

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 6 日現在

機関番号：11501

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2015

課題番号：25400280

研究課題名(和文) ソリトンを用いた標準模型を超える物理模型の構築

研究課題名(英文) Brane world scenario by using topological solitons

研究代表者

新井 真人 (Arai, Masato)

山形大学・理学部・助教

研究者番号：60633625

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,700,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、(1)ソリトン用いた現実的なブレンワールド模型の構築と(2)新しいソリトンを含むようなN=2超対称非線形シグマ模型の構築を行った。

(1)ブレンの候補となるソリトン解の構築、特にモノポールと反モノポールが同時に存在するようなソリトン解を構成した。続いて、物質場とゲージ場がブレンに同在する模型の構築を行いSU(5)大統一理論をブレン上に実現するような5次元模型の構築に成功した。

(2)ソリトンを含むN=2超対称非線形シグマ模型は標的空間がグラスマン多様体の余接束などの場合に限り解析が行われてきた。本研究では、例外群エルミート対称空間の余接束を標的空間に持つ模型の構築を行った。

研究成果の概要(英文)：Purpose of our research is (1) to construct a realistic brane world scenario by using a soliton and (2) to construct a new N=2 supersymmetric nonlinear sigma model, including a new topological soliton.

(1) The key issues of this project are to construct a soliton playing a role as a brane and how to localize matters and gauge fields. As a candidate of a brane, we derived a configuration of coexisting a monopole and an anti-monopole. We then constructed a brane world model by using a soliton in 5-dimensional space-time. We succeeded in constructing a brane world scenario where the SU(5) grand unified theory is realized.

(2) It is known that N=2 supersymmetric nonlinear sigma models yield various kinds of solitons. However, the target space of the models considered is the cotangent bundles over the Grassmann manifolds. In this work we constructed new nonlinear sigma models whose target spaces are the cotangent bundles over the exceptional hermitian symmetric space.

研究分野：素粒子物理学(理論)

キーワード：超対称性 ソリトン モノポール ブレンワールド模型 非線形シグマ模型 ハイパーケーラー多様体 エルミート対称空間

1. 研究開始当初の背景

概要で述べた項目(1)と(2)に分けて以下記述する。

(1)我々の世界が5次元以上の時空間の中でブレーンと呼ばれる4次元的な広がりを持つ時空間に埋め込まれているとするブレーンワールド模型は、現在最も盛んに研究が行われている余剰次元理論の模型の中の一つである。この模型の現象論的側面が詳細に調べられ、Large Hadron Collider などの加速器実験での観測可能性が議論される一方で、なぜ我々の世界が高次元の中の4次元時空間にのみ局在するのかという根源的な問いには未だに明確な答えは出せていない。その問いに対して様々な提案がなされているが、有力な機構の一つとしてソリトン解を用いたものがある。ソリトンを用いた局在機構の一つに Rubakov と Shaposchnikov らが提案したものがある。彼らの機構を用いるとスカラー場やフェルミオン場などの物質場はブレーン上に局在させられるが、ゲージ場は局在させることができない。しかし、近年、連携研究者の坂井と太田によりソリトン解を用いたゲージ場のシンプルな局在機構が提唱され、ソリトンを用いたブレーンワールド模型の構築が現実的なものとなってきていた。研究代表者は、その当時までにブレーンワールド模型の現象論的側面や場の理論におけるソリトンについて精力的に研究を行っており、そこで得られた知識と連携研究者ら提案した局在機構を用いることにより動的なブレーンワールド模型の構築とその現象論的考察が可能であるという着想を得た。

