

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 22 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2013～2016

課題番号：25420437

研究課題名(和文)統計的データ解析に基づく制御理論の構築

研究課題名(英文)Foundation of control theory based on statistical data analysis

研究代表者

藤本 健治 (Fujimoto, Kenji)

京都大学・工学研究科・教授

研究者番号：10293903

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,900,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、統計的学習アルゴリズムを制御工学の問題に適用し、大別して三つの新しい成果を得た。第一に変分ベイズ法を用いた制御系のシステム同定手法を得た。第二に相互情報量を用いたシステム同定のための制御入力的设计法を与えた。第三にガウス過程回帰と呼ばれる非線形関数近似器を用いて非線形系の制御系设计手法を与えた。制御工学においては、制御対象の数理モデルに基づいて设计が行われるが、精密な数理モデルの獲得は容易ではない。本研究では、統計的データ解析のツールを援用することでこれまでにない制御系设计の一連のアルゴリズムを導いた。

研究成果の概要(英文)：This research program mainly achieves three major results by applying statistical learning algorithms to some problems in control engineering. One is system identification for transfer functions and state space models based on variational Bayes. Another one is active learning for system identification based on frequency weighted mutual information. The last one is to use Gaussian process inference for nonlinear controller design. In control engineering, most of the design procedures are based on a mathematical model of the plant system. However, it is not so easy to obtain precise mathematical models in practice. The scope of this research program is to derive a new design algorithms based on statistical learning theory which were not used in control engineering research area so far.

研究分野：Control theory

キーワード：Control theory System identification Statistical learning Nonlinear control

1. 研究開始当初の背景

制御工学の多くの問題は、制御対象を数式によってモデル化することで、制御の諸問題を数式によって記述し、得られた数式を解くことで最適な制御手法を求めるという手順で実行される。しかし現実の制御対象を正確に表す数理モデルを得ることは容易ではなく、正確なモデルを簡便な手順で得る方法の開発が求められている。制御工学の研究分野の中にも、数理モデルを推定するシステム同定と呼ばれる分野があり、これまで多くの研究が行われているが、正確な数理モデルの獲得は依然として重要かつ難しい問題である。

一方、統計的な機械学習の分野では、モデルに基づくのではなく、推定したい量をデータから直接推定したり、あるいはデータを説明する数式を統計的に推定したりする方法が提案されている。これまで制御工学におけるシステム同定では、最尤推定と呼ばれる確定的な推定値を獲得する手法が主流であったが、機械学習の手法のうちベイズ推定と呼ばれる手法に基づく推定を行うと、推定結果の信頼性も含めた確率的な推定値を獲得することができる。また一方、機械学習の分野では、隠れ変数を含まない静的な入出力関係を持つモデルに対する推定問題が主流で、制御工学で主に扱うダイナミクスを有する系に対する推定問題は、あまり取り扱われていない。

機械学習等のツールを用いると、制御対象の数理モデルの統計的な情報が得られるが、そのようにして得られた統計的なモデル情報を活かした制御手法の一つが確率システムの制御理論である。この枠組みでは、システムに確率的なノイズが加わったり、システムのパラメータが確率的なばらつきを有したりする場合に、その影響を考慮した制御を行う手法である。これまでの研究では確率的なノイズに対する対処法に関する研究が多く、機械学習との組み合わせを陽に考慮した手法はあまり研究されていなかった。

2. 研究の目的

上記のような背景のもとで、本研究では以下のような複数のアプローチで統計的機械学習と制御工学の融合を図る。

(1) 統計的学習を用いたシステム同定手法として、変分ベイズ法と呼ばれる手法を、制御工学における線形・非線形の状態空間モデル、および伝達関数モデルの推定問題に適用し、推定結果の信頼性も含めた統計的な推定値を得ることを目的とする。これらの推定問題には、複数の未知パラメータが存在するため、それらに対してどのように推定問題を構成するかで、うまく解を得られるか否かが左右される。従来法として、機械学習の分野でも、統計的学習手法をシステム同定の問題に適

