

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 15 日現在

機関番号：32689

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2016

課題番号：25400411

研究課題名(和文)無限エルゴード理論と大偏差解析による弱いカオス拡散の特性指数の決定

研究課題名(英文)Characteristics of weak chaos in view of large deviation analysis and infinite ergodicity

研究代表者

相澤 洋二 (Aizawa, Yoji)

早稲田大学・理工学術院・名誉教授

研究者番号：70088855

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文)：非定常域のカオス現象はハミルトン系の異常拡散、間欠性、および無限エルゴード性など、未解決の問題が多い。本研究では、それらの多様な現象と統計法則をいくつかの非線形力学モデル【格子ハミルトン系、マッシュルームビリヤード系、散逸無限エルゴード系、非カオスのストレンジアトラクター系、光共振器モデル系、生物の群れ力学モデル系】を用いて明らかにすると共に、実際の地震現象のデータを用いて、地震時系列に埋め込まれている間欠性法則を取り出す分析手法についても具体的に探求し、多くの新しい成果を得ることができた。

研究成果の概要(英文)：There still remain many unsolved problems in the nonstationary regime of chaotic or turbulent phenomena; for instance, anomalous diffusion in hamiltonian systems, intermittency, and infinite ergodicity, et cetera. In this research, we studied several nonlinear dynamical models, such as the hamiltonian dynamics of lattice vibrations, mushroom billiards with clear boundaries between chaos and torus, antlion models with dissipative infinite measure ergodicity, nonchaotic strange attractors in periodically driven systems, wave turbulence in Bloch equation, etc., and succeeded to elucidate the diversity of the nonstationary chaos and its universal aspects in statistical behaviors. Furthermore, we studied a new method for the numerical analysis of chaotic intermittent time series by using the real data of interoccurrence time statistics of earthquakes, and succeeded to obtain some new statistical laws of magnitude correlations in the shock sequences.

研究分野：物理学

キーワード：非線形力学系 カオス理論 近可積分ハミルトン系 無限エルゴード性 非カオスのストレンジアトラクター 光乱流現象 生物の群れの集団運動 地震統計法則

1. 研究開始当初の背景

カオスの発生は非線形力学系においては普遍的現象の一つであり、特に強いカオス系に関してはその発生機構や分岐構造などが広く研究され、その統計的性質も従来のエルゴード定理の枠組みの中でほぼ完全に理解されるようになった。しかし、近年従来のエルゴード定理から理解されない弱いカオスや異常拡散、多様な間欠性、さらに多様な無限エルゴード性が明らかになり、多様な課題の整理も十分になされておらず、新たなカオス理論の構築が求められている。また、実際の観測上の問題においても、従来の観測では明確に捉えきれない点(大偏差特性の破れ)が指摘されており、データ解析にも新たな手法が求められてきている。

2. 研究の目的

本研究では、従来の理解を超えるそのようないわば「異常なカオス現象」とでも呼べる新たなカオス現象の多様性と普遍的な性質を理論計算および数値計算(シミュレーション)によって明らかにすると共に、その発生過程(分岐ルートや内部構造のスケール則など)の詳細を明らかにすることを目指した。また、実際の地震発生の観測データを用いて、その中にある隠れたカオス統計法則(新たな地震統計法則)を取り出す方法(複雑な間欠性の解析法)を具体的に提案し、その有効性を明らかにすることにも挑戦した。

3. 研究の方法

本研究では、これまでも異常カオス性が知られている対象(次の(1)~(5))に注目して研究を進めると共に、これまで十分に調べられていない新しい対象((6)~(7))に注目して研究を進めた。まず、(1)~(6)については、それぞれの問題意識のもとで次の非線形力学モデルを用いて探求した;(1)格子ハミルトン系におけるモードのエネルギーの分配法則を精密に調べアーノルド(異常)拡散の統計則を決定する、(2)異常拡散の非存在が予想されているマッシュルームピリアード系(境界分離型の近可積分系)におけるトーラスと淀み層の階層的構造を決定する、(3)新しい無限エルゴード系(Antlion 写像)を提案しその強い緩和過程と普遍分布則を決定する、(4)スキュープロダクト系の非カオス的ストレンジアトラクターの幾何学的特性量(マルチアフィン指数)および力学的不安定指数を決定し新たなスケール則を明らかにする、(5)無限自由度を持つ光共振器系モデル(マクスウェル-ブロッホ方程式)の波動乱流の構造をカオスと非カオスの場合の共振特性の違いに注目して明らかにする。つぎに異常カオスの出現が予想されていたが、これまでほとんど研究されてない対象として、(6)大自由度系の例として生物の群れ力学における群れ個体運動のカオスの性質と集団運動のカ

