

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 1 日現在

機関番号：82401

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2013～2015

課題番号：25610066

研究課題名(和文) Sine Square Deformationを用いた弦理論の双対性の究明

研究課題名(英文) Investigation of string duality through Sine Square Deformation

研究代表者

多田 司 (Tada, Tsukasa)

国立研究開発法人理化学研究所・仁科加速器研究センター・副主任研究員

研究者番号：10322603

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円

研究成果の概要(和文)：弦理論の研究において基本的な役割を果たす量子系である、2次元共形場理論において、これまで考えてこられなかった新たな量子化の手法を考案し、これによって連続スペクトル及び連続変数の保存量の組を導くことができた。これによって量子臨界系の研究で知られていた Sine Square Deformation という現象が自然に理解されるとともにその背後の物理を明らかにすることができた。

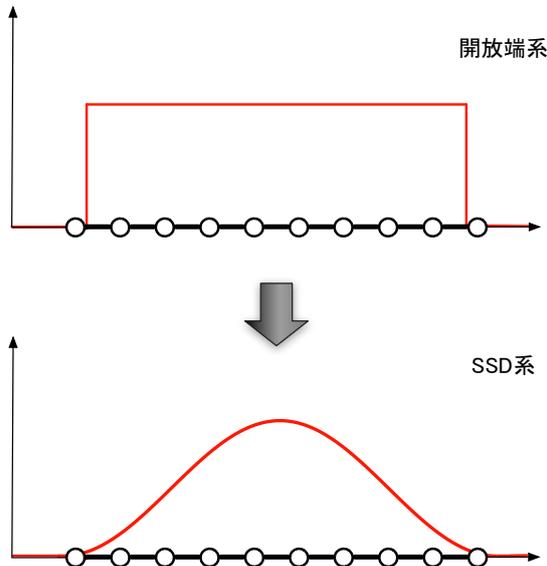
研究成果の概要(英文)：In the study of two-dimensional conformal field theories, which are a class of quantum systems that are essential in understanding string theory, we invented a novel quantization scheme that leads the continuous spectrum of the system as well as a set of conserved charges that are indexed by a continuous variable. The introduction of the new quantization scheme enables the natural understanding of the phenomenon known in the study of quantum critical systems as Sine Square Deformation. It further clarifies the physics behind the phenomenon.

研究分野：素粒子論

キーワード：Sine-square deformation 共形場理論 Virasoro代数 双対性

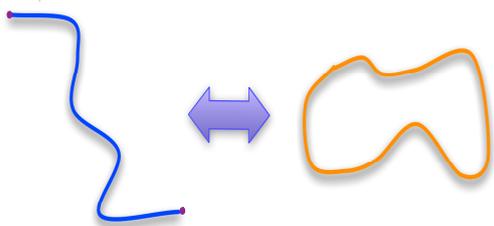
1. 研究開始当初の背景

量子臨界系において、開放端の境界条件下で隣接相互作用の強さを空間的に連続変化させると、基底状態が周期的境界条件と一致する例が見つかった。これは **Sine Square Deformation** と呼ばれ、図のように量子系が隣接相互作用をする模型で見出された。ここで図の縦軸は隣接相互作用の強さを表しており、両端のサイトに対する相互作用は開放端の境界条件での量子系である。通常の開放端系とは対照的に、系の中央付近で最大となる隣接相互作用が系の両端に行くに従って連続的に減少するような模型を試み、隣接相互作用が $\sin^2 x$ の形で変化させると、驚くべきことに、系は周期境界条件の量子系に類似の振る舞いをするのがわかった。



実際 **Sine Square Deform** した系(SSD系)の基底状態は、同じ量子系を一様な隣接相互作用の下で周期境界条件で構成した量子系の基底状態と一致する。

一方素粒子論の研究において現在最も中心的な課題である、超弦理論の非摂動的側面の理解は、様々な双対性によって近年理解が進んできた。中でもゲージ/重力対応は、ゲージ理論を導く開弦と、スピン2の励起を持つため重力を含む閉弦との間の対応関係であるが、これをより一般に開弦/閉弦双対性として理解しようとする試みが様々になされてきた。**D-brane** や **Large N**、行列模型との関連からのアプローチなどが試みられてきて



ここで原点に立ち返って考えると開弦と閉弦の違いは、世界面上では開放端境界条件と周期境界条件の違いに他ならない。すなわち

通常は所与のものとして固定されている境界条件だが、これをダイナミクスによって移り変わらせるようなメカニズムが発見されれば、超弦理論の非摂動的側面の解明に大きな手がかりとなると考えられた。

2. 研究の目的

上述のようにこれまでゲージ重力対応は様々な状況証拠や、非自明な計算結果の一致から広く受け入れられてきている。その背後には弦理論のダイナミクスがあると考えられるが、現状では超対称性をフルに活用しての計算結果に対するオブザベーションに留まっている。ゲージ/重力対応の適用範囲や適用条件などの原理的に理解されておらず、アドホックな計算が様々なセットアップで行われているのみである。にもかかわらず、強結合場の理論等への応用の可能性が広がり、ハドロン、極限物質、物性、量子臨界系へもゲージ/重力対応の応用が図られている。

