

**科学研究費助成事業 研究成果報告書**

平成 28 年 6 月 12 日現在

機関番号：13901

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2013～2015

課題番号：25610055

研究課題名(和文)高次元ブラックホールの安定性解析の手法開発

研究課題名(英文)Development of new method on stability analysis for higher dimensional black holes

研究代表者

白水 徹也 (Shiromizu, Tetsuya)

名古屋大学・多元数理科学研究科・教授

研究者番号：10282716

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,500,000円

研究成果の概要(和文)：高次元ブラックホールの静的状態について、特に高エネルギー物理からの補正があるような場合について考察を行い、広いクラスに対して唯一性定理が成り立つことを示した。また、理論の非線形レベルでの安定性を保証する正質量定理と相性のよいスカラー場の理論を調べ、超弦理論の低エネルギー有効理論から期待されるポテンシャルを持つ標準的なスカラー場に限ることを示した。一方で高次元ブラックホールの動的安定性を解明すべく、高次元極限でのブラックホールに対する近似理論の導出を行い、いくつかの例に応用を行った。

研究成果の概要(英文)：About static state of higher dimensional black holes we showed that black hole spacetimes should be unique for some cases with correction terms expected from high energy physics. And we examined if which theory for dark energy is consistent with non-linear stability. Then we could show that the canonical one is healthy. We also constructed an effective theory for higher dimensional black holes in large dimension limit to discuss the dynamical stability. As a demonstration, we had some solutions which is expected to be approximated one of exact solutions and confirmed the usefulness of our effective theory.

研究分野：一般相対論

キーワード：高次元 ブラックホール 時空の安定性 ワームホール

## 1. 研究開始当初の背景

超弦理論に動機付けられ 1998 年に Large extra dimension 模型が Arkani-Hamed らにより提唱されたことで、地上の加速器実験において高次元ブラックホールが生成される可能性が出た。そもそも超弦理論は高次元時空で定式化されており、また高次元ブラックホール自体が基本的な要素となっている。これらを背景に 1998 年ごろから高次元ブラックホールが活発に研究された。その結果、4 次元時空の場合と大きく異なり極めて豊かな構造を持っていることが分かっていった。特に 5 次元時空では様々なブラックホール解が発見された。驚くべきことにドーナツ状のブラックリング解も存在した。さらに、土星のようにブラックホールとブラックリングの共存系を表す解も発見された。しかしながら、それらの解の摂動に対する安定性は未解明であった。また、6 次元以上の時空において球以外の形をもつブラックホールの具体的な解については数値的な考察を除いて不明であった。これらは時空の対称性の低さに起因してことが知られていた。実際に、それが原因でブラックホールに対する摂動方程式の変数分離ができず、安定性解析が難航していた。また、5 次元で実行できていた解の系統的な構成法が適用できなかった。一方、高次元では超弦理論から高次元一般相対論に対して様々な補正が加わることが期待されているが、そのような理論でのブラックホール解に関する理解も進んでいなかった。さらに、宇宙の加速膨張が発見されて以来、それを説明するために導入したダークエネルギーが活発に議論されていたが指導原理の不足のため様々な理論が氾濫しており、混沌とした状況にあった。

このような問題を解決するためには、小手先の研究だけでなく、新しい指導原理開拓も念頭においた本格的な研究も求められていた。そのためには物理学者にとって新しい数学の知識も必要とされることもあると考えられた。

## 2. 研究の目的

本研究では高次元ブラックホールの安定性を解明すべく、新しい手法の開発を目指した。また、同時に安定性解析の前提である高次元時空のブラックホールの静的解の唯一性の如何を明らかにすることを目的とした。さらにその大前提である理論の正当性について吟味することとした。特に、理論自体の安定性や理論のもつ性質などについて吟味することとした。これらの問題を解決することにより、ブラックホールの安定性に関する考察の対象を絞り込むこととした。

## 3. 研究の方法

初年度は理論自体の性質の吟味を大学院生らと行った。これらには幾分数学の知識が必要とされた。次年度はブラックホールの類似物であるワームホール、並びに理論自体の正当性の吟味を初年度に継続して行った。最終年度ではワームホールの新しい定式化を行うとともに、高次元極限と呼ばれる近似法をブラックホール時空の動的安定性解析に応用するための土台作りを行った。平行して数学者らとの交流を図った。特に、一般相対論において時空の安定性の定理を証明した Schoen 氏を国内の国際会議に招待し、議論を行った。本研究では Schoen 氏とは独立に行われた Witten 氏の方法を採用したが、Schoen 氏の方法による将来的な考察も視野に入れることとし、その準備を行った。