オス(異常拡散)の関係を明らかにする、さらに現実の複雑な間欠性現象の解析手法の開発を目指して、(7)実際の地震データの解析を進め、間欠性の中に埋め込まれているマグニチュード間の相関を取り出す理論的方法を提案しこれまで報告されているマルチフラクタル関係を説明することを目指す。

4. 研究成果

先の研究方法で述べた7つの研究(1)~(7)について以下にその成果を順に記述する;

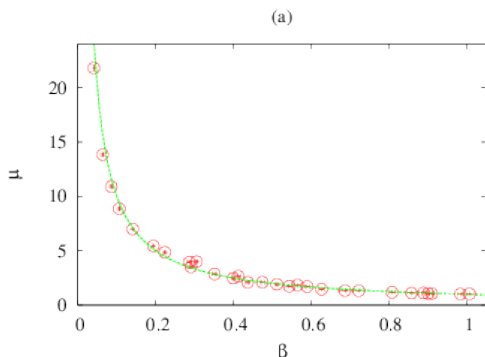
(1)近可積分ハミルトン系の普遍則(Tamiya, Shinkai and Aizawa,2015);近可積分系にはトーラスとカオスが一般的に共存する。その境界付近の淀み運動が異常拡散(アーノルド拡散)の原因となっている。その拡散の特性時間(ネコロシェフ時間)はこれまでの研究では或る一定の普遍的な分布に従うことが指摘されている。ここでは格子振動子モデルにおける Fermi-Pasta-Ulam 問題としてモード間のエネルギー等分配則が発生するまでの特性時間(誘導時間)について詳細なシミュレーションを行い、誘導時間の分布関数が対数ワイブル分布に従っていることを明確に示すことに成功した。さらに、いろいろなパラメタに対しても調べた結果、対数ワイブル分布関数が普遍的に成立していることを確認すると共に、対数ワイブル分布の指数が格子のシステムサイズ(力学系の自由度の数)に依存して規則的に変化することも確認できた。これらの結果はネコロシェフの定理と矛盾しないものである。

(2)トーラス-カオスの境界分離型近可積分系の微細構造(Tsugawa and Aizawa,2014);マッシュルーム型ピリアード系はカオスとトーラスの境界が明確に分離されている興味深いハミルトン系である。これまでそのような境界分離型の近可積分系には、いわゆるネコロシェフタイプの淀み運動(アーノルド拡散)は生じないと予想されていたが、詳細は不明であった。本研究ではカオスと接する最外殻トーラスの近傍を詳しく調べた結果、カオス領域に或る特異点が発生し、その周りに無限に長い時間にわたって軌道が淀み続けることを精密な数値計算によって明らかにした。さらに、淀み層の構造を詳しく解析し、その淀み時間の分布は対数ワイブル分布とは異なり、淀み時間を n とすれば、 $(1/n)$ の2乗に比例することを明確に示すことができた。

(3)新しいクラスの無限エルゴード系(Antlion 写像)の普遍則(Nakagawa and Aizawa,2014);無限エルゴード系は規格化できない不変測度を持ち、その結果として従来のエルゴード性とは著しく異なる統計的性質を持つことが知られている。特に、無限個の不変測度が存在す散逸型無限エルゴード性についてはあまり理解は進んでいない。無限個ある不変測度のうちで実際に観測さ

れる測度はどのように決定されるか？”、という問題はカオスの統計力学の観点からすると最も深刻な課題である。本研究では近可積分ハミルトン系のアーノルド拡散の研究からヒントを得て構成した新しいクラスの無限エルゴード系 (Antlion 写像力学系) についていくつかの厳密な成果を得ることができた。まず、リアプノフ指数が無限大に発散することを示し、さらにランダム化の理論手法を用いて、観測される不変測度が普遍的に対数正規分布に従うことを明らかにした。

