

**科学研究費助成事業 研究成果報告書**

平成 27 年 6 月 8 日現在

機関番号：14301

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2013～2014

課題番号：25610028

研究課題名(和文) 観測データを用いた長期気象現象の数理モデル構築

研究課題名(英文) Construction of mathematical models for long-term forecast of atmospheric variation by climate time-series

研究代表者

坂上 貴之 (SAKAJO, Takashi)

京都大学・理学(系)研究科(研究院)・教授

研究者番号：10303603

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,800,000円

研究成果の概要(和文)：数学と気象学の研究者の間の連携による以下の共同研究が推進された。気象データ時系列を用いた確率微分方程式の導出手法が開発され、冬季の対流圏気象現象や成層圏の突然昇温現象などへの応用が行われた。この成果は気象学の雑誌に掲載された。本手法は様々な気象実データへの展開が可能であり、予測スプレッドの拡大率の定量的な評価が可能となるであろう。また理研と京大の間で行われたデータ同化に関する合同研究会の活動を通じて、非ガウス・非線形データ同化の手法開発への萌芽となった。また、本研究の中ですすめたカオス力学系の同期としてのデータ同化の研究の基礎研究は今後のデータ同化の基礎理論として展開が期待される。

研究成果の概要(英文)：With close cooperation between mathematicians and meteorologist, the following research have been promoted. Firstly, we have developed a theoretical procedure to derive an empirical stochastic differential equation from climate time-series. It is applied to time-series of the tropospheric and the stratospheric winter-time low-frequency variability, which were published in an international journal. This procedure is applicable to the construction of wide range of atmospheric phenomena. Secondly, we constantly hold joint workshops between Kyoto University and RIKEN AICS on the data assimilation. They yield the development of a new non-Gaussian and non-linear data assimilation technique, which is now under close investigation as a seed research topic. Finally, we have carried out a fundamental research on the characterization of the data assimilation as chaos synchronization, which is to be a promising future perspective on the theoretical understanding of the data assimilation.

研究分野：応用数学・数理流体力学

キーワード：確率微分方程式 データ同化 カオス力学系 時系列解析 対流圏 成層圏 Conley-Morse分解

## 1. 研究開始当初の背景

数ヶ月程度の中期的な気象変動を予測する研究は、その地球温暖化への影響を調べるだけでなく、冬期や夏期の天候変動といった我々の日常生活を営む上でも極めて重要である。しかし、ナビエ・ストークス方程式を初めとする現在の流体モデル方程式は数日程度の天気予測には威力を発揮するが、方程式の解の持つ本質的な予測不可能性(カオス性)のため、それ以上の天候予測はアンサンブル予報などの統計的なものとしてしか実現されておらず、またその精度も十分でない。一方、ある特定の領域、例えば冬期の北半球における対流圏や成層圏では、数ヶ月の間にある特定の気候パターンが出るのが観測その他で知られており、こうした力学的挙動を反映した形での新たな数理モデル方程式の構築が望まれている。加えて気象の観測網の発達に伴い、様々な気象データが利用可能であり、数理モデルを構築する際に、こうしたデータを有効活用することも重要となっている。こうした状況を踏まえた定量的な気象データと定性的な数理モデルの融合による新しい気象モデル研究は国内外でもほとんど前例がない。

こうした気象学における新しい数理モデルの構築を目指し、本研究課題の参加者らを中心として、北海道大学数学・気象学連携ユニット(MæT)を5年前から結成し、連携研究活動を行ってきた。その過程で過去30年にわたる冬期の北半球中高緯度における対流圏の気象データを主成分分析し、その卓越二成分によって張られる相空間上の確率微分方程式を統計的な手法により導出し、実際の冬期の気象変動の予測スプレッド(予測誤差の拡大率)を定量的に検証可能にした。また、文部科学省の支援の下、このユニットが中心となって、気象学者と数理科学者の連携研究を促進するワークショップを開催するなど、この連携活動は活発になってきている。

