

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 5 月 1 日現在

機関番号：62615

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2013～2015

課題番号：25730008

研究課題名(和文)反復丸め法に基づく近似アルゴリズムの研究

研究課題名(英文)Approximation algorithms based on the iterative rounding method

研究代表者

福永 拓郎 (Fukunaga, Takuro)

国立情報学研究所・ビックデータ数理国際研究センター・特任准教授

研究者番号：60452314

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,200,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、組合せ最適化問題に対して近似アルゴリズムを設計するための枠組みとして知られている、反復丸め法について研究を行った。その結果、ネットワークアクティベーション問題、点重み最小化グラフ被覆問題に対して、線形計画緩和定式化の新たなアイデアを発見し、それに基づいた近似アルゴリズムを与えることに成功した。また、一般化ターミナルバックアップ問題に対しては、それまで知られていた反復丸め法によるアルゴリズムを性能で上回る新たな近似アルゴリズムを与えた。加えて、無線アドホックネットワークの運用に応用を持つ、単位円版グラフ上での k 連結 m 支配集合問題に対しても、定数近似アルゴリズムを与えた。

研究成果の概要(英文)：We studied the iterative rounding method, which is known as a framework for designing approximation algorithms to combinatorial optimization problems. We found a new idea on the formulation of a linear programming relaxation of the network activation problem and the several node-weighted graph covering problems, based on which we gave new approximation algorithms for these problems. Moreover, for the generalized terminal backup problem, we presented a new approximation algorithm, that outperforms the previously known best approximation algorithm based on the iterative rounding method. Furthermore, we considered the k -connected m -dominating set problem on unit disk graphs, which have applications in wireless ad hoc networks. We presented a new constant-approximation algorithm for this problem.

研究分野：組合せ最適化

キーワード：反復丸め法 ネットワークアクティベーション グラフ被覆問題 ターミナルバックアップ問題 連結支配集合 ネットワーク設計 近似アルゴリズム

1. 研究開始当初の背景

最適化問題とは、指定された制約を満たす解の集合の中から評価基準を表す関数(目的関数)の値が最も良いものを選ぶ計算問題のことである。解集合が順列、組合せ、グラフ(ネットワーク)などのような離散構造を持つとき、特に組合せ最適化問題(または離散最適化問題)と呼ばれる。組合せ最適化問題は意思決定のあらゆる場面で現れる基礎的な問題であり、数理科学の様々な領域において重要な基盤技術であるといえる。

その重要性の一方で、組合せ最適化問題はほとんどの場合でNP困難と呼ばれる計算クラスに属しており、最適な解を多項式時間で計算するのは恐らく不可能であるとされている。そのような問題に対処するためのアプローチとして、近似アルゴリズムの研究が盛んである。近似アルゴリズムとは、最適解ではないかもしれないが、最適な値との比率(近似比)が一定以内に収まっている目的関数値を持つ解を計算するアルゴリズムのことである。理論と実用の両面の必要性から、組合せ最適化問題に対して良い近似比を達成する近似アルゴリズムの存在は非常に重要であり、これまでも活発に研究されてきたが、それでもまだ良い近似アルゴリズムが知られていない問題は多く存在する。

2. 研究の目的

近似アルゴリズムの設計の枠組みの一つとして、反復丸め法とよばれる手法がある。反復丸め法では最初に、組合せ最適化問題から整数制約を取り除いて得られる線形計画問題の最適解 x を計算する。 x の変数のうち、整数制約を満たさないものを一つ選び、近傍の整数値に固定する。この手順を、全ての変数が整数値に固定されるまで繰り返すことで、組合せ最適化問題の近似解を計算するのが、反復丸め法である。

これまでの研究により、反復丸め法は多くの問題で、それまで知られていたアルゴリズムを上回る性能を達成する高性能アルゴリズムを与えることが知られている。さらに、ある種の多目的最適化問題を扱う際に非常に効果的であることも分かっているなど、可能性を秘めた手法であるが、一方でいくつかの課題も残されている。例えば、反復丸め法が適用できる問題に限られており、より広い問題のクラスに適用可能かどうかははっきりしないという点である。理論的には高性能であることが証明されていても、実用性に関する研究がほとんどなく評価が定まっていないという課題もある。

本研究の目的は、このような反復丸め法の課題を解決することで、その理論の整備を行うことである。これによって、組合せ最適化問題に対してこれまで知られている近似比の理論保証を上回る高性能近似アルゴリズムや、現実に見える組合せ最適化問題を解く実用的なソルバーを開発することが目標で