なお、数学者の協力を積極的に得るために、所属先を物理教室から数学教室に移し、数学者との交流を図った。Newton がそうであったように、革新的な研究には(物理学者の)誰も使いたことがないような道具(数学)が必要である。特に、若い研究者を育成することで、新たな展開を行うことを目指した。特に、一般相対論と数学との交流は日本では少なく、弱い分野であると考えられる。この状況を改善することを強く意識した。

## 4. 研究成果

### (1) 高エネルギー補正項の影響

高エネルギーでは超弦理論などによる一般相対論への補正項が加わると考えられている。これらの補正をもつ重力理論の静的な時空を考察し、以下のことを示すことに成功した。(i)時空の全域で静的な真空で正則時空は平坦なものに限られる、(ii)ブラックホール解は Schwarzschild 時空に限られる。静的な場合に限れば、補正項の影響が少ないことがこの結果からわかった。特に、(ii)に関しては、静的なことから系が実質真空のアインシュタイン方程式であることがわかるため、その証明では補正項の入る余地がないことがわかった。

### (2) ダークエネルギー理論と時空の安定性

宇宙の加速膨張を説明するために様々な理論が提唱されているが、指導原理が欠如しているためか混沌とした状況にある。そこで、非線形レベルでの時空の安定性を保証する理論の特定を行った。そこで鍵を握るのが時空の空間的無限遠方で定義される ADM エネルギーである。通常物質だけがある場合、一般相対論では ADM エネルギーが非負となることが証明されている(正エネルギー定理)。これは一般相対論が理論として健全なものであることを意味している。しかしながら、加速膨張を説明するために導入されているダークエネルギーの多くの模型は通常の物質

のようによい性質を持っていないため、一般に正エネルギー定理が成り立つか否かは不明である。そこで、正エネルギー定理が成り立つような理論のクラスの特定を行うこととした。すなわち、それを模型特定の指導原理の一つとして採用し、具体的にはダークエネルギーのある理論がどのように制限されるか吟味した。その結果、運動項が標準的なものであり且つポテンシャルが超弦理論の低エネルギー有効理論である超重力理論から期待されるものに一致していることを示した。時空の安定性を保証するのであるならば、これまで考えられていたようなダークエネルギーの理論は破棄しなければならないことを意味するため、この結果の意義は計り知れない。

### (3)非自明な構造としてのワームホールと宇宙の加速膨張

宇宙の加速膨張の説明をすると期待されていた高次元宇宙模型「DGP 模型」において、ブラックホールと同様に非自明な時空であるところのワームホールの厳密解の構成を行った。この模型では2枚の薄膜が存在する。薄膜自体が我々の宇宙であり、それに直交する方向が余剰次元である。高次元全体は5次元の Schwarzschild 解から double Wick rotation で得られたもので与えられる。薄膜の位置は junction condition で特定されるが、2枚の薄膜が一般には交叉することがわかった。この交叉する箇所は一般に局所的に特異であり、帳尻を合わせるために通常一次元の低い薄膜を人為的に追加しなければならないが、DGP 模型では junction condition が特殊であるがゆえ、その必要がないことがわかった。そして、その交叉の祖存在により空間のくびれが生じるため、ワームホール的な時空を得ることに成功した。通常ワームホールの構成には負のエネルギーを持つ物質といった非物理的な状況を考える、あるいは初期特異点をもつ必要があるといわれていた。しかし、我々が構成した DGP 模型においては非物理的な物質や初期特異点を導入することなく実現することに成功した点は特筆に値する。さらに、通行可能なワームホールのサイズを見積もったところ、地球と月までの距離と同程度の巨大なものでなければならないことがわかった。また、このワームホールのくびれのサイズは時間の経過とともに大きくなり、最終段階で光速に近づく。つまり時空全体がワームホールに吸い込まれてしまう。

### (4)ワームホール時空の新しい定式化

一方、ワームホールの定義には様々なものがあり、とくにその「くびれ」の定義は時間一定面の取り方に依存する問題があった。実際に、ワームホールではない時空をワームホー

ルと同定することもあることがある。そこで、そのような不定性を取り除くため、光の束の様子を用いた新しい定義を提案し、様々なワームホール時空に対して有効であることを確認した。具体的には外向きと内向きの光の束の断面積の変化率の差がゼロである、その内向きと外向きの光に沿ったベクトルの差の方向の微分が正となる面を「くびれ」と定義した。この定義を採用すると、「くびれ」の存在とエキゾチックな物質の必要性との関係を容易に示すことが可能となった。また、幾何学的な性質も明らかになった。この新しい定義を、これまで提案されていた様々なワームホール時空に対して適用し、「くびれ」の存在を確認した。ただし、「くびれ」の位置は従来の定義からはずれていた。また、今回我々の考案した DGP 模型におけるワームホールにも「くびれ」が存在することを確認した。さらに、一見ワームホールでないような deSitter 時空には我々の定義では「くびれ」が存在しないことを確認した。