用しようという試みが行われているが、その多くでは、制御系の性質を利用できていないことから、かなりの近似を用いないとアルゴリズムが実行できず、結果として推定がうまくゆかなくなることがあるなど信頼性に問題があった。本研究では、制御系の特性を用いて問題をうまく定式化することで、従来法に比べて近似が少なく、かつ推定モデルが制御工学の知見と整合するような手法を得ることを目的とする。

(2) システム同定においては、制御系に人工的な制御入力を加えて得られる入出力のペアのデータからシステム内部の数理モデルを推定する。その際に用いる人工的な制御入力の選定方法は、システム同定における課題の一つである。もっとも効率良くモデルを推定できる制御入力を得るには、モデルの情報が必要となるため、従来は予備推定実験などで得られた事前知識を用いて、システム同定のための制御入力を決定し、その入力を用いてシステム同定を行っていた。この問題に対して、相互情報量と呼ばれる統計量を用いて、現在までに得られている入出力データから、自動的に最適な同定制御入力を導出することを目的とする。本問題への解が得られれば、これまでノウハウや試行錯誤が必要であったシステム同定の手続きをかなり自動化することができる。

(3) 非線形の入出力特性を持つ関数を、その入出力データから推定する手法は、Galerkin近似をはじめ、古くから研究されている。有限個の入出力データから、非線形関数を統計的に学習する手法として、ガウス過程回帰と呼ばれる手法が近年開発され、統計的な機械学習の分野で広く使われるようになってきている。制御系を対象とした推定問題についても、ガウス過程回帰を用いた手法が提案されているが、このモデルに対するフィードバック制御則の設計法については、まだ未完成の状況である。そこで本研究では、このガウス過程回帰のツールを非線形制御系の同定・推定に用いた場合に、フィードバック制御則を学習的に導出し、制御系の性能を最適化することを目的とする。これまで、機械学習を用いたシステムの推定と、確率システム論に基づく制御系設計とは別々の枠組みで開発されており、それらを組み合わせて使用する際にそれぞれの特性に違いがあり、両者の良さをうまく活かせないという問題があったが、本研究では推定と設計を一体化することで、既存手法の問題点を解決できるようになることが期待される。

3. 研究の方法

先に述べた背景及び研究目的に鑑み、本研究では以下のように複数のアプローチで、統計的学習のツールを用いた制御系の推定・設計問題を扱う。

(1) 変分ベイズ法に基づくシステム同定としては、まず伝達関数モデルの同定問題に取り組む。システム同定に最も良く用いられる伝達関数モデルは、ARXモデルと呼ばれ、未知変数に関して線形の方程式を解く問題となる。このような問題は、線形回帰問題と呼ばれ、古くから研究がなされており、従来のシステム同定の方法である最尤推定・最小二乗法を用いて解くことができるほか、代表的な統計的学習法であるベイズ推定もそのまま適用することができる。本研究ではこのARXモデルよりもより表現力の高いARMAXモデルを用いる。従来のARXモデルの推定では、推定のための最も都合の良いノイズモデルを仮定し、ノイズは推定せずに未知パラメータのみを推定する方法であった。これに対して提案法では、ARMAXモデルに対して、システムの未知パラメータとシステムに入力されるノイズの両方を推定する問題を扱う。この問題は、非線形な関係にある複数の未知変数の推定問題となり、通常のベイズ推定では解くことができないため、変分ベイズ法の適用を検討した。ただし、ARMAXモデルの推定問題は、そのままでは標準的な変分ベイズ法で扱える問題にはならないため、問題を拘束条件付きのパラメータ推定問題に等価変換するなどの工夫を行うことで、アルゴリズムの実行を可能とした。

また、制御系設計において一般的なモデルである状態空間モデルの推定問題にも変分ベイズ法を適用した。線形モデルに対する推定では、変分ベイズ法を比較的容易に適用でき、システム行列と状態変数を交互に推定するアルゴリズムとなる。しかしこのアルゴリズムを実際に実行すると、数値的に不安定となり、推定値が得られないことがあった。この問題を、推定アルゴリズムの非線形ダイナミカルシステムとしてのフィードバック安定化問題と捉え直し、これまでは変分法を用いていた部分を勾配法に置き換えることにより、数値的な安定性を確保できることを示した。また非線形制御系のシステム同定問題にも取り組み、状態方程式が未知パラメータに関してアファインであるという仮定のもとで、線形システムの場合と同様に変分ベイズ法が適用可能となり、システムパラメータと状態変数を交互に推定するアルゴリズムとなる。ただし、状態変数の推定問題は非線形の問題となるが、従来の非線形状態推定・スムージング問題と等価となるため、拡張カルマンフィルタ・unscented Kalman filter・particle filterなど、既存の様々なツールがそのまま適用できる。