(2) ソリトン解を用いてのブレーンワールド模型の構築のためには、少なくとも5次元以上の時空間を考える必要がある。高次元時空間で超対称性を取り入れた場合、超対称性の高さを表す超電荷の数は8以上でなければならない。そのような理論では、複素多様体である Hyper-Kähler(HK)多様体を内部構造として含むことがある。当時、HK 多様体を含む超対称非線形シグマ模型とそれに包含されるソリトン解が調べられ、ブレーンワールド模型への応用がなされていた。しかし、当時はそれらの模型の標的空間はグラスマン多様体の余剰次元に限られており、その他のHK 多様体の場合のソリトン解は考えられていなかった。なぜなら、グラスマン多様体の余剰次元以外のHK 多様体を持つような超対称非線形シグマ模型を構築することは困難であったからである。その困難を乗り越える方法は、超対称性が明白になる射影超空間形式を用いることであった。研究代表者は、それまでに射影超空間形式を用いた研究を行っており、HK 多様体を標的空間に持つ様々な超対称非線形シグマ模型を構築する準備が整っていた。そこで、自らの研究の中で得られた手法・結果を発展させることにより、それまでに考えられてこなかったHK 多様体を含む超対称非線形シグマ模型を構築し、その応用

としてソリトン解の導出、ブレーンワールド模型への応用が可能ではないかという発想を得た。

2. 研究の目的

(1) 本研究では、これまで研究代表者が得たソリトン解と Rubakov-Shaposchnikov、ならびに坂井-太田の物質場、ゲージ場の局在機構を組み合わせ、ソリトン解を用いた現実的なブレーンワールド模型、即ち4次元時空間に広がったソリトン上に標準模型が実現されるような高次元時空間上の模型の構築を行うことを目的とする。

(2) $N=2$ 超対称性が明白になるような射影超空間形式を用いて、グラスマン多様体以外のエルミート対称空間の余剰次元、特に例外群エルミート対称空間 ($E_{6(-14)}/SO(10) \times U(1)$, $E_{7(-25)}/E_6 \times U(1)$) の余剰次元を標的空間に持つような $N=2$ 超対称非線形シグマ模型を構築する。

3. 研究の方法

(1) ソリトン解を用いてブレーンワールド模型を構築するためには、ブレーンの役割を果たすソリトン解を構成する必要がある。よく知られている解としてはドメインウォール解があるが、例えば、Randall-Sundrum 模型のように5次元時空間内に2枚のブレーンを置かねばならない場合、それらのブレーン間には相互作用が働くために安定して存在できるかは自明ではない。そこで我々は2つのソリトンが共存するようなトイモデルを考え、それらのソリトンが安定して存在できるかを4次元 $N=2$ 超対称ゲージヒッグス理論で詳細に調べた(雑誌論文)。

続けて、5次元時空間においてソリトン解を用いたブレーンワールド模型を構築した。ここではゲージ群として $SU(5)$ を考え、ブレーン上では標準模型のゲージ群 $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ を実現するような大統一理論を構成した。ブレーンの役割を果たすソリトン解としてはドメインウォール解を考え、物質場 ($SU(5)$ の反基本表現と反対称表現のフェルミオン) をブレーン周りに局在させる Rubakov-Shaposchnikov 機構、ゲージ場を局在させる坂井-太田機構の両機構を実現できるような模型を構築した(論文は現在準備中)。

(2) 射影超空間形式を用いて目的の $N=2$ 超対称非線形シグマ模型を構築するためには、基多様体である例外群エルミート対称空間のケーラーポテンシャルが必要になってくる。一旦、ケーラーポテンシャルを得ることができれば、求めるHK 多様体は、ケーラーポテンシャルの引数を射影超空間形式上の superfield(極多重項)で置き換えれば良い。

そこでまずは、 $E_{6(-14)}/SO(10) \times U(1)$, $E_{7(-25)}/E_6 \times U(1)$ のケーラーポテンシャルを求める。これらを求めるためには、それぞれの多様体の持つ対称性のもとでの場の変換則を求め、その変換則のもとで不変な関数を求めること

である。その関数がケーラーポテンシャルと
同定される。

次に、ケーラーポテンシャルの引数を射影
超空間上の superfield で置き換える。ここで、
射影超空間上の superfield は無限個の補助場
を含むことから、物理的な場のみで模型を表
すためには、補助場を運動方程式を用いて消
去する必要がある。運動方程式は非線形であ
る事から解くことは一般には困難であったが、
近年 Kuzenko や Novak と研究代表者によ
って一般のエルミート対称空間の余接束に
対して解法が提案された(引用文献)。本研究
では、その手法を用いて運動方程式を解き、
目的の HK 多様体を構築した(雑誌論文、
、)。