このような状況で、研究代表者らは、**Sine Square Deformation** による基底状態の移り変わりが、弦のダイナミクスにおいても役割を果たし、開弦/閉弦双対性と関わっている可能性に思い当たった。そこで本課題では弦の世界面上の境界条件が量子系臨界系で見いだされた **Sine Square Deformation** による機構で、実質的に開弦と閉弦を移り変わる可能性を追求することを目的とする。

この機構と弦理論の双対性との関連を示唆、支持するのが、上記の **Sine Square Deformation** が、2次元の **Conformal Field Theory** においても一般的に可能であるという点である。ここで重要なのは境界条件という系に所与と通常考えられているものが、隣接相互作用の強さを変化させることで変えられたということである。すなわち隣接相互作用の強さをダイナミカルに変化させるような模型を作ることができれば、開放状態と周期状態を移り変わるような記述が一つの量子系として考えられることを強く示唆している。本課題では特に弦の世界面上の場の理論を背景場中で考えることにより、開弦/閉弦双対性を **Sine Square Deformation** の機構で理解することを目的とした。

ゲージ/重力対応を原理的に理解することは、弦理論のダイナミクスを理解するとともに、この対応が応用されている物性系の研究へもインパクトが大きい。逆にこれまで多くの研究がされてきており、またその原理的理解に対しても数多くの試みがなされてきているが、今だに対応の辞書はつくられてはいるものの、その背後にあるであろう基本的物理的概念については不明のままである。このように大変困難な課題であるが、この課題では、この困難を量子臨界系で見出された **Sine Square Deformation** という新しい概念をもとに、世界面上の弦理論のダイナミクスとして開弦/閉弦双対性を通して理解すること

を目指した。

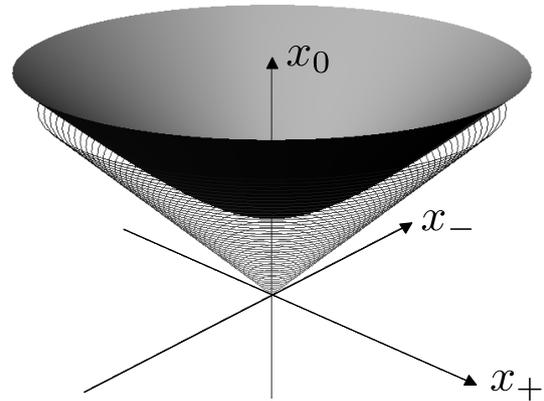
ゲージ/重力対応の原理的理解特に開弦/閉弦双対性の解明についてはこれまで素粒子理論で行われてきた様々なアプローチを使って試みられてきた。たとえばD-ブレーンのダイナミクスからの理解、LargeN 極限からの理解、非臨界弦を用いたり、ループ方程式を使うアプローチなどである。もちろんそれらは相互に関連しているが、その関連が明確に理解できるほどにはいずれのアプローチも成功していない。今回の研究ではこれらの手法と違い、最近物性系で発見され、研究が進展しつつある **Sine Square Deformation** を用いるという点が特色である。

3. 研究の方法

本課題は理論研究であるため、研究の方法としては、これまでの経験をもとに、研究目的に沿って具体的に解明すべき問題点を設定し、それに対して有用であると思われるアプローチを試すことが通常である。本課題の場合は具体的には次のようなアプローチを取った。Sine Square Deformation は、物性物理学の分野での研究からでてきたため、ハミルトン形式で現在調べられている。一方で弦理論の共変的なダイナミクスは、ラグランジュ形式で調べる必要がある。そこで Sine Square Deformation の機構をラグランジュ形式で理解することを試みた。一方で現在の Sine Square Deformation の研究は基底状態の理解に留まっており、弦の励起状態に対応するものについては調べられていない。弦のダイナミクスと双対性を理解するため、励起状態に対する Sine Square Deformation の作用について考察した。このように複雑な系を取り扱うにあたっては、系の対称性を明らかにすることが有用であると思われるので、Sine Square Deformation に固有の対称性を見出すことを目指した。

4. 研究成果

2次元の共形場理論に存在する Virasoro 代数の対称性の中で、大域的共形不変性に対応する $SL(2, R) \times SL(2, R)$ 対称性に注目した。今簡単のために片方の $SL(2, R)$ について考え、この対称性の3つのパラメーターを x^0, x^+, x^- と記すと、その対称性の Adjoint 表現は、図のように図式化される。パラメーター x^0 に対応するのが Virasoro 代数のうち、ハミルトニアン (の正則部分) になる L_0 であり、 $x^0=1$ を通る双曲面が大域的共形不変性によって L_0 のハミルトニアンが変換される軌道である。この軌道上で0でない x^+ または x^- の値を取る部分は、 L_0 に、 x^+, x^- にそれぞれ対応する $(L_1+L_{-1})/2$ および $(L_1-L_{-1})/2i$ の成分が付け加わることを意味する。しかしながらこれらの余分な部分は大域的共形不変性を用いて元の L_0 に戻すことができるため、物理的に同値である。