(2) システム同定の制御入力の学習問題では、近年機械学習の分野で開発されているactive learningと呼ばれる方法を適用した。この手法においては、これから入力する制御入力と推定すべきパラメータの相互情報量

を計算する。相互情報量とは、2つの確率変数の片方の情報がわかった時に、もう片方の変数の情報がどのくらい特定されるかを示すものである。したがって、この相互情報量を計算することができれば、それを最大にするようにシステム同定の制御入力を決定すれば良いということになる。この考え方自体は、既存の手法でも提案されていたが、実際にシステム同定を実行してみるとうまく行かないことが多かった。本研究ではこの原因の究明に取り組み、従来法では情報量の定義の仕方が一通りのみで、制御工学において重要な指標である周波数特性を考慮できないことが原因であることがわかった。そこで周波数特性を表現する相互情報量を新たに定義し、この量をオンライン計算で最大することにより、システム同定において実用的なアクティブラーニング手法を開発する。

(3) ガウス過程回帰の制御工学への応用に関しては、二つの成果を得た。その一つは、ガウス過程回帰によってシステム同定された非線形の制御対象に対して、制御器を学習的に設計することである。ガウス回帰過程を用いてモデルの推定を行うと、将来の状態変数の予測を統計的に行うことができるようになるが、本手法ではその予測を用いて最適状態推定器および最適出力フィードバック則を設計する。具体的な設計は、パラメータ表示した状態観測器および制御器を用意しておき、統計量を評価関数として非線形最適化を行うことで行う。本手法により、制御対象のモデルの信頼性の情報も考慮した設計が可能となる。

ガウス過程回帰に関するもう一つの成果は、制御器設計のための偏微分方程式の解法である。非線形 H^∞ 制御をはじめ、非線形の最適制御の多くは、Hamilton-Jacobi方程式または不等式と呼ばれる、状態変数のスカラ関数に関する非線形の偏微分不等式を解くことによって得られる。しかしこの不等式は解くことが難しく、幾つかの近似解法が得られてはいるが、実用的に利用することはできない状況である。本研究では、この既知のHamilton-Jacobi不等式に対して、人工的に状態変数のデータ点を生成し、ガウス過程回帰を適用して解を求める方法を提案する。ガウス過程回帰の通常の利用方法は、実験データに対してそれを説明する数理モデルを求めることにあるが、本研究では実験データに当たるものを人工的に生成することで、既知の不等式に対する未知の解を求められるという点が新しい。本手法により、解の信頼性の情報も含めた偏微分不等式の解を得ることができ、さまざまな非線形制御則を導出することが期待できる。

4. 研究成果

上に述べた方針で得られた成果を以下に順に述べる。

(1) ARMAX モデルの推定問題では、先に述べた方針で変分ベイズ法を適用し、システムパラメータとノイズを同時に推定する手法を与えた。その際、本来は既知のパラメータも未知パラメータとして扱うことで、 $y[t] = \langle \theta, \phi[t] \rangle$ のように未知パラメータ θ に線形な形で入出力を表すことができ、変分ベイズ法を適用できる。ここで θ は路のシステムパラメータベクトル、 $\phi[t]$ は過去の入出力およびノイズを表すベクトルである。この方法を用いて、 $y = G(z)u + H(z)w$ の形の伝達関数モデル $G(z)$ と $H(z)$ を推定した結果を図 1 に示す。ただし u, y, w はそれぞれ、入力、出力、未知のノイズである。青線が真のモデル、赤線が推定結果のサンプリングデータを表す。概ねうまく推定できていることがわかる。