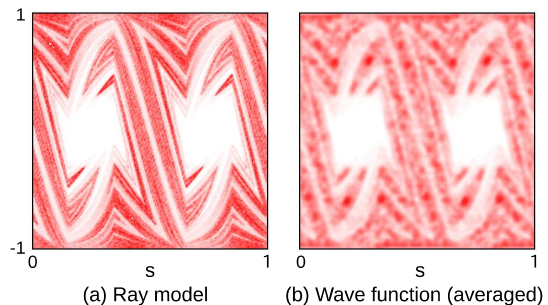
(4) Nonchaotic Strange Attractor (NSA) の幾何学的性質と軌道不安定性; NSA はリアプノフ指数が 0 であるにも拘わらず軌道が間欠性のような不規則変動を示す弱いカオスの典型例である。我々は周期外力によって駆動される系の SNA のアトラクターの幾何学的性質や軌道の不安定性及び拡散的性質の相互関係を調べた。まず、SNA のフラクタル性を調べるためにマルチアフィン解析を行った。その結果、相関関数の q 依存スケール指数 (q) が $q=$ で微分不可能になるという相転移的振る舞いを示すことを明らかにした。次に、位相鋭敏性指数 μ を計算し、先のマルチアフィン指数 と、 $\mu=1/$ 、という関係にあることを見出した。位相鋭敏性の分布関数のべき指数 と μ の間にも $\mu=1/(-1)$ というスケール則があり、さらに、拡散指数 との間にも、 $=1- =1-1/\mu$ というスケール則を見出した。



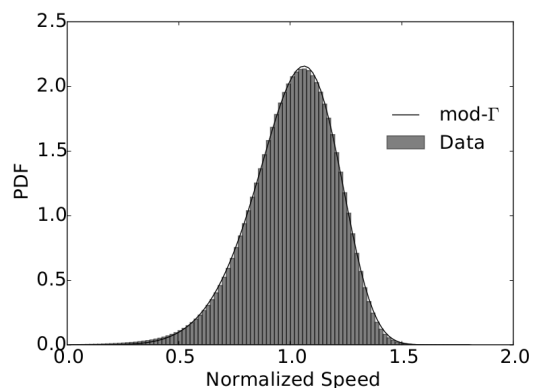
スケール則の一例

(5) レーザー光発振特性における光線軌道のカオスの効果 (Harayama and Shinohara, 2015); 光線軌道のエルゴード性がレーザー発振特性 (波動乱流) に及ぼす効果を解明するためにマクスウェル・ブロッホ方程式の定常解の解析と光線軌道の定常確率分布を比較し、異なる共鳴波動関数強度の重なり効果の効果を詳しく調べた。光線軌道が完全カオスとなるような微小光共振器の場合、光線軌道のエルゴード性を反映して、すべての共鳴波動関数の重なりが大きい、これに対して、非カオスの可積分光共振器では、共鳴波動関数は局在するため、重なりが小さい。共鳴波動関数はレーザー媒質を通じて相互作用を及ぼすが、その大きさは重なりによって決定されたため、可積分微小光共振器では、共鳴波動関数は別々の場所に局在する結果、

レーザー発振モードはマルチモードとなり、これに対して、完全カオスピリヤードレーザーでは単一モード発振となることがわかる。実際に、マクスウェル・ブロッホ方程式の数値解析と光線モデルの比較を行い良い一致が示された。



(6) 生物の群れ力学モデルの個体運動と集団運動のカオスの解析 (Shiraishi and Aizawa, 2015); 生物の群れの運動には集団をなす個々の個体運動と共に群れ全体の集団 (重心) 運動とが相互に影響し合っている。特に集団運動には比較的弱い拡散的カオスが生成されていることが予想される。本研究では、自己駆動モデル系のシミュレーションによって、群れのパターンの多様性を分類すると共に、そこでの個体運動と集団運動の関係およびそれらの統計的性質を調べる。現在までのところ、パラメタの広い領域でスウォーム運動 (個体がそれぞれに不規則に動き回る運動) が生じることが確認され、そこでの個体運動の個々の速度は変形ガンマ分布で良く近似されることが明らかになってきた。一方、集団運動では一般的に群れの重心が弱い拡散を示すことが分かってきた。個体数依存性を含めて、その拡散の指数および変形ガンマ分布のパラメタとの間の関係を導くことがこれからの課題である。