4. 研究成果

(1) 2 つのソリトンが安定に存在できる例と
してモノポール・反モノポールが共存するよ
うな解を 4 次元 $N=2$ 超対称ゲージヒッグス模
型において構築した。よく知られているモノ
ポール解はケーロン相に現れるが、この解は
ヒッグス相に現れる。そのために、モノポー
ル・反モノポール解は共存して安定に存在で
けるといふ特徴的な点がある。単純にはモノ
ポールと反モノポールは対消滅をして消え
てしまうように思われるが、我々が求めた解
は準安定に存在できることが示される。我々
のモノポール・反モノポール解は渦糸解で繋
がれており、モノポールは渦糸解上から見
るとドメインウォール解とみなすことができ
る。それゆえ、解析した模型を高次元への拡
張ができれば、現実的なブレーンワールド模
型の構築に利用できると考えられる。

次に、ソリトンを用いたのブレーンワール
ド模型の構築を行った。本研究では、5 次元
時空間で $SU(5)$ ゲージ理論を考え、ドメイ
ンウォール解を用いてブレーンを構成した。ド
メインウォール解を構成するのは、 $SU(5)$ の随
伴表現であるスカラー場である。このスカラ
ー場に $SU(5)$ の反基本表現、反対称表現のフ
エルミオン場が湯川結合をし、Rubakov-
Shaposhnikov 機構により、massless モードが
ブレーン周りに局在する。このドメインウォ
ール解はゲージ場も局在させることができ
る。ここでスカラー場はゲージ場の運動項に
結合する形で記述される。するとスカラー場
がドメインウォール解を背景場として持っ
た時に、それがちょうどゲージ結合定数とし
て記述され、ドメインウォール解の位置に局
在する結合定数として記述される。これが、
坂井-太田機構と呼ばれるものである。以上
により、フェルミオン場、スカラー場、ゲ
ージ場の全てがブレーンであるドメインウォ
ール解周りに局在することができる。我々の模
型の更に特徴的なことは、ドメインウォール
解によってゲージ群の $SU(5)$ が標準模型のゲ
ージ群 $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ まで破れるとい
う点である。その時ドメインウォール解は 5×5
行列で記述され、対角成分のみ値を持つ。上

3 つの対角成分と下 2 つの対角成分は異なる
ウォール解を持ち、それにより $SU(5)$ ゲ
ージ群が $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ まで破られる。それ
ぞれのドメインウォール解は 5 次元方向の異
なる地点に 3 枚、もしくは 2 枚重なって存在
している。下 2 成分の重なっているドメイ
ンウォール解が離れることにより、 $SU(2) \times U(1)$
対称性を更に $U(1)$ まで破ることができ、電弱
相互作用の破れも実現することができる。こ
れは幾何学的ヒッグス機構と呼ばれる。この
機構を取り入れたブレーンワールド模型の構
築は我々の研究が初めてとなる。

ソリトン解を用いたブレーンワールド模
型の構築は Volkas らによって行われてきたが、
彼らはゲージ場を局在化させるにあたり、
Dvali-Shifman 機構と呼ばれるものを用いてい
る。この機構はゲージ相互作用の非摂動効果
を用いているが、その非摂動効果は 5 次元時
空間で実現されるものであるか自明ではな
い。それゆえ、彼らは Dvali-Shifman 機構が成
り立つと仮定をしてブレーンワールド模型
の構築を行っている。また、その仮定のため
にゲージ場の Kaluza-Klein モードの計算が困
難となっている。一方で、坂井-太田機構はそ
のような仮定を必要とせず、Kaluza-Klein モ
ードの計算も具体的に実行可能である。今後
は、構築した模型の現象論的な側面
(Kaluza-Klein モードの計算、フレーバー混
合)を詳細に調べ、実験結果との整合性、な
らびに標準模型を超える結果の観測可能性
について議論を行っていく予定である。