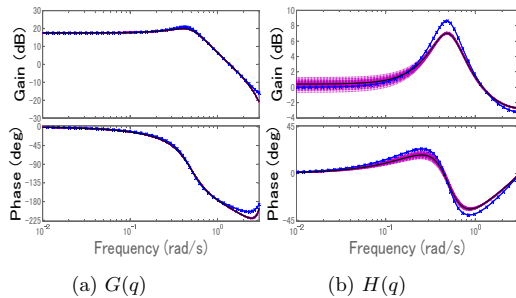


図 1 ARMAX モデルの変分ベイズ推定

状態空間モデルの変分ベイズ推定に関しては複数の成果を得たが、特に非線形の制御対象に対する適用結果を紹介する。 $x[t+1] = \theta f_1(x[t], u[t]) + f_0(x[t], u[t])$, $y[t] = \theta h_1(x[t], u[t]) + h_0(x[t], u[t])$ の形の未知パラメータ θ に関してアファインな制御対象に対してモデルの推定を行った。その際の出力信号 y の推定結果を図 2 に示す。黒の破線が真値、赤の実線が推定値を表しており、うまく推定できていることがわかる。またこの際の状態変数 $x[t]$ の第 1 要素の推定分布の時間応答を図 3 に示す。非線形関数によって、分布が多峰性を有している様子が確認でき、非線形系の本質を捉えた状態推定が行えていることがわかる。

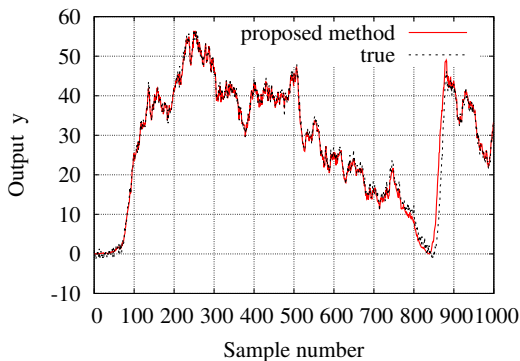


図 2 変分ベイズによる推定：出力の比較

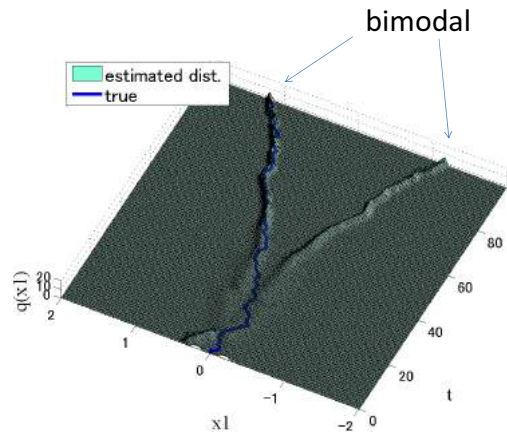


図 3 変分ベイズによる推定：状態 x の分布

(2) 周波数特性を考慮したシステム同定におけるアクティブラーニングについては、システムパラメータ θ と制御入力 $u[t]$ の間の周波数 ω に関する相互情報量 $I(g, y[t+1] | u[t], \omega) = H(g(\theta[t], \omega)) - H(g(\theta[t+1], \omega))$ を最大化する制御入力 $u[t]$ を求めたい。ここで $g(\theta, \omega)$ は、システムパラメータが θ である時の周波数 ω に関する系の周波数特性（すなわち伝達関数のようなもの）を表し $I(\cdot)$ は情報量を表す。このようにして得られた周波数重み付き相互情報量に周波数重み分布 $p_\omega(\omega)$ に関して期待値をとった $\langle I(g, y[t+1] | u[t], \omega) \rangle_{p_\omega(\omega)}$ を最大化するように制御入力 $u[t]$ を選んだ。制御対象の伝達関数とその推定値を図 4 に示す。黒の実線は真値、赤の破線は提案法、緑及び青の一点鎖線は従来法の結果を表す。提案法では従来法よりも高精度な推定値が得られていることがわかる。

