

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 3 日現在

機関番号：32689

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2015

課題番号：25400410

研究課題名(和文)量子輸送方程式と冷却原子系への応用

研究課題名(英文)Quantum transport equation and its application to ultracold atomic system

研究代表者

山中 由也 (YAMANAKA, Yoshiya)

早稲田大学・理工学術院・教授

研究者番号：10174757

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,400,000円

研究成果の概要(和文)：凝縮のない冷却原子系を対象に、場の量子論に基づく非平衡過程の定式化から量子輸送方程式を導出し、その数値解析を行った。自己エネルギーに現れる虚部の存在が熱平衡への緩和に必要であること、非マルコフ性は非平衡過程の進行をゆっくりさせることを明らかにした。凝縮現象を含む非平衡相転移過程記述の前提として、Bogoliubov近似が使えない有限サイズ系で、自発的対称性の破れに付随して現れるゼロモードの場の量子論として矛盾のない定式化に成功した。この定式化を冷却原子系で凝縮中にダークソリトンがある系や原子核 クラスターモデルにも適用し、従来全くない視点から理論的に解析した。

研究成果の概要(英文)：We derived the quantum transport equations for ultracold atomic systems without condensate from the formulation of nonequilibrium processes based on quantum field theory, and solved them numerically. It is shown that the imaginary part in the self-energy is essential for relaxation of the system to equilibrium, and that the non-Markoffian property decelerate nonequilibrium processes. In order to describe a nonequilibrium process involving condensation, we have established a new formulation of zero modes associated with a spontaneous breakdown of symmetry for a finite-size systems, for which the conventional Bogoliubov approximation is legitimate. The new formulation is applied to a system of a dark soliton in a condensate, or to the alpha-cluster model in nuclear physics, giving us new interpretations of the phenomena.

研究分野：場の量子論

キーワード：量子輸送方程式 場の量子論 冷却原子系 自発的対称性の破れ ゼロモード Thermo Field Dynamics
アルファクラスターモデル

1. 研究開始当初の背景

(1) 場の量子論は、相対論的領域の素粒子・原子核・宇宙物理から、非相対論的領域の凝縮系物理まで、様々な検証に耐え、多くの成功を収めている量子多体系の基礎理論である。真空中で粒子散乱を記述する真空中の場の量子論に対して、多数の粒子が関与し巨視的・熱的現象を引き起こす対象では熱場の量子論と呼ばれている。熱場の量子論では、場の演算子の Green 関数(伝搬関数)が計算され、実験で得られる諸量と関係付けられている。Green 関数を計算する方法として、平衡系では松原法(虚時間法) Closed Time Path 法(以下 CTP と略記) 及び高橋・梅沢に始まる Thermo Field Dynamics (以下 TFD と略記) などが知られており、物理量に対してすべてほぼ同じ結果を導き、根本的な論争はない。非平衡系への拡張は実時間形式である CTP と TFD でなされているが、その潜在的適用対象範囲が測り知れないほど広いにも拘らず、それぞれの妥当性、具体的計算方法の開発、また両者の関係などの観点で、決して解明されてはいない。非平衡熱場の量子論としてより広く用いられている CTP は、時間依存物理量の密度行列期待値を、時間軸往路と復路のからなる閉路を導入することにより、相互作用表示で T-積の Dyson 展開を可能にする形式である。本研究で取り上げる TFD は、混合状態期待値を元々の自由度を二重化し、熱的 Bogoliubov 変換を導入することによって純粋状態(熱的真空)の期待値で表わす形式である。熱的 Bogoliubov 変換の非物理的パラメータの選択で、Dyson 展開が保証される。微視的場の量子論の Heisenberg 方程式、 2×2 行列の Green 関数、Feynman ダイアグラム法、即ち Schwinger-Dyson 方程式に基づく Green 関数の系統的取り扱い、などを CTP と TFD 共通にすることから同一理論と往々にして誤解されるが、決して同じでない。それは Feynman 法に必要な Wick 定理成立の経緯を辿ると明らかになる。CTP では、任意の初期密度行列では Wick 定理が成り立たないため、無限過去の初期条件で Wick 定理が成立する平衡分布をとり、有限時刻に時間依存外部ポテンシャルを導入して非平衡を実現するようになっている。そして非平衡の密度行列に対応した計算を行わず、Green 関数の形を仮定し、Schwinger-Dyson 方程式に由来する Kadanoff-Baym 方程式に勾配展開を適用して、量子輸送方程式を導いている。一方 TFD では、相互作用表示の非摂動状態の定義で、任意の時間依存粒子分布関数を導入しており、各時刻の非平衡密度行列の変化に追従する形式となっている。Wick 定理は各時刻で非平衡密度行列の初期相関が無くなるとする仮定により成立する。言い換えると時間に関する粗視化を埋め込んだ定式化となっている。摂動・ループ展開によって、各時刻の非平衡密度行列を反映した Green 関数の補