個体の速度分布

(7) 複雑な間欠性現象に含まれる新たな地震統計則の探求 (Tanaka and Aizawa, 2017); 地震の発生間隔分布は注目するマグニチュードの閾値 m に依存して変化するが、その分布がワイブル分布で非常によく近似できることが知られている。ワイブル分布を特徴付ける二つのパラメタ (α , β) はそれぞれ m に依存している。それを (m) 、 (m) とすると、 m を消去すると、たとえば $= f()$ の

関係が得られる。これをマルチフラクタル関係式と呼んでいる。多くの地震データでマルチフラクタル関係式が数値的に得られ、その普遍性が予想されている。本研究では、それを理論的に導出することを最大目標とし、そのために二つのマグニチュード閾値(m と M)を持つ地震系列の相関を記述する理論を提案した。まずマグニチュード相関に普遍則があることを実際のデータ解析から明らかにしてから、次にその普遍則を用いて、先のマルチフラクタル関係式が得られることを理論計算と共に実際の地震データ(PDE カタログおよびJMA カタログ)の解析から導き、両者がよく一致することを示した。

<引用文献>

なし

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計10件)

H. Tanaka and Y. Aizawa, "Detailed Analysis of the Interoccurrence Time Statistics in Seismic Activity", J. Phys. Soc. Jpn., Vol. 86, No. 2, 024004 (2017) [10 Pages], 査読有,
<http://dx.doi.org/10.7566/JPSJ.86.024004>

M. Shiraishi and Y. Aizawa, "Collective Patterns of Swarm Dynamics and the Lyapunov Analysis of Individual Behaviors", J. Phys. Soc. Jpn., Vol. 84, No. 5, 054002 (2015) [10 Pages], 査読有,
<http://dx.doi.org/10.7566/JPSJ.84.054002>

M. Nakagawa and Y. Aizawa, "Observed Measures and Fluctuations in Dissipative Infinite Ergodic Systems: Randomization Theory for the Infinite-Modal Maps with Ant-Lion Property", J. Phys. Soc. Jpn., Vol. 83, No. 10, 104004 (2014) [10 Pages], 査読有,
<http://dx.doi.org/10.7566/JPSJ.83.104004>

[学会発表](計19件)

田中宏樹, 相澤洋二, 地震活動における発生間隔分布の解析, 日本物理学会大72回年次大会, 2017年3月17日~20日, 大阪大学豊中キャンパス

Takahisa Harayama and Susumu Shinohara, "Ray-wave correspondence in chaotic dielectric billiards", The 4th International Workshop on Microcavities and Their Applications, 2015年12月2日, 北海道大学

Masashi Shiraishi and Yoji Aizawa, "Lyapunov Analysis of Collective

Patterns and Individual Behaviors in Swarm Dynamics", SWARM 2015: The First International Symposium on Swarm Behavior and Bio-Inspired Robotics, 2015年10月28日, 京都大学

Takahisa Harayama, "Nonlinear dynamics and wave chaos in two-dimensional microcavity", Dynamics Days Europe 2015, 2015年9月7日, Exter (UK)

Takahisa Harayama, "Ray-wave correspondence in chaotic dielectric billiards", International Workshop on Ray & Wave Mechanics in 2D Microcavity and Related Systems, 2015年7月4日, Seoul (South Korea)

[図書](計0件)

[産業財産権]

出願状況(計0件)

取得状況(計0件)

[その他]

ホームページ等

6. 研究組織

(1)研究代表者

相澤 洋二 (AIZAWA, Yoji)
早稲田大学・理工学術院・名誉教授
研究者番号: 70088855

(2)研究分担者

原山 卓久 (HARAYAMA, Takahisa)
早稲田大学・理工学術院・教授
研究者番号: 70247229
(平成27年度より)

(3)連携研究者

津川 暁 (TSUGAWA, Satoru)
早稲田大学・理工学術院・助手
研究者番号: 20607600

中川 正基 (NAKAGAWA, Masaki)
早稲田大学・理工学術院・助手
研究者番号: 80649202