

平成 30 年 6 月 11 日現在

機関番号：17102

研究種目：若手研究(A)

研究期間：2013～2017

課題番号：25707001

研究課題名(和文)L-関数の特殊値公式へのp進的アプローチ

研究課題名(英文)A p-adic approach to the special value formula of L-functions

研究代表者

小林 真一 (Kobayashi, Shinichi)

九州大学・数理学研究院・教授

研究者番号：80362226

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 7,600,000円

研究成果の概要(和文)：高次重さの保型形式の非通常素点におけるp-進Gross-Zagier公式を証明した。またこれと関連して高次重さをもつ楕円型保型形式を虚二次体の反円分Hecke指標でひねったL-関数に関して、Coates-Wiles型の定理や岩澤予想の半分の不等式を示した。この研究はクレイ研究所のミレニアム問題にもなっているBirch and Swinnerton-Dyer予想と密接に関連するもので、この予想を含むBeilinson-Bloch-Kato予想という整数論の中心課題の重要な例を与えるものである。

研究成果の概要(英文)：We proved the p-adic Gross-Zagier formula for higher weight modular forms at non-ordinary primes. We also showed a Coates-Wiles type theorem and a one-side divisibility of Iwasawa main conjecture for Galois representations of modular forms twisted by anticyclotomic Hecke characters. This research is closely related to the Birch and Swinnerton-Dyer conjecture and gives an important example of the Beilinson-Bloch-Kato conjecture, which is a central theme of the modern number theory containing the Birch and Swinnerton-Dyer conjecture as a special case.

研究分野：number theory

キーワード：整数論 L-関数 岩澤理論 p進 BSD予想 保型形式

1. 研究開始当初の背景

代数体上定義された代数多様体の L-関数の特殊値には、その多様体に付随する整数論的に重要な不変量が現れると予想されている。この予想は Beilinson-Bloch-Kato 予想(BBK 予想)として正確に定式化されており、リーマン予想と並んでクレイ研究所のミレニアム問題にもなっている Birch and Swinnerton-Dyer 予想(BSD 予想)も楕円曲線に対する特別な場合としてこの予想に含まれている。BBK 予想は BSD 予想を含むことからわかるように、現在では有効なアプローチはあまりなく、新しい例を作るだけでも非常に価値のある成果とみなされている。このような状況ではあるが、これまでに岩澤理論など p 進的方法が成果を上げており、本研究もこのアプローチで BBK 予想に迫るものである。

2. 研究の目的

楕円曲線や保型形式などに付随してできる対象に対して BBK 予想の一部を示すことを目的とした。具体的には岩澤理論などの p 進理論を通じて、p 進 L-関数の微分値と Heegner cycle の p 進高さを結びつける p 進 Gross-Zagier 公式に代表される p 進の特殊値公式を示すことや、p 進高さ関数やそれと密接に関わる p 進テータ関数などの特殊関数の研究を行うことである。また Bertolini-Darmon-Prasanna による一般 Heegner cycle の岩澤理論を整備し、p 進 L-関数と Selmer 群の特性関数を結びつける岩澤主予想の研究を行うことである。

3. 研究の方法

Heegner 点やそれを一般化した Heegner cycle といったモチベーションな対象に注目して p 進解析の対象、複素解析の対象、数論的对象など性質の全く異なるものを結びつける。とくに p 進的に深い研究や理解を必要とする非通常素点の場合を中心にした。手法としては、p-進 Galois 表現、p 進 Hodge 理論、p-進積分論、p 進保型形式の理論を応用する。

4. 研究成果

高次重さの保型形式の非通常素点における p-進 Gross-Zagier 公式を証明した。またこれに関連して高次重さをもつ楕円型保型形式を

虚二次体の反円分 Hecke 指標でひねった L-関数に関して、Coates-Wiles 型の定理を示した。その後同じ設定で非通常素点の岩澤主予想を定式化し、その半分の不等式を示した。また p 進高さと関係の深い p 進テータ関数の研究を行い、p 進収束半径の計算や CM 楕円曲線の Hecke L-関数の特殊値の p 進付値の計算に応用した。さらに p 進テータ関数などに関連の深い Anderson のよる p 進ソリトン理論の一部を再整備しヤコビ多様体のねじれ点に関する新しい結果を得た。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計 5 件)

Kenichi Bannai, Shinichi Kobayashi, Seidai Yasuda, The radius of convergence of the p-adic sigma function, *Mathematische Zeitschrift*, Vol. 286, 2017, 751-781, 査読あり.
DOI: 10.1007/s0020