正を計算できることが TFD の特徴である。未知の粒子分布関数の時間微分に比例する項が繰り込みのカウンター項として現れ、計算される自己エネルギーに対する繰り込み条件が量子輸送方程式を与える。近似の最低次を除いて、明らかに CTP と TFD の与える量子輸送方程式は異なり、実験で検証されなければならない。

(2) 1995 年冷却原子気体系で Bose-Einstein 凝縮(以下 BEC と略記)が実現されて以来、冷却原子気体系の実験が隆盛である。理論の立場からは、希薄で粒子間の相互作用が小さく、実験と理論の直接比較が可能、多数の実験パラメータ(粒子数、原子の種類とその数、相互作用の大きさ・符号、閉じ込めポテンシャルの強さや形状、外部擾乱の性質)が制御可能で、様々な状況の実現が可能、という利点がある。本研究課題との関連では、希薄系であるが故に非平衡過程が極めてゆっくり進行し、それが観測可能であることに注目する。既に、蒸発冷却の過程、外的擾乱で引き起こされる過程、高い次数の量子渦を持つ BEC の崩壊に伴う過程、などの非平衡過程が実験で観測されている。さらに、重要な非平衡過程として、様々な相転移が実現できることである。冷却原子系実験は(1)で述べた理論検証の最適の場である。一方で冷却原子系は外部ポテンシャルで捕捉された有限サイズ系であるが、一様でない有限サイズ系の場の量子論を整備する必要もある。とりわけ有限サイズ系でのゼロモードの取り扱いについては決着されていない。

2. 研究の目的

(1) これまでの場の量子論及び非平衡 TFD での我々のグループの研究成果を踏まえ、主に冷却原子系の様々な非平衡過程に対して、非平衡密度行列の時間変化が取り入れられた具体的摂動・ループ展開計算が可能な非平衡 TFD 形式において自己エネルギーに対する自己無撞着繰り込み条件から量子輸送方程式を導くこと、またその数値計算を行ない、実験との比較やその量子輸送方程式の妥当性を議論する。

(2) 非平衡系 TFD の極めて有望な特色は、各時刻の粒子数分布の変化ばかりでなく、粒子描像自身の変化も取り入れ可能な点にある。このため自発対称性の破れに関わる相転移(例えば BEC 凝縮から非凝縮への転移)が関与する非平衡過程はとりわけ興味深い対象である。この非平衡過程記述には、場の量子論として自発対称性の破れに付随して現れるゼロモード(南部-Goldstone モード)を正しく取り扱う方法の確立が先決であり、その研究を目的の一つとする。

3. 研究の方法

本研究では量子多体系の基礎理論である場の量子論の立場に忠実な定式化で解析することを主眼にする。そうした場の量子論系が熱的状況にあることに対応して、場の量子論をそのまま TFD 形式に拡張することが出来る。