## 2. 研究の目的

以下の三つのテーマについて研究を進めた。

【研究項目1】北半球中緯度対流圏における冬期の気象のモデル方程式の精密化

先行研究の気象データの主成分分析の主要2モードから得られた確率微分方程式を、主要モード数の拡大や、カーネル密度推定法などの統計的手法を用いて精密化する。

【研究項目2】極域成層圏における突然昇温現象を予測する気象モデル方程式の研究

比較的安定とされる冬期北半球の成層圏の気温が数ヶ月に一回程度突然に上昇するという現象(突然昇温)が気象観測などによって明らかにされているが、このメカニズムは定性的記述にとどまり、その予測については不明な部分が多い。これに対して研究項目1の結果をベースにした気象予測モデルを構築する。

【研究項目3】気象学における新しい問題の発掘と気象連携の推進

気象学には数学との連携による新展開が望まれる多くの問題がある。一方で、本格的な連携を行うには双方の研究者による持続的研究体制を構築し、両分野の問題意識を理解することが必要である。そこで、気象学上の潜在的問題を発掘し、研究者の緊密な連携を生む研究集会やチュートリアルを行う。

## 3. 研究の方法

【研究の実施体制】応用数学・数理流体力学を専門とする坂上貴之(京大)を代表として、稲津将(北大,気象学)・齊木吉隆(一橋大,力学系)・中野直人(北大,偏微分方程式論)が研究分担者として研究を行った。また、数理モデルを構築に必要な確率論および統計科学の専門知識の提供を楠岡誠一郎(東北大,確率論)および中村和幸(明治大,統計数理)より適宜受けた。また、データ同化を専門とする理化学研究所の三好建正チームリーダーを連携研究者として加え、数理モデル構築のための万全の体制を整えた。

【研究の進め方】研究項目1と2については中野・稲津・齊木・楠岡が実施した。平成25年度は、先行研究のある北半球冬期対流圏の数値モデルを、データ解析や統計的手法などを用いて精密化した。同時に、もう一つの研究対象である成層圏の突然昇温現象については、研究協力者として森田英俊(京大,非線形物理)と國府寛司(京大,力学系)を加えて実データが定める力学系のConley-Morse分解による力学的メカニズムの理解を通して、その決定論的な記述について検討を加えた。平成26年度には、前年度の対流圏の気象に対して行った数値モデル構築の手法を活かして、成層圏突然昇温の数値モデルの構築とその精密化を行った。

研究項目3については、坂上と三好に中村を加えて、定期的な研究会を実施し、データ同化の数理的諸問題について検討を加え、観測データを用いた新しい数値モデルの精密化手法の開発を検討した。齊木はカオス同期としてのデータ同化の理解に向け、カオス力学系理論の基礎研究を進めた。

#### 4. 研究成果

【研究項目1】平成25年度は、まず対流圏における冬期気象モデルを精密化する研究を行った。このモデルは、過去30年にわたる北半球の対流圏データの主成分分析の主要2モードを使って構築した確率微分方程式モデルで、主成分2モードで全体の25%の情報を再現し、その予測誤差の拡大率の定量的な検証が可能レベルにあったが、その精密化を図るためにはより多くのモードを取り込む必要がある。そこで、全体の50%の情報を再現する主要5モードまでのデータが定義する時系列のConley-Morse分解による解析を実施した。その結果、既存の観測データでは時系列の長さに限界があり、やはり主成分2モードでの解析が妥当であるとの結論を得た。

これに平行して2014年3月に数学・気象

学連携ワークショップを開催して、本現象の気象学における事実とその記述について理解を深め、同時にその数学的な力学モデルの記述について検討を加えた。また研究の推進に必要な専門知識の提供を受けるためにセミナーを適宜開催した。さらに、関連する学会への出席を通じて、我々の研究について報告するなど積極的に議論を行った。特に、三好とともに、気象予測におけるデータ同化の手法が本研究数値モデルに適用できるか検討した。