ある。

3. 研究の方法

本研究では、次のような3つの課題に取り組んだ。

(1) 反復丸め法の理論整備: あらゆる組合せ最適化問題の基盤となるような基礎的かつ重要な組合せ最適化問題を多数取り上げ、これらに反復丸め法を適用し、性能の解析や性質の分析を網羅的に行う。これにより、反復丸め法はどのような問題に適しているのかを明らかにする。また、反復丸め法以外の、線形計画法を利用したアルゴリズム設計手法と比較をし、その性質の違いについて理解を深める。

(2) 反復丸め法によるフロンティアの開拓: (1)で得られた分析結果をもとに、複雑度が高く理論的に扱うのが困難であった問題や、応用上重要な問題で効率的な解法が強く望まれているようなものに対して、反復丸め法や、線形計画法を利用したそれ以外のアルゴリズム設計手法を利用することで、理論的に性能が高いアルゴリズムを開発する。

(3) 実用的な組合せ最適化ソルバーの開発: (2)で得られた理論研究の成果をもとに、より実践的な組合せ最適化問題を解くことができる実用的なソルバーを開発する。

4. 研究成果

(1) ネットワークアクティベーション問題に対する新たな近似アルゴリズムを与えた。ネットワークアクティベーション問題では、グラフの各辺にアクティベーション関数と呼ばれる関数を与えられる。各頂点に重みが割り当てられたときに、アクティベーション関数は、その辺が活性化するかどうかをその辺の両端点に割り当てられた重みから決定する。アクティベーション関数は単調であるという仮定のもとで議論されることが一般的であり、各頂点により大きな重みを割り当てれば、それだけ多くの辺が活性化することになる。ネットワークアクティベーション問題は、活性化された辺が強い耐故障性を持つようなネットワークを構成するような重み割り当ての中で、重み和を最小化するものを求める問題である。通信ネットワークの分野で多くの応用がある重要な組合せ最適化問題の一つである。

この問題については、線形計画法を用いたアルゴリズムは知られていなかったため、本研究ではこの問題に線形計画法が利用可能かどうか検討を行った。その結果、自然に定義される定式化による線形計画問題を用いた限りは良い近似精度を達成することができないという事実を指摘した上で、良い近似アルゴリズムを与えるような巧妙な定式化を提案し、それを元に新しいアルゴリズムを与えた。このアルゴリズムは、耐故障性に関する制約を違反することを許したペナルティ付きの問題を扱うことができる。そのよう

な設定は従来知られていたアルゴリズムでは扱えない。また、この研究で提案した線形計画問題の新たな定式化は、点重み最小化を目的として持つ広いクラスのグラフ最適化問題に対して利用できる成果であると考えている。

(2)点重み最小化を目的として持つグラフ被覆問題の一種である、点重み辺支配集合問題や、点重みマルチカット問題に対して、新たなアルゴリズムを与えた。(1)のネットワークアクティベーション問題に関する研究で与えた線形計画問題の新たな定式化のアイデアを利用した上で、さらに主双対アルゴリズムに関する新たな知見を与えることで、これまで解法が知られていなかったこれらのグラフ被覆問題に対して、新たなアルゴリズムを与えることに成功した。

(3)一般化ターミナルバックアップ問題と呼ばれる問題に対して、新たな近似アルゴリズムを与えることに成功した。一般化ターミナルバックアップ問題は、ネットワーク設計問題の一種である。辺に容量のない場合については多項式時間アルゴリズムの存在が知られていたが、辺に容量がある場合については、反復丸め法に基づく2近似アルゴリズム、つまり最適解と比較したときにコストが2倍以内で収まるような解を必ず出力するアルゴリズムが知られているのみであった。本研究では新たに4/3近似アルゴリズムを与えた。この成果の重要な点は、線形計画緩和問題の端点解の性質として、従来の反復丸め法に基づく解析から得られるよりもさらに強いものを示した点である。これにより、従来よりも良い性能を持つアルゴリズムを得ることができた。また、関連する成果として、最小コストマルチフロー問題についても新たな知見が得られた。