### (5)高次元ブラックホールの近似理論

本課題の本命である高次元ブラックホールの安定性を解析するために、高次元ブラックホールに対して提案されていた高次元極限を動的な場合に拡張した。具体的には動的ブラックホールに対する有効理論を得ることに成功した。高次元極限においてブラックホール周辺の重力はブラックホールからわずかに離れただけで弱くなる。このことからブラックホール近傍と遠方での振る舞いが別々に考察できる。そして、驚くべきことに高次元極限をとっているものの、次元がさほど高くなくてもよい洞察を与えることが知られているため、動的安定性に関しても今後研究が進むことが期待できる。本研究ではいくつかの配置について近似的に具現化した。例えば、高次元模型の一つである Randall-Sundrum 模型における静的ブラックホールに対応する近似解を与えた。これは静的ブラックホールの解の存在の有無で約 10 年にわたり論争となっていた問題に一定の示唆を与えたことになる。また、非一様 black string 解についても考察を行った。一様な black string 解が不安定であることはよく知られていたが、その不安定性の運命については未解明であった。比較的最近数値シミュレーションが行われるようになり、比較的低い次元では最終平衡形状がないこと、また高い次元では非一様 black string 解に落ち着くことがわかってきた。本研究では後者に対応する解を高次元極限で求めたことに対応する。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計8件)

1. R. Emparan, T. Shiromizu, R. Suzuki, K. Tanabe, T. Tanaka,  
Effective theory of black holes in the 1/D expansion,  
Journal of High Energy Physics, 1506, 2015, 159  
DOI: 10.1007/JHEP06(2015)159

2. Y. Tomikawa, K. Izumi, T. Shiromizu,  
New definition of a wormhole throat,  
Physical Review D91, 2015, 104008  
DOI: 10.1103/PhysRevD.91.104008

3. Y. Tomikawa, K. Izumi, T. Shiromizu,  
Wormhole on DGP brane,  
Physical Review D90, 2014, 126001  
DOI: 10.1103/PhysRevD.90.126001

4. M. Nozawa, T. Shiromizu,  
Positive mass theorem in extended supergravity,  
Nuclear Physics B887, 2014, 380-399  
DOI: 10.1016/j.nuclphysb.2014.09.002

5. K. Izumi, T. Shiromizu,  
DGP braneworld with a bubble of nothing,  
Physical Review D90, 2014, 46005  
DOI: 10.1103/PhysRevD.90.046005

6. M. Nozawa, T. Shiromizu,  
Modeling scalar fields consistent with positive mass,  
Physical Review D89, 2014, 23011  
DOI: 10.1103/PhysRevD.89.023011

7. T. Shiromizu, K. Tanabe,  
Static spacetimes with/without black holes in dynamical Chern-Simons gravity,  
Physical Review D87, 2013, 81504  
DOI: 10.1103/PhysRevD.87.081504

8. T. Shiromizu, S. Ohashi,  
Strictly static spacetimes and positive mass in the Einstein-Gauss-Bonnet theory,  
Physical Review D87, 2013, 87501  
DOI: 10.1103/PhysRevD.87.087501

[学会発表](計3件)

1. T. Shiromizu,  
Positive mass as a principle?,  
Hot topics in general relativity and gravitation, 11<sup>th</sup> August 2015, Quy Nhon, Vietnam

2. T. Shiromizu,  
Positive mass as a principle,  
The 94<sup>th</sup> Encounter between Mathematicians and Theoretical Physicists, 20<sup>th</sup> Sept. 2014, Strasberg, France.

3. T. Shiromizu,  
Modeling scalar fields consistent with positive mass,  
Mini-workshop on gravitation and cosmology, 7<sup>th</sup> Feb. 2014, Yukawa Institute for theoretical physics, Kyoto University, Kyoto, Japan

[図書](計0件)

[産業財産権]  
出願状況(計0件)

なし

取得状況(計0件)

なし

[その他]

なし

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

白水徹也 (SHIROMIZU, Tetsuya)  
名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・教授  
研究者番号: 10282716

### (2) 研究分担者

なし

### (3) 連携研究者

なし