平成26年度は前年度に検討した気象予測可能性に関する数理的手法を広範な気象学課題へ適用可能か検討した。そのために、国内外から関連する研究者の招聘を行い、専門知識の提供を受けるとともに、今後のモデル化の可能性について検討を加え、本計画終了後、新学術領域研究申請を通じた新たな学問領域の創設への足がかりとした。また、三好との研究連携も理研・京大合同データ同化研究会を通じ、継続して行った。

【研究項目2】平成25年度は、研究項目1と研究と平行して準備をはじめ、平成26年度から成層圏の本格的な研究に着手した。まず、過去約50年の成層圏の気象データの主成分分析を行い、主要モードの時系列を低次元相空間に埋め込み、Conley-Morse分解による力学構造の抽出を行った。成層圏の場合は主要3モードで主成分の80%の情報を再現しているため、まずは3モード(三次元相空間)での時系列解析を行い、その気象予測誤差の拡大率(予測スプレッド)がどう変動するかを実際の気象データとの比較を通じて調べた。この結果、アンサンブル予報スプレッドと確率微分方程式のmultiple realisationは、相空間内における分布が定性的に一定程度一致することがわかった(図1)。また、この成果はJ. Atmos. Sci.に掲載された(参考文献)。

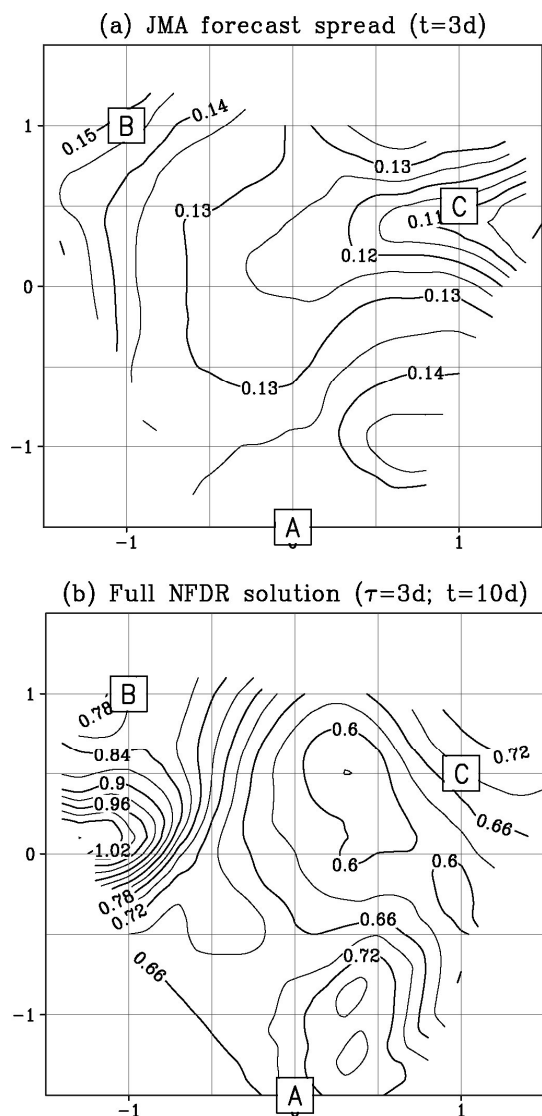


図 1 : (a) 気象庁アンサンブル予報におけるスプレッドと(b) 確率微分方程式によって推定された multiple realisation の分散 . とともに中高緯度冬季における成層圏の長周期変動の第 1・2 主成分で張られた相空間内に射影した値として書いている .