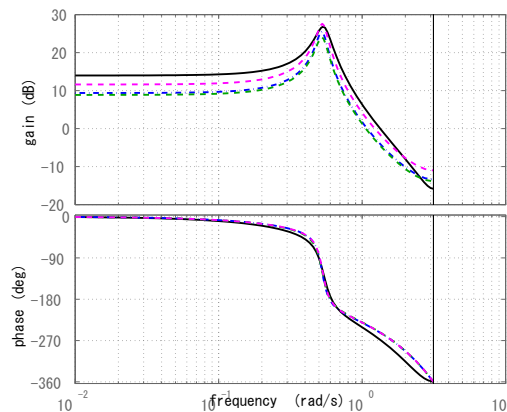


図 4 アクティブラーニング：ボード線図

(3) ガウス過程モデルに対する制御系設計手法に関する研究では、LQ 最適制御のガウス過程システムへの拡張となる制御系設計法を提案した。2 次の非線形制御系に対する設計例を図 5 に示す。ここで青の実線は各状態変数の時間応答の期待値、赤の実線は 3σ の変動上限・下限を、緑の点線はサンプリングデータを表している。 3σ の信頼領域全体が

速やかに原点に収束しており、またサンプリングデータもすべて収束している。このようにうまく出力フィードバックによって制御できている様子がわかる。

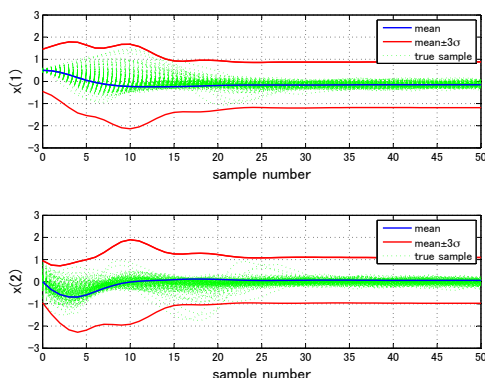


図5 ガウス過程モデルの最適制御

ガウス過程回帰を用いたもう一つの成果として、Hamilton-Jacobi 不等式の近似解法を提案した。この手法を2次の非線形系に適用した時の様子を図6に示す。左が従来法として、線形近似モデルに対して計算した Hamilton-Jacobi 不等式の値を表しており、右図が提案法である。それぞれ水平面の軸は状態変数 x_1 , x_2 を、鉛直上向きの軸は不等式の値を表しており、この値が負の場合に Hamilton-Jacobi 不等式を満たす。図のオレンジの平面はこの不等式が0となる平面を表し、図の赤の局面は不等式の値が正、すなわち Hamilton-Jacobi 不等式を満たさない範囲を表す。また紺色の点は、ガウス過程回帰の推定に用いたデータ点を表している。提案法の右図の方が従来法の左図よりもオレンジの領域、すなわち Hamilton-Jacobi 不等式を満たす領域が広がっており、有効領域の広い解が得られていることがわかる。

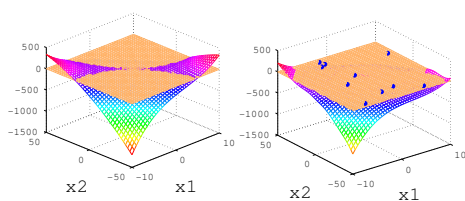


図6 ガウス過程回帰によるHJ不等式の解法

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 13 件)

[1] S. Satoh, K. Fujimoto and M. Saeki, Transition to an optimal periodic gait by simultaneous input and parameter optimization method of Hamiltonian systems, *Artif Life Robotics*, 査読有, 2016,

DOI: 10.1007/s10015-016-0294-5

[2] K. Fujimoto and Y. Takaki, On system identification for ARMAX models based on the variational Bayesian method, *Proc. IEEE Conference on Decision and Control*, 査読有, 2016, pp.1217-1222

[3] Y. Okura and K. Fujimoto, A study on robust nonlinear optimal control for parameter variation, *Proc. IEEE Conference on Decision and Control*, 査読有, 2016, pp.4469-4473

[4] Y. Ito, K. Fujimoto, Y. Tadokoro and T. Yoshimura, On stochastic optimal control for linear systems with robust stability, *Proc. IEEE Conference on Decision and Control*, 査読有, 2016, pp.5390-5395