このことが、本研究で TFD を用いる理由である。

4. 研究成果

(1) 非平衡 TFD の繰り込み条件から導かれる量子輸送方程式では、非マルコフ性と熱的不安定性に由来する自己エネルギーの虚部の存在が特徴的である。我々は Bose-Einstein 凝縮のない冷却原子の様々な系に対して、そうした量子輸送方程式を導き、数値計算による解析を行った。エネルギー虚部を取り入れる場合と取り入れない場合では緩和過程が大きく異なり、前者で平衡系までの緩和過程を追うことができるのに対して、後者では平衡系への緩和が困難という傾向となった。すなわち、熱平衡の緩和には虚部の存在が必須であることを明らかにした。また、マルコフ近似した場合と比較して、非マルコフ性はよりゆっくりと非平衡過程を進行させることを示した。さらに、一般に存在する自己エネルギーの実部の補正を取り入れると量子輸送方程式の解は有意に変化することも示された。以上、Bose-Einstein 凝縮のない系の量子輸送方程式に関して、普遍的な特徴を明確にできたことが成果である。

(2) 我々の研究では非平衡 TFD において繰り込み条件を課すことによって量子輸送方程式を導くのであるが、どのような条件を課すかは決して自明ではない。このためには TFD の深いレベルでの理解が重要と考えられる。これまでは、TFD ですべての自由度は二重化されるのは混合状態期待値を純粋状態期待値で表わすためであるというのが通常の見解であった。しかし、最近 Galley は熱的状況下の古典力学でも自由度の二重化が必要であるという理論を提唱し、我々はそれを場の量子論に拡張することによって、混合状態の概念なしに非平衡 TFD 形式を導出することに成功した。期間中の研究には生かされなかったが、今後繰り込み条件を設定するに際し、全く新たな視点を与えると予想される。

(3) Bose-Einstein 凝縮を含む相転移の議論の前に、有限サイズ系での位相変換対称性の自発的破れに関する場の量子論の定式化を決着させなければならない。無限サイズの様系ではゼロモード演算子を落とす Bogoliubov 近似が採用されていたが、有限サイズ系でゼロモード演算子を無視することは場の演算子の正準交換関係を明白に壊すため許されない。一方、素朴にゼロモード演算子の線形項のみを考慮すると、理論的には秩序パラメータの位相が量子的に拡散や物理量に発散が現れるという大きな困難が指摘されていた。従ってこれまでは、理論的に時間発展を追えるのは拡散が進まない極短時間に制限されていた。今回我々は非摂動ハミルトニアンにゼロモード演算子に非線形項まで取り入れることによって、位相の量子拡散や物理量における発散のない定式化ができること示した。これは非平衡相転移記述に向けての大きな成果である。

(4) (3)の定式化を Bose-Einstein 凝縮中にダークソリトンが存在する系に拡張すると、位相変換対称性の破れに付随するゼロモードに加えて、並進対称性の自発的対称性の破れに付随するゼロモードが存在し、相互作用する複数のゼロモードが共存する系となる。これは、ゼロモード量子揺らぎの作る全く新しい物理現象の初めての例を与えている。

(5) (3)で確立された有限サイズ系における自発的対称性の破れのゼロモードの定式化は、冷却原子系だけではなく、同様に有限サイズ系でボソンであるアルファ粒子の集合とみなせる原子核に対しても適用可能である。我々の方法では、ゼロモードを記述する量子座標とその共役な運動量に対するハミルトニアンが、量子拡散をもたらす自由粒子型ではなく、非線形項まで取り入れた結果束縛状態を与えるものになっている、すなわちゼロモードセクターの量子力学的状態には基底状態の他に励起状態の存在が予言される。¹²C 原子核の Hoyle 状態及びその励起状態は従来回転バンドと解釈されていたが、我々の方法ではゼロモードセクターの束縛状態という全く新しい解釈を示せたことは大きな成果である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 8 件)