【研究項目 3】平成 25 年度は、三好と坂上により第 1 回理研 AICS-京大データ同化合同研究会を開催し、お互いの研究などを紹介して、今後の研究連携の基礎固めを行った。第 2 回は、「気象学におけるビッグデータ同化の数理」なる国際研究集会(統計数理研究所「数学協働プログラム」との共催)として実施した。その中で、メリーランド大学、数学・気象学連携ユニットの中心的存在である Brian Hunt 教授を招いて、数学と気象学の連携研究の国際的現状とその成果について意見交換を行った。

齊木はデータ同化のカオス同期としての構造を明らかにするため、力学系の双曲性の破綻に関する研究を進めた。双曲性が破綻するための構造として知られる「安定多様体と不安定多様体の接触 (tangency)」により気象数理モデルのロバスト性やその数値軌道の信頼性が保証されなくなる可能性を念頭に、この接触を力学系の不安定周期軌道の安定多様体と不安定多様体がなす角度に着目することによって詳細に調べた。本成果は論文 ( 発表論文 と ) として掲載された。

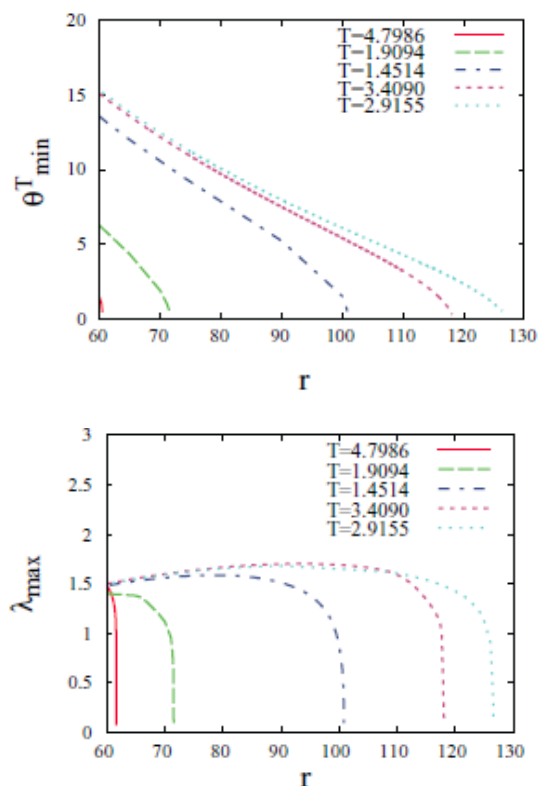


図 2 ( 発表論文 の Fig.2 ) : 系のパラメタ  $\gamma$  に対する (上) ローレンツ系の各周期軌道の安定多様体と不安定多様体のなす角度 (下) 最大リアプノフ指数の変化 .

図 2 は、系のパラメタ変化に対して、ローレンツ系の各周期軌道の安定多様体と不安定多様体のなす角度(上)ならびに最大リアプノフ指数(下)がどうふるまうかを示したものである。図 2(上)は、あるパラメタにおける不安定周期軌道の多様体の情報がわかると、パラメタに関する周期軌道の発生パラメタの順

序を同定できることを示している。図 2(下)は、パラメタに関する大域的な情報は、従来から調べられているリアプノフ指数を用いての同定ができないため、多様体情報を調べることが有意義であることを示している。

図 3 は、安定多様体と不安定多様体の接触があるエノン写像の自然測度を、不安定周期軌道の情報によって捉えたものである。従来の Grebogi, Ott および Yorke (1988)らによる手法では、ところどころの周期で近似精度の悪化が知られていたが、その周期には、接触に近い多様体構造をもつ不安定周期軌道が含まれることが明らかとなった。接触に近い領域では安定多様体と不安定多様体の横断が密に起こり、それに伴って不安定周期軌道も密に存在することに着目して、その種の不安定周期軌道の貢献度が低くなるような近似手法を提案し、その手法によって近似が改善されることを示した。(図 3)