② Kenichi Bannai, Shinichi Kobayashi, Integral structures on p-adic Fourier theory, *Annales de l'institut Fourier*, Vol. 66, 2016, p.521-550, 査読あり
DOI: 10.5802/aif.3018

Shinichi Kobayashi, Takao Yamazaki, Torsion points on Jacobian varieties via Anderson's p-adic soliton theory, *Asian Journal of Mathematics*, Vol. 20, 2016, p.323-352. 査読あり.
DOI: 10.4310/AJM.2016.v20.n2.a5

Kenichi Bannai, Hidekazu Furusho, Shinichi Kobayashi, p-adic Eisenstein-Kronecker series for CM elliptic curves and the Kronecker limit formulas, *Nagoya mathematical Journal*, Vol. 219, 2015, p. 269-302, 査読あり,
DOI: 10.1215/00277630-2891995

⑤ Shinichi Kobayashi, The p-adic height pairing on abelian varieties at non-ordinary primes, in Iwasawa 2012, *Contributions in Mathematical and Computational Sciences*, Springer, Vol.7, 2014, p.265-290, 査読あり,
DOI: 10.1007/978-3-642-55245-8_9

[学会発表](計 15 件)

小林 真一, 保型形式の反円分岩澤理論, 東京電気大学 数学講演会, 2018.

② Shinichi Kobayashi,
Lectures on the p-adic Gross-Zagier
formula,
Fudan University seminar, 2018.
招待講演, 国際学会

Shinichi Kobayashi,
The p-adic Gross-Zagier formula for higher
weight modular forms at non-ordinary
primes,
Fukuoka International conference on
Arithmetic Geometry in 2017, 九州大学.
招待講演, 国際学会.

Shinichi Kobayashi,
Local Iwasawa theory of modular forms for
the anticyclotomic Z_p -extension,
Iwasawa 2017, 東京大学,
招待講演, 国際学会.

⑤ Shinichi Kobayashi,
Iwasawa theory for generalized Heegner
cycles at non-ordinary primes,
Special Cycles on Shimura Varieties and
Iwasawa Theory, Bernoulli center,
Lausanne, 2017,
招待講演, 国際学会.

⑥ Shinichi Kobayashi,
Iwasawa theory for generalized Heegner
cycles at non-ordinary primes,
Workshop on p-adic L-functions and
algebraic cycles, National Taiwan
University, 2017,
招待講演, 国際学会.

⑦ 小林 真一,
楕円曲線の反円分拡大の岩澤理論,
新潟代数セミナー, 2017
招待講演,

⑧ 小林 真一,
一般 Heegner cycle の岩澤主予想,
東北大学代数セミナー, 2017
招待講演

⑨ Shinichi Kobayashi,
Anticyclotomic Iwasawa theory for modular
forms at non-ordinary primes,
Sendai international conference on
arithmetic geometry, 東北大学, 2016,
招待講演, 国際学会.

⑩ Shinichi Kobayashi, The radius of
convergence of the p-adic sigma function
at supersingular primes, Number theory
Seminar, Padova University, 2016,
招待講演, 国際学会.

Shinichi Kobayashi
Iwasawa theory for generalized Heegner
cycles at non-ordinary primes,
Seminar de theorie des nombres de
l'IMJ-PRG, Paris 6, 7 University, 2016,
招待講演, 国際学会.

小林 真一
Anticyclotomic Iwasawa theory and
generalized Heegner cycles,
代数的整数論とその周辺 2016, 京都大学数
理解析研究所, 2016. 招待講演.

小林 真一,
一般 Heegner cycle の p 進補間について,
Regulators in Niseko 2015, ヒルトンニセ
コビレッジ, 招待講演.

小林 真一,
Heegner cycle の p 進高さ,
日本数学会 代数学シンポジウム, 東京大学,
2014, 招待講演.

Shinichi Kobayashi,
A p-adic interpolation of Heegner cycles,
Arithmetic Geometry in Tohoku, 東北大学,
2014, 招待講演, 国際学会

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

取得状況(計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
取得年月日:
国内外の別:

〔その他〕
ホームページ等

6 . 研究組織

(1)研究代表者

小林 真一 (KOBAYASHI, Shinichi)
九州大学 数理学研究院, 教授
研究者番号 : 80362226

(2)研究分担者

()

研究者番号 :

(3)連携研究者

()

研究者番号 :

(4)研究協力者

太田 和惟 (OTA Kazuto)
慶応大学 理工学部, 特任助教
研究者番号 : 70770775