- 1) M. Hoashi, Y. Nakamura, and Y. Yamanaka, “Analytical study of parameter regions of dynamical instability for two-component Bose-Einstein condensates with coaxial quantized vortices”, 査読有、Phys. Rev. **A 93** (2016) 043622 (9 pages), DOI 10.1103/PhysRevA.93.043622.
- 2) J. Takahashi, Y. Nakamura, and Y. Yamanaka, “Interacting multiple zero mode formulation and its application to a system consisting of a dark soliton in a condensate”, 査読有、Phys. Rev. **A 92** (2015) 023627 (6 pages), DOI 10.1103/PhysRevA.92.023627.
- 3) J. Takahashi, Y. Nakamura, and Y. Yamanaka, “Dynamical instability

induced by zero mode under symmetry breaking external perturbation”, 査読有、Annals of Physics 347, 250 (2014/5), DOI 10.1016/j.aop.2014.05.004.

- 4) Y. Nakamura, Y. Kuwahara, and Y. Yamanaka, “Nonequilibrium Thermo Field Dynamics for Thermal Relaxation Process of Confined Cold Atomic Gas”, 査読有、JPS Conf. Proc. **1** (2014) 012098 (5 pages), DOI 10.7566/JPSCP.1.012098.
- 5) Y. Kuwahara, Y. Nakamura, and Y. Yamanaka, “Numerical Analysis of Quantum Transport Equation for Bose Gas in One Dimensional Optical Lattice”, 査読有、JPS Conf. Proc. **1** (2014) 012101 (5 pages), DOI 10.7566/JPSCP.1.012101.
- 6) Y. Kuwahara, Y. Nakamura, and Y. Yamanaka, “From classical mechanics with doubled degrees of freedom to quantum field theory for nonconservative systems”, 査読有、Phys. Lett. **A 377** (2013) 3102-3105, DOI 10.1016/j.physleta.2013.10.001.
- 7) Y. Nakamura, J. Takahashi and Y. Yamanaka, “Formulation for the zero mode of a Bose-Einstein condensate beyond the Bogoliubov approximation”, 査読有、Phys. Rev. **A 89** (2014) 013613 (5 pages), DOI 10.1103/PhysRevA.89.013613.
- 8) M. Inoue, Y. Nakamura, and Y. Yamanaka, “Analysis of particle transfer by periodic lattice modulation for ultracold fermionic atom systems in three dimensional optical lattice”, 査読有、J. Phys. Soc. Jpn. **83** (2014) 024604 (6 pages), DOI 10.7566/JPSJ.83.024604.

〔学会発表〕(計 25 件)

- 1) 山中 由也 (発表者), 中村 祐介, 永井 康裕, 吉岡 良, 大久保 茂男, 「N クラスタ構造状態に対する

Bose-Einstein 凝縮描像に基づく場の量子論の解析」, 日本物理学会 2016 年年次大会 (東北学院大学、宮城県仙台市), 2016 年 3 月 19 日.

- 2) R. Imai (発表者), Y. Kuwahara, Y. Nakamura, and Y. Yamanaka, “The thermal vacuum for non-equilibrium steady state”, APS March Meeting 2016 (Baltimore, USA), March 14, 2016.
- 3) J. Takahashi (発表者), Y. Nakamura, and Y. Yamanaka, “Interacting multiple zero mode formulation for a dark soliton in a Bose-Einstein condensate”, APS March Meeting 2016 (Baltimore, USA), March 14, 2016.
- 4) 桑原 幸朗 (発表者), 中村 祐介, 今井 良輔, 山中 由也, 「一次元格子に接触した二準位系モデルにおける時間依存完全系の非平衡過程」, 日本物理学会 2015 年秋季大会 (関西大学、大阪府吹田市), 2015 年 9 月 17 日.
- 5) 桑原 幸朗 (発表者), 中村 祐介, 今井 良輔, 山中 由也, 「ダークソリトンの消失過程におけるゼロモードの量子ゆらぎ」, 日本物理学会 2015 年秋季大会 (関西大学、大阪府吹田市), 2015 年 9 月 17 日.
- 6) R. Imai (発表者), Y. Nakamura, Y. Kuwahara, and Y. Yamanaka, “Nonequilibrium Thermo Field Dynamics for Nonequilibrium Steady States”, Yukawa International Seminar 2015 (YKIS2015): New Frontiers in Non-equilibrium Statistical Physics 2015, (京都大学基礎物理学研究所、京都府京都市左京区), 2015 年 8 月 18 日.
- 7) 中村祐介 (発表者), 川口拓磨, 高橋淳