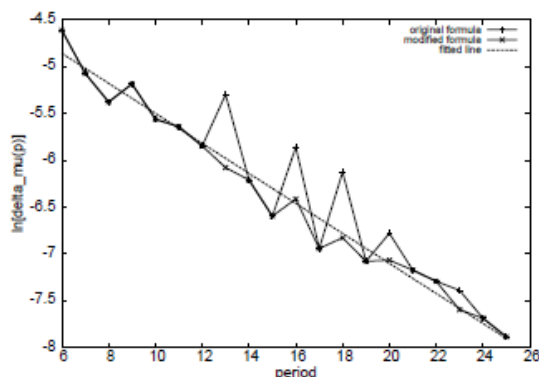


図 3 ( 発表論文 の図 16 ): エノン写像の周期  $p$  の不安定周期軌道を使った自然測度の従来の手法による近似 (+) と本研究で提案した手法による近似 (\*) の比較。

平成 26 年度は、第 3 回理研 AICS-京大合同データ同化研究会を 7 月に実施し、理研側からデータ同化の数学的諸問題が提示された。その中に複数のモデルを用いたデータ同化において、マルチメンバのデータとの当たり具合を図る比率 (尤度) を推定するという問題が提示された。中野と坂上は、これに対して、情報理論 (Shannon-McMillan の定理) の持

つ数理構造と統計力学における最大エントロピー原理に基づく新しい非ガウスのデータ同化手法を開発し、3 変数のローレンツ系における適用例を通して、本手法が実際のデータ同化にも応用可能であるという結論に至り、2015 年 3 月の第 4 回研究会 ( [その他] 成果 ) にて発表した。現在はより高自由度の気象モデル (Lorenz モデル) への本アイデアの適用を検討している。

齊木はカオス同期の基礎研究をさらに進展させるため、メリーランド大学の数学・気象学連携グループの研究者との共同研究を開始し、Lorenz モデルの不安定次元の変遷の有限リアプノフ指数の解析を行った。その結果、力学系の不安定次元が 5 以上であれば、適当な外力の下で generic に不安定次元が時々刻々と変化することを明らかにした。

【まとめ】本挑戦的萌芽研究の支援を受けて、数学と気象学の研究者の共同研究が推進され、共著論文が気象学の雑誌に掲載されるなど大きな成果があった。これ開発されたデータ時系列を用いた確率微分方程式を使えば、様々な気象実データへの展開により、多くの気象現象の予測ブレッドの拡大率の定量的な評価が可能となるであろう。また理研と京大の間で行われたデータ同化に関する合同研究会は、この 2 年の活動の結果として非ガウス・非線形データ同化の手法開発への萌芽となりつつある。また、齊木が中心になっておこなったカオス力学系の同期としてのデータ同化の研究は今後のデータ同化の基礎理論として展開が期待される。本成果をさらに拡大発展させて、よりインパクトのある共同研究へと進むことが今後の目標である。

#### 5. 主な発表論文等 〔雑誌論文〕(計 3 件)

齊木吉隆, 非双曲力学系の不安定周期軌道解析: エノン写像の周期軌道展開, 九州大学応用力学研究所研究集会報告「非線形波動現象の拡がり」, 査読有, 25A0-S2,

2014, 91-100

M.U. Kobayashi and Y. Saiki, Manifold Structures of Unstable Periodic Orbits and the Appearance of a Periodic Window in Chaotic Systems, *Phy. Rev. E*, 査読有, vol. 89, 2014, 1-6.

M. Inatsu, N. Nakano, S. Kusuoka, and H. Mukogawa, Predictability of wintertime stratospheric circulation examined by non-stationary fluctuation dissipation relation, *J. Atmos. Sci.*, 査読有, 72 巻, 2015, 774-786.