(2) 目的の HK 多様体を構築するにあたり、
まずは、例外群エルミート対称空間
 $E_{6(-14)}/SO(10) \times U(1)$, $E_{7(-25)}/E_6 \times U(1)$ のケー
ラーポテンシャルを求めた。コンパクトな例
外群エルミート対称空間である $E_6/SO(10) \times$
 $U(1)$, $E_7/E_6 \times U(1)$ のケーラーポテンシャル
は知られていたが、我々が求めるべき非コン
パクトな空間のものは知られていなかった。
これらを求めるために、空間の対称性のリー
代数を調べあげ、そこから $E_{6(-14)}/SO(10) \times$
 $U(1)$, $E_{7(-25)}/E_6 \times U(1)$ をパラメライズする
場の変換性を導出した。その場の変換性のも
とで不変になる関数を求め、その関数をケー
ラーポテンシャルと同定した。ケーラーポテ
ンシャルは $N=1$ 超対称非線形シグマ模型と
して記述されるので、その引数は $N=1$ chiral
superfield となる。この引数を射影超空間上
の superfield、特にハイパー多重項として記
述される、極多重項と呼ばれるものに置き換
えれば $N=2$ 超対称非線形シグマ模型に格上
げすることができる。この模型の標的空間は
HK 多様体である $E_{6(-14)}/SO(10) \times U(1)$,
 $E_{7(-25)}/E_6 \times U(1)$ の余接束となる。しかし、極
多重項は無限個の補助場を含んでいるため、
HK 多様体を独立な自由度の場のみ記述する
ためには、補助場を運動方程式で消去する必
要がある。これらの運動方程式は一般には解
くことは困難であるが、逐次的に解くことは
可能である。しかし、その解は $N=2$ 超対称

性が失われた形になってしまう。そこで解をラグランジアンに代入し、 $N=2$ 超対称変換のもとでラグランジアンが再び不変になるように要請すれば求めたい $N=2$ 超対称非線形シグマ模型を構築することが可能となる。我々は上記の手法を用いて、 $E_{6(-14)}/SO(10) \times U(1)$, $E_{7(-25)}/E_6 \times U(1)$ の余接束を標的空間に持つ $N=2$ 超対称非線形シグマ模型の構築に成功した。

研究代表者はこれまでに様々なエルミート対称空間の余接束の構築を $N=2$ 超対称非線形シグマ模型を通して行ってきたが、本研究を以ってすべてのエルミート対称空間の余接束の構築を終えたことになる。今後は、これらの $N=2$ 超対称非線形シグマ模型から新しいソリトン解を導出し、プレーンワールド模型へ応用することが可能であると考えられる。更に、エルミート対称空間の余接束内の特殊ラグランジュ部分多様体を構築することも考えている。特殊ラグランジュ部分多様体は超弦理論の対称性であるミラー対称性と深く関わっており、この部分多様体の構築はミラー対称性の理解に貢献できる可能性がある。エルミート対称空間の余接束の特殊ラグランジュ部分多様体の構築は、数学において複素射影空間の余接束の場合のみ考えられており、他のエルミート対称空間については未だに考えられていない。その理由の一つとしては複素射影空間以外のエルミート対称空間の余接束の具体形が知られていなかったことがある。これまで研究代表者が構築してきたエルミート対称空間の余接束を用いることによって、特殊ラグランジュ部分多様体の構築の分野で新たな展開が期待できる。

< 引用文献 >

Sergei M. Kuzenko, Josef. Novak, "Chiral formulation for hyperkahler sigma-models on cotangent bundles of symmetric spaces," *Journal of High Energy Physics* 0812 (2008) 072 (pp.1-11)

Masato Arai, Filip Blaschke, Cotangent bundle over Hermitian symmetric space $E_7/E_6 \times U(1)$ from projective superspace, *Journal of High Energy Physics*, 1302 (2013) 045 (pp.1-17).