[5] K. Fujimoto, T. Takeuchi and Y. Matsumoto, On port-Hamiltonian modeling and control of systems with quaternions, *Trans. JSASS Aerospace Tech. Japan*, 査読有, Vol.14, 2016, pp.Pd_1-Pd_6

[6] D. Chen, K. Fujimoto and T. Suzuki, Discrete-time nonlinear optimal control via generating functions, *IEICE Trans. on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, 査読有, Vol.E99, 2016, pp.2037-2048

[7] K. Fujimoto, Y. Oji and K. Hamamoto, On periodic Kalman filters and multi-rate estimation, *Proc. IEEE Multi Symposium on Control*, 査読有, 2016, pp.934-939

[8] D. Chen, Z. Hao, K. Fujimoto and T. Suzuki, Discrete-time linear optimal control via double generating functions, *IEICE Trans. on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, 査読有, E98-A, 2015, pp.833-842, DOI: 10.1587/transfun.E98.A.833

[9] Y. Okura and K. Fujimoto, A new framework of robust LQ optimal control for parameter variation and its application to the double generating functions method, *Proc. IEEE Conference on Decision and Control*, 査読有, 2015, pp.3236-3241

[10] K. Fujimoto, T. Inoue and S. Maruyama, On finite time optimal control for discrete-time linear systems with parameter variation, *Proc. IEEE Conference on Decision and Control*, 査読有, 2015, pp.6524-6529

[11] Y. Ito, K. Fujimoto, Y. Tadokoro and T. Yoshimura, On linear solutions to a class of risk sensitive control for linear systems with stochastic parameters, Proc. IEEE Conference on Decision and Control, 査読有, 2015, pp.6516-6523

[12] Z. Hao, K. Fujimoto and Y. Hayakawa, Optimal gait generation for a compass biped robot via the double generating functions method, SICE Journal of Control, Measurement and System Integration, 査読有, Vol.7, 2014, pp.96-103

〔学会発表〕 (計 8 件)

[1] 谷口明宏, 藤本健治, 西田吉晴, 変分ベイズ法に基づいた非線形状態空間モデルのパラメータ推定: 変分事後分布の多峰性, SICE 第 4 回制御部門マルチシンポジウム, 2017. 03. 06-09

[2] 高木友士, 藤本健治, ガウス過程状態空間モデルに対するモデルの不確かさを考慮した状態フィードバック制御則の設計, SICE 第 4 回制御部門マルチシンポジウム, 2017. 03. 06-09

[3] 高木友士, 藤本健治, ガウス過程状態空間モデルに対する最適制御, 第 19 回情報論的学習理論ワークショップ, 2016. 11. 16-19

[4] 大路悠友, 藤本健治, H^∞ フィルタを用いたマルチレート状態推定, 第 60 回システム制御情報学会研究発表講演会, 2016. 05. 25-27

[5] 井上鉄平, 藤本健治, 周波数領域における相互情報量を用いた能動学習, SICE 第 3 回制御部門マルチシンポジウム, 2016. 03. 07-10

[6] 井上鉄平, 藤本健治, 信頼性を考慮したばらつき抑制のための確率最適制御, 第 58 回自動制御連合講演会, 2015. 11. 14-15

[7] 高木友士, 藤本健治, 変分ベイズ法に基づく ARMAX モデルのシステム同定, 第 59 回システム制御情報学会研究発表講演会, 2015. 05. 20-22

[8] 石神孝容, 藤本健治, 西田吉晴, 勾配ベイズ法によるロバストな状態空間モデルのシステム同定, SICE 第 2 回制御部門マルチシンポジウム, 2015. 03. 04-07

[9] 井上鉄平, 藤本健治, 2 軸ヘリコプタのベイズ推定によるパラメータ推定と確率最適制御, 第 58 回システム制御情報学会研究

発表講演会, 2014. 05. 21-23

〔図書〕 (計 0 件)

〔産業財産権〕

○出願状況 (計 0 件)

○取得状況 (計 0 件)

〔その他〕

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

藤本 健治 (FUJIMOTO, Kenji)
京都大学・大学院工学研究科・教授
研究者番号: 1 0 2 9 3 9 0 3