(4)単位円盤グラフ上でのk連結m支配集合問題に対する新たな近似アルゴリズムを与えた。この問題に対するアルゴリズムは、無線アドホックネットワークを運用するとき用いられる仮想バックボーンの構築に役立つことが知られており、応用上重要な問題である。一方で、一般のグラフではk連結m支配集合問題には定数倍の近似精度保証をもつアルゴリズムは存在しないことが知られている。本研究では、線形計画法を利用した主双対アルゴリズムを用いることで、単位円盤グラフ上でのk連結m支配集合問題に対して、定数倍の近似精度保証を持つアルゴリズムを与えた。線形計画法に基づく近似アルゴリズムの新たな応用として、理論的にも応用上も興味深い結果だと考えている。また、アルゴリズムの実装を行い、実用上も高い性能を発揮することを確認した。

5. 主な発表論文等
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計6件)

Takuro Fukunaga, Approximating the generalized terminal backup problem via half-integral multiflow relaxation, SIAM Journal on Discrete Mathematics 30, 777-800, 2016, 査読あり, DOI:10.1137/151004288

Takuro Fukunaga, Covering problems in edge- and node-weighted graphs, Discrete Optimization 20, 40-61, 2016, 査読あり, DOI:10.1016/j.disopt.2016.03.001

Takuro Fukunaga, Zeev Nutov, R. Ravi, Iterative rounding approximation algorithms for degree-bounded node-connectivity network design, SIAM Journal on Computing 44, 1202-1229, 2015, 査読あり, DOI: 10.1137/13094503X

Takuro Fukunaga, Approximating the generalized terminal backup problem via half-integral multiflow relaxation, Proceedings of the 32nd International Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science (STACS), 316-328, 2015, 査読あり, DOI: 10.4230/LIPIcs.STACS.2015.316

Takuro Fukunaga, Spider covers for prize-collecting network activation problem, Proceedings of the Twenty-Sixth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (SODA), 9-24, 2015, 査読あり, DOI: 10.1137/1.9781611973730.2

Takuro Fukunaga, Covering problems in edge- and node-weighted graphs, Proceedings of the 14th Scandinavian Symposium and Workshops (SWAT), LNCS 8503, 217-228, 2014, 査読あり, DOI: 10.1007/978-3-319-08404-6_19

[学会発表](計10件)

福永拓郎, 線形計画法緩和を利用した近似アルゴリズム, 第28回回路とシステムワークショップ, 2015年8月3日-4日, 淡路夢舞台国際会議場(兵庫)

Takuro Fukunaga, Approximating the Generalized Terminal Backup Problem via Half-Integral Multiflow Relaxation, The 9th Hungarian-Japanese Symposium on Discrete Mathematics and Its Applications, 2015年6月2日-5日, 西新プラザ(福岡)

Takuro Fukunaga, Approximating the generalized terminal backup problem via half-integral multiflow relaxation, 32nd Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science (STACS), 2015年3月4日-7日, Munich (Germany)

Takuro Fukunaga, Spider covers for prize-collecting network activation problem, JST ERATO 河原林/湊プロジェクト合同ワークショップ 予餞会(よせんかい) Winter 2015, 2015年1月23-24日, 日本科学未来館(東京)

Takuro Fukunaga, Spider covers for prize-collecting network activation problem, ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (SODA), 2015年1月4日-6日, San Diego (USA)

福永拓郎, スパイダー被覆によるネットワークアクティベーションアルゴリズム、日本オペレーションズ・リサーチ学会「最適化の理論と応用」研究部会(SOTA), 2014年12月13日, 東京大学(東京)

Takuro Fukunaga, Covering problems in edge- and node-weighted graphs, 14th Scandinavian Symposium and Workshops on Algorithm Theory (SWAT), 2014年7月2日-4日, Copenhagen (Denmark)

福永拓郎, 賞金収集ネットワークアクティベーション問題に対する近似アルゴリズム, 情報処理学会アルゴリズム研究会, 2014年3月3日-4日, 中央大学(東京)

Takuro Fukunaga, Iterative Rounding Approximation Algorithms for Degree-bounded Node-connectivity Network Design, Workshop on Flexible Network Design, 2013年7月29日-8月2日, Toronto (Canada)

Takuro Fukunaga, Recent progress on iterative rounding algorithms for degree-bounded network design, 8th Japanese-Hungarian Symposium on Discrete Mathematics and Its Applications, 2013年6月4日-7日, 2013, Veszprem (Hungary)

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕
出願状況(計 0 件)

取得状況(計 0 件)

〔その他〕
ホームページ等
http://research.nii.ac.jp/~takuro/index_j.html

6. 研究組織

(1) 研究代表者

福永 拓郎 (FUKUNAGA, Takuro)
国立情報学研究所・ビッグデータ数理国際
研究センター・特任准教授
研究者番号: 60452314