- 二, 山中由也, “冷却原子気体系のグレーソリトンに対する 2 つのゼロモードとその量子状態”, 日本物理学会第 70 回年次大会, (早稲田大学、東京都新宿区) 2015 年 3 月 22 日.
- 8) 高橋淳一 (発表者), 中村祐介, 山中由也, “並進対称性の自発的破れに伴うゼロモードの量子状態とソリトンの quantum depletion”, 日本物理学会第 70 回年次大会, (早稲田大学、東京都新宿区) 2015 年 3 月 22 日.
- 9) Y. Kuwahara (発表者), Y. Nakamura, R. Imai, M. Tushima, Y. Yamanaka, “Quantum transport equation for cold atomic gas systems from nonequilibrium Thermo Field Dynamics”, Yukawa International Seminar (YKIS) 2014: “Nonequilibrium Phenomena in Novel Quantum States”, (京都大学基礎物理学研究所、京都府京都市左京区), Dec. 4, 2014.
- 10) 中村祐介 (発表者), 高橋淳一, 山中由也, “捕捉された冷却中性原子 Bose-Einstein 凝縮体に対するゼロモードと位相揺らぎ”, 日本物理学会 2014 年秋季大会, (中部大学、愛知県春日井市) 2014 年 9 月 8 日.
- 11) 今井良輔 (発表者), 中村祐介, 桑原幸朗, 山中由也, “2 成分冷却フェルミ気体における非平衡過程に対する量子輸送方程式の解析”, 日本物理学会 2014 年秋季大会, (中部大学、愛知県春日井市) 2014 年 9 月 7 日.
- 12) 中村祐介 (発表者), 高橋淳一, 山中由也, 大久保茂男, “Bose-Einstein 凝縮体に対するゼロモード量子状態と原子核におけるアルファ凝縮模型への応用”, 理研シンポジウム・iTHES 研究会「熱場の量子論とその応用」, (理化学研究所、埼玉県和光市) 2014 年 9 月 5 日.
- 13) 桑原幸朗 (発表者), 中村祐介, 今井良輔, 對馬護人, 山中由也, “光学格子中の冷却 Bose 原子気体系に対する Markov 型量子輸送方程式による緩和過程の解析”, 理研シンポジウム・iTHES 研究会「熱場の量子論とその応用」, (理化学研究所、埼玉県和光市) 2014 年 9 月 4 日.
- 14) 今井良輔 (発表者), 中村祐介, 桑原幸朗, 山中由也, “非平衡 Thermo Field Dynamics に基づいた冷却フェルミ気体における非平衡過程の解析”, 理研シンポジウム・iTHES 研究会「熱場の量子論とその応用」, (理化学研究所、埼玉県和光市) 2014 年 9 月 4 日.
- 15) Y. Nakamura (発表者), J. Takahashi, Y. Yamanaka, “Quantum state for zero mode of cold atomic gas system with Bose-Einstein condensate”, 24th International Conference on Atomic Physics, (Washington, D. C., USA) Aug. 7, 2014.
- 16) J. Takahashi (発表者), Y. Nakamura, Y. Yamanaka, “Quantum fluctuation of soliton in Bose-Einstein condensate beyond Bogoliubov approximation”, 24th International Conference on Atomic Physics, (Washington, D. C., USA) Aug. 7, 2014.
- 17) Y. Kuwahara (発表者), Y. Nakamura, Y. Yamanaka, “Numerical analysis of quantum transport equation derived from nonequilibrium Thermo Field Dynamics in Markovian approximation”, 24th International Conference on Atomic Physics,