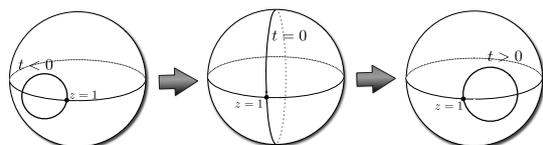


ところが図で網目で示されている円錐上の点は、大域的共形不変性で L_0 に移ることができない。これらの点は $L_0 = (L_1 + L_{-1})/2$ で代表されるが、まさにこの表式が、結合定数を空間変調されて得られる SSD のハミルトニアンになっている。このことから SSD で行われていることは、 $SL(2, R)$ 対称性の空間で、通常のものとは連結していないハミルトニアンを用いることに対応することがわかる。また $SL(2, R)$ 対称性と、ローレンツ群の表現との関係から、図の網目の円錐は、光円錐に対応することが容易に見て取れ、通常のハミルトニアンが、Massive な離散表現であるとすると、SSD によるハミルトニアンは、Massless の連続表現に対応すると理解できる。この連続表現は Virasoro 代数に関するものであるから、連続変数の Virasoro 代数が得られるはずである。

実際研究代表者らは、連続の変数に対して Virasoro 代数に類似した交換関係を満たす保存チャージの組を、SSD のハミルトニアンを含む形で構成することに成功した。通常の表現が離散的であることは、弦理論の立場で言うところの弦の長さが有限であることからきている。このため連続表現の出現は、弦の長さ、あるいは共形場理論の空間方向が無限大に広がっていることを意味する。このように応募者らは (2次元の共形場理論においては) SSD は空間方向の長さが無限大になる現象であることを示すことができた。このことから SSD で一見大域的な性質の異なる境界条件の系で基底状態が一致することは、空間が無限大になることによって境界の効果が無関係になった結果であると理解できた。

またこのハミルトニアンの変更に伴い系の時間発展の性質が、通常の共形場理論の取り扱いの際に現れるものと全く異なるということを示すことができた。時間一定の線を描くと、常に $z=1$ の点を通る円となり、リーマン球面上では、次図のように、無限遠点を回りこんで時間発展していく。このような時間発展に対応した量子化を、通常の radial quantization に対して、dipolar quantization と名付けた。radial quantization の場合エネルギー運動量テンソルは、複素平面上でローラン展開されるが、この dipolar quantization に対応した「展開」は、時間一定の線上の積分として定義さ

れる。この積分によって、先述の連続の変数に対して Virasoro 代数に類似した交換関係を満たす保存チャージの組を書き表すことができる。



このように dipolar quantization を適用した場合には、ハミルトニアンおよび時間発展が異なるので、場の理論のように無限自由度系の場合、異なるヒルベルト空間の構造が現れることが期待される。これについても上述の保存チャージの演算子について、そのエルミート共役を具体的に構成し、ヒルベルト空間の内積構造が通常 radial quantization による構成とは異なることを具体的な表式を得ることで明らかにした。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 2 件)

① N. Ishibashi and T. Tada
“Infinite circumference limit of conformal field theory,”
Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical 48 (2015) 315402、査読有
DOI: 10.1088/1751-8113/48/31/315402

② T. Tada, “Sine Square Deformation and String Theory,”
Proceedings of the 12th Asia Pacific Physics Conference (APPC12)
JPS Conference Proceedings 1, 013003 (2014)、査読有
DOI: 10.7566/JPSCP.1.013003

[学会発表] (計 4 件)

① 多田司, The dipolar quantization and the infinite circumference limit of CFT、日本物理学会第 71 回年次大会、2016 年 3 月 20 日、東北学院大学 (宮城県・仙台市)

② 多田司, On the infinite circumference limit of CFT、日本物理学会第 70 回年次大会、2015 年 3 月 24 日、早稲田大学 (東京都・新宿区)

③ T. Tada, Sine Square Deformation and String Theory, 3rd Bangkok workshop on high energy theory, 2014 年 1 月 20 日～24 日、Bangkok (Thailand)

④ T. Tada, Sine Square Deformation and String Theory, Todai/Riken joint workshop on Super Yang-Mills, solvable systems and

related subjects, 2013 年 1 月 23 日～24 日、東京大学 (東京都・文京区)

[図書] (計 件)

[産業財産権]
○出願状況 (計 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

○取得状況 (計 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

[その他]
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者
多田 司 (TADA, Tsukasa)
理化学研究所・仁科加速器研究センター・
副主任研究員
研究者番号：10322603

(2) 研究分担者
()

研究者番号：

(3) 連携研究者
石橋 延幸 (ISHIBASHI, Nobuyuki)
筑波大学・数理物質科学研究科 (系)・教授

研究者番号： 70211729