5 . 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 9 件)

Masato Arai, Kurando Baba, Cotangent bundles over all the Hermitian symmetric spaces, *J. Phys. Conf. Ser.* 査読有り, vol. 670 (2016) no.1, 012005 (pp.1-11), DOI: 10.1088/1742-6596/670/1/012005

Masato Arai, Kurando Baba, Supersymmetry and Cotangent Bundle over Non-compact Exceptional

Hermitian Symmetric Space, *Journal of High Energy Physics*, 査読有り, 1507 (2015) 169 (pp.1-31), DOI: 10.1007/JHEP07(2015)169

Masato Arai, F. Blaschke, M. Eto and Norisuke Sakai, Dynamics of slender monopoles and anti-monopoles in non-Abelian superconductor, *Journal of High Energy Physics*, 査読有り, 1409 (2014) 172 (pp.1-40), DOI: 10.1007/JHEP09(2014)172

Masato Arai, Yoshishige Kobayashi and Shin Sasaki, Supersymmetry and R-symmetry breaking in metastable vacua at finite temperature and density, *Physical Review D*, 査読有り, 90 (2014) 10, 105022 (pp.1-8), DOI: 10.1103/PhysRevD.90.105022

Masato Arai, Cotangent bundle over all the compact Hermitian symmetric spaces and projective Superspace, *J.Phys.Conf.Ser.* 査読有り, 512 (2014) 012016 (pp.1-13), DOI: 10.1088/1742-6596/512/1/012016

Masato Arai, Shin Sasaki, Non-Abelian Chern-Simons actions in three-dimensional projective superspaces, *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, 査読有り, no. 6 (2014) 063B04 (pp.1-13), DOI: 10.1093/ptep/ptu076

Masato Arai, Shinsuke Kawai, Nobuchika Okada, Supersymmetric B-L inflation near the conformal coupling, *Physics Letters B*, 査読有り, 734 (2014) pp. 100-106. DOI: 10.1016/j.physletb.2014.05.027

Masato Arai, Yoshishige Kobayashi and Shin Sasaki, Thermal field theory with nonuniform chemical potential, *Physical Review D*, 査読有り, 88 (2013) 12, 125009 (pp.1-14) DOI: 10.1103/PhysRevD.88.125009

Masato Arai, Gi-Chol Cho, Karel Smolek, Kaluza-Klein gluon searches using the three-b-jet decay channel at the Large Hadron Collider, *Physical Review D*, 査読有り, 88 (2013) 076003 (pp. 1-8), DOI: 10.1103/PhysRevD.88.076003

DOI: 10.1103/PhysRevD.88.076003

[学会発表] (計 6 件)

Masato Arai, More on boojum, 国際会議 Miami 2015 (招待講演), 2015年12月16日から12月21日, フォートローダーデール, アメリカ

Masato Arai, Kurando Baba, Cotangent bundle overall the hermitian symmetric space, 国際会議 Integrable systems and quantum symmetries, 2015年6月22日か

ら6月27日, プラハ, チェコ共和国
新井真人, 佐々木伸, 3次元射影超空間
形式を用いた超共形ChernSimons理論
の構築, 日本物理学会秋の分科会, 201
5年9月25日から9月28日, 大阪市立大学
新井真人, 馬場蔵人, 超対称性を用い
た例外群エルミート対称空間の余接束
の構築, 日本物理学会年会, 2015年3月
21日から3月24日, 早稲田大学
新井真人, 佐々木伸, 射影超空間形式
における非アーベルゲージ理論とハイ
パー多重項, 日本物理学会秋の分科会,
2013年9月20日から9月23日, 高知大学
Masato Arai, Cotangent bundles over
all the compact hermitian symmetric
spaces from projective superspace, 2013
年8月5日から8月9日, メキシコシテ
ー, メキシコ

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

取得状況(計0件)

〔その他〕

ホームページ等

なし

6. 研究組織

(1) 研究代表者

新井 真人 (ARAI, Masato)

山形大学・理学部・助教

研究者番号: 60633625

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

坂井 典佑 (SAKAI, Norisuke)

慶應義塾大学・自然科学研究教育

センター・訪問学者

研究者番号: 80108448

佐々木 伸 (SASAKI, Shin)

北里大学・理学部物理学科・助教

研究者番号: 20622509