[学会発表](計9件)

M. Inatsu, N. Nakano and H. Mukogawa, Dynamics and predictability of extratropical wintertime low-frequency variability examined by a stochastic differential equation in a low-dimensional system, RIMS International Conference on Theoretical Aspects of Variability and Predictability in Weather and Climate System(招待講演), 2013年10月23日, 京都大学(京都)

中野直人, 齊木吉隆, 稲津將, 楠岡誠一郎, 確率微分方程式を用いた時系列解析における統計的係数決定公式と軌道の予測可能性, 日本数学会2013年度秋季総合分科会, 2013年9月26日, 愛媛大学(愛媛)

森田英俊, 稲津將, 國府寛司, Application of a topological-computation method to meteorological data, 2013年度応用数学合同研究集会, 2013年12月21日, 龍谷大学(滋賀)

森田英俊, 稲津將, 國府寛司, Conley-Morse グラフの方法による気象ダイナミクスの時系列データ解析, 日本物理学会, 2014年3月27日, 東海大学(神奈川)

稲津將, 中野直人, 楠岡誠一郎, 向川均, 非定常揺動散逸定理による冬季成層圏循環の予測可能性, 日本気象学会北海道支部2014年度第1回研究発表会, 2014年6月9日, 北海道大学(北海道)

市川悠衣人, 稲津將, 気象庁1ヶ月予報によるマッデン・ジュリアン振動の予測可能性, 日本気象学会北海道支部2014年度第1回研究発表会, 2014年6月9日, 北海道大学(北海道)

稲津將, 中野直人, 楠岡誠一郎, 向川均, 非定常揺動散逸定理による冬季成層圏循環の予測可能性, 日本気象学会, 2014年10月21日, 福岡国際会議場(福岡)

中野直人, 稲津將, 楠岡誠一郎, 齊木吉隆, 確率微分方程式モデルを用いたスペクトル時系列データ解析における予測可能性評価, 応用数学合同研究集会, 2014

年12月20日, 龍谷大学(滋賀)  
中野直人, 稲津將, 楠岡誠一郎, 齊木吉隆, 確率微分方程式モデルを用いたベクトル時系列データ解析におけるアンサンブル予測可能性評価, 日本数学会2015年会, 2015年3月23日, 明治大学(東京)

[図書](計0件)

[産業財産権]

出願状況(計0件)

取得状況(計0件)

[その他]

平成25年度日本気象学会北海道支部総会・研究発表会

<http://www.metsoc-hokkaido.jp/>

第1回理研 AICS-京大数学合同データ同化研究会

[http://data-assimilation.jp/jp/events/aics\\_ku\\_ws\\_2013/aics\\_ku\\_ws\\_2013.html](http://data-assimilation.jp/jp/events/aics_ku_ws_2013/aics_ku_ws_2013.html)

気象学におけるビッグデータ同化の数理(第2回 AICS-京大数学合同データ同化研究会)

[http://data-assimilation.jp/jp/events/aics\\_ku\\_ws\\_2014spring/top\\_jp.html](http://data-assimilation.jp/jp/events/aics_ku_ws_2014spring/top_jp.html)

第3回理研 AICS-京大数学合同データ同化研究会

[http://data-assimilation.jp/jp/events/aics\\_ku\\_ws\\_2014/](http://data-assimilation.jp/jp/events/aics_ku_ws_2014/)

第4回理研 AICS-京大数学合同データ同化研究会

[http://data-assimilation.jp/jp/events/aics\\_ku\\_ws\\_2015spring/](http://data-assimilation.jp/jp/events/aics_ku_ws_2015spring/)

6. 研究組織

(1)研究代表者

坂上 貴之(SAKAJI, Takashi)

京都大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号: 10303603

(2)研究分担者

齊木 吉隆(SAIKI, Yoshitaka)

一橋大学・大学院商学研究科・准教授

研究者番号: 20433740

(3)研究分担者

中野 直人(NAKANO, Naoto)

北海道大学・大学院理学研究院・研究院研究員

研究者番号: 30612642

(4)研究分担者

稲津 將(INATSU, Masaru)

北海道大学・大学院理学研究院・准教授

研究者番号: 80422450

(5)連携研究者

三好 建正(MIYOSHI, Takemasa)

理化学研究所・計算科学研究機構データ同化チーム・チームリーダー

研究者番号: 90646209