取ることで問題を解決する。勿論、このような考え方はこれまでの研究には全くなかったものである。

2. 研究の目的

退化型対称統計量のエッジワース展開について V.Bentkus, F.Gotze(1999)は誤差オーダー $o(n^{-1})$ を求めるために 70 ページもの大掛かりな証明を行った。本研究では、対称統計量をヒルベルト空間に値を取る確率変数列の単純和によって表現し、次にヒルベルト空間値確率変数列の和に関する漸近性を調べるという 2 段階の手法を取ることで、これまで 20 ページ足らずの証明になる。これは単に証明が簡略化されたというだけでなく証明の見通しが明解になるために、得られた結果を一般化する、Darkhovskh 型変化点推定量のような対称統計量に近い統計量を扱う、確率変数列の従属性を考慮するなどの場合に、この 2 段階の手法は非常に有効であると予想される。

これまで対称統計量は主に独立確率変数列に対して研究されてきた。混合性などの従属確率変数列に対する拡張も行われたが非退化型対称統計量に関するものがほとん

どで、退化型対称統計量に対して従属性を仮定する場合への拡張は行われていない。しかし、数理ファイナンスにおける収益率データ解析のように線形時系列モデルを考慮する場合はデータの従属性を仮定する必要がある。本研究はこのような応用を目的として、従来得られた対称統計量の漸近理論を従属確率変数の場合へ拡張を行う。数理ファイナンスのようなランダムデータの時系列解析において、データの基本的な性質が変化した時点を発見することは、その後の迅速な戦略の変更のために必要不可欠である。このような応用を想定して、時系列解析におけるパラメータの推定、検定のために有効な統計量である対称統計量の漸近理論特にエッジワース展開、並びに時系列データにおける変化点解析への応用について研究する。さらに本研究では、取り扱いが困難である核関数が退化している場合について考察する。

3. 研究の方法

確率過程に関する漸近展開と数理ファイナンスへの応用について吉田朋広氏の研究、例えば J. Japan Statist. Soc. (1992) など多数の研究成果が知られている。本研究ではこれらの結果を十分参考にし、対称統計量の特徴を生かして数理ファイナンスへの応用について考察する。特に GARCH モデルなどの時系列モデルのパラメータ変化点推定とその精密化に適用する。

また、研究分担者である前園宜彦氏は独立確率変数列に対して非退化型対称統計量のエッジワース展開とその応用について Y.Maesono, Communications in Statistics-Theory and Methods(2010) や Y.Maesono, S.Penev, Annals of the Institute of Statistical Mathematics (2010) などの多くの研究を行っている。前園宜彦氏と共同研究を行いながら、これらの研究成果を従属確率変数列の場合に拡張することを考える。

4. 研究成果

これまで対称統計量の漸近理論は主に独立同分布確率変数列に対して研究が行われてきた。しかし数理ファイナンスにおける金融データ解析のように確率微分方程式や線形時系列モデルによってモデリングされる場合にはデータの従属性を仮定する必要があるが、本研究によって対称統計量の漸近理論を従属確率変数列の場合に拡張することあ

る程度できた。また退化型対称統計量のエッジワース展開について V. Bentkus, F. Gotze(1999)の結果を拡張し、2次項の誤差オーダーまで広義の中心極限定理の精密化が行えることを示した。さらに本研究において、任意の誤差オーダーに対する補正項を求めることができた。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計6件)

[1] 日経225平均株価指数の日次収益率分析におけるジャンプ拡散過程モデルの同定とその低頻度で振幅の大きなジャンプ時点推定への応用について, 金川秀也, 石田真之, 日本経営工学会論文誌, Vol.67, No.1, pp.1-9 (2016) (査読有)

[2] Asymptotic behavior of solutions of some difference equations, Stochastic Analysis and Applications, H. Takahashi, S. Kanagawa and K. Yoshihara, Vol.49, pp.740-755 (2015), Taylor & Francis (査読有)

[3] Identification of jump times of large jumps for the Nikkei 225 stock index from daily share prices via a stochastic volatility model, S. Ishida and S. Kanagawa, Theoretical and Applied Mechanics Japan, Vol.63, pp.109-116 (2015) (査読有)

[4] A Confidence Interval for the Euler-Maruyama Approximate Solution of SDE with Unbounded Coefficients, S. Kanagawa and S. Hasegawa, Theoretical and Applied Mechanics Japan, Vol.62 (2014), pp.181-188 (査読有)

[5] Optimal portfolios based on weakly dependent data, Discrete and Continuous Dynamical Systems, H. Takahashi, T. Saigo, S. Kanagawa and K. Yoshihara, Supplement Volume, pp.1041-1049 (2014), AIMS (査読有)

[6] S. Kanagawa and B. T. Nohara, The Nonlinear Schrodinger Equation Created by the Vibrations of an Elastic Plate and its Dimensional Expansion, Discrete and Continuous Dynamical Systems, Supplement Volume, pp.415-426 (2013), AIMS (査読有)

〔学会発表〕(計5件)

[1] Identification of jump times of large jumps for the Nikkei 225 stock index from daily share prices via a stochastic volatility model, S. Kanagawa, Kumamoto International Symposium "High Dimensional Statistical Analysis & Quantile Analysis for Time Series", 2016年, Kumamoto University (招待講演)

[2] Optimal portfolios based on weakly dependent data, The 10th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, S. Kanagawa, Special Session 129: Qualitative and Quantitative Techniques for Differential Equations Arising in Economics, Finance and Natural Sciences, Orlando, Florida (USA), 2016年 (招待講演)

[3] Estimation of Jump-Times of a Jump Diffusion Model for Nikkei 225 Stock Index, S. Kanagawa, Seventh International Conference on Dynamic Systems and Applications & Fifth International Conference on Neural, Parallel, and Scientific Computations, Morehouse College, Atlanta, USA, 2015年 (招待講演)

[4] S-continuous financial time series composed from the delta-function, S. Kanagawa and K. Tchizawa, The 10th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, Special Session 114: Nonstandard Analysis, Quantization and Singular Perturbations, Universidad Autonoma de Madrid, Madrid, Spain, 2014年 (招待講演)

[5] Optimal portfolios based on weakly dependent data, S. Kanagawa, The 10th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, Special Session 129: Qualitative and Quantitative Techniques for Differential Equations Arising in Economics, Finance and Natural Sciences, Universidad Autonoma de Madrid, Madrid, Spain, 2014年 (招待講演)

〔図書〕(計1件)

金川秀也、吉田稔、堀口正之、理工系学生のための確率・統計講義, pp.27 - 87, 培風館 (2014)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

金川 秀也 (KANAGAWA, Shuya)
東京都市大学・共通教育部・教授
研究者番号：5 0 1 8 5 8 9 9

(2) 研究分担者

前園 宜彦 (MAEZONO, Nobuhiko)
九州大学大学院・数理学研究院・教授
研究者番号：3 0 1 7 3 7 0 1

(3) 研究分担者

税所 康正 (SAISHO, Yasumasa)
広島大学大学院・工学研究科・准教授
研究者番号：7 0 1 9 5 9 7 3