- (Washington, D. C., USA) Aug. 7, 2014.
- 18) R. Imai (発表者), Y. Nakamura, Y. Kuwahara, Y. Yamanaka, “Numerical Analysis of Fermion Transport Based on Nonequilibrium Thermo Field Dynamics”, 24th International Conference on Atomic Physics, (Washington, D. C., USA) Aug. 7, 2014.
- 19) Y. Nakamura (発表者), J. Takahashi, Y. Yamanaka, “Quantum state for Nambu-Goldstone mode of Bose-Einstein condensate”, Higgs Modes in Condensed Matter and Quantum Gases, (京都大学基礎物理学研究所、京都府京都市左京区), June 24, 2014.
- 20) J. Takahashi (発表者), Y. Nakamura, Y. Yamanaka, “Nambu-Goldstone mode associated with a soliton and its dynamics”, Higgs Modes in Condensed Matter and Quantum Gases, (京都大学基礎物理学研究所、京都府京都市左京区), June 24, 2014.
- 21) 桑原幸朗 (発表者), 中村祐介, 山中由也, 「自由度二重化の古典 Hamilton 原理から非平衡 Thermo Field Dynamics の導出」, 日本物理学会第 69 回年次大会(東海大学、神奈川県平塚市), 2013 年 3 月 27 日.
- 22) 高橋淳一 (発表者), 中村祐介, 山中由也, 「冷却原子系におけるゼロモードと動的不安定性の関係」, 日本物理学会 2013 年秋季大会(徳島大学、徳島県徳島市), 2013 年 9 月 26 日.
- 23) 山中由也 (発表者), 中村祐介, 桑原幸朗, 「熱的状况下の自由度二重化」, 基研研究会「熱場の量子論とその応用」(京都大学基礎物理学研究所、京都府京都市左京区), 2013 年 8 月 26 日.
- 24) 中村祐介 (発表者), 桑原幸朗, 山中由也, 「2 重井戸型ポテンシャルに捕捉された冷却原子気体の非平衡初期分布緩和過程に対する非平衡 Thermo Field Dynamics」, (京都大学基礎物理学研究所、京都府京都市左京区), 2013 年 8 月 27 日.
- 25) 桑原幸朗 (発表者), 中村祐介, 山中由也, 「一次元光学格子中の冷却気体 Bose-Einstein 凝縮系における量子輸送方程式による数値シミュレーション」, 基研研究会「熱場の量子論とその応用」, (京都大学基礎物理学研究所、京都府京都市左京区), 2013 年 8 月 27 日.
6. 研究組織
- (1) 研究代表者
 山中 由也 (YAMANAKA, Yoshiya)
 早稲田大学・理工学術院・教授
 研究者番号 : 10174757
- (2) 研究分担者
- (3) 連携研究者
 中村 祐介 (NAKAMAURA, Yuusuke)
 早稲田大学・理工学術院・助教
 研究者番号 : 40547080
 (2013 年度)
- 井上 智喜 (INOUE, Motoyoshi)
 早稲田大学・理工学術院・助手
 研究者番号 : 60609163
 (2013 年度)
- 桑原 幸朗 (KUWAHARA, Yukiro)
 早稲田大学・理工学術院・助手
 研究者番号 : 00707812
 (2013 年度 - 2015 年度)
- 高橋 淳一 (TAKAHASHI, Junichi)
 早稲田大学・理工学術院・助手
 研究者番号 : 60732211
 (2014 年度 - 2015 年度)