

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 27 日現在

機関番号：14201

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2013～2015

課題番号：25730016

研究課題名(和文) 局所時間を利用したジャンプ型確率過程の統計的推測とその応用

研究課題名(英文) Statistical inference for jump stochastic processes with local time.

研究代表者

藤井 孝之 (Fujii, Takayuki)

滋賀大学・経済学部・准教授

研究者番号：40530259

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,000,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、局所時間という変量を中心にジャンプ型確率過程の統計的推測理論の研究に取り組んだ。局所時間により導出される定常密度関数に対する推定量の漸近的性質を調べ、漸近一致性や漸近正規性を有することなどがわかった。理論研究の実データへの応用を見据え、ジャンプ型確率過程のモデル選択問題にも取り組んだ。この問題を解決する手がかりとなる研究として、ジャンプのない拡散過程の場合のモデル選択問題に関する業績が、査読付き論文として採択された。

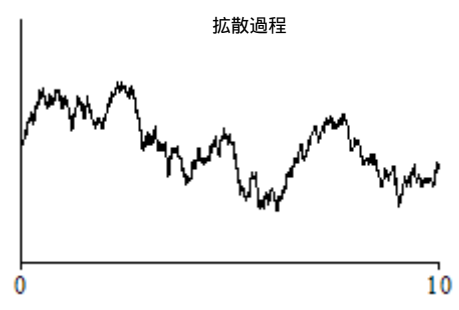
研究成果の概要(英文)：We consider some problems of statistical inference for jump stochastic processes with local time. In this research, we find the local time estimator has good asymptotic properties (consistency and asymptotic normality) in estimation problem for stationary density. As preliminary study for model selection for jump processes, we consider the similar problem in the case of discretely observed diffusion processes.

研究分野：数理統計学

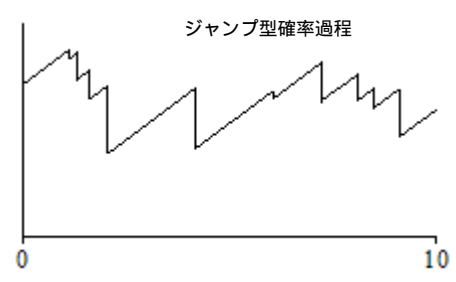
キーワード：統計的推測 確率過程 ノンパラメトリック統計 局所時間

1. 研究開始当初の背景

局所時間は確率論、主に確率解析に関する研究において、古くから数学的特性が研究されてきた変数である。1990年代後半から、確率過程の統計的推測理論の研究においても局所時間を応用した成果がいくつか挙げられていた。特に、ウィーナー過程に基づく確率微分方程式で記述された拡散過程に対しては、既に局所時間の数学的特性がよく知られていたこともあり、局所時間により構成される定常密度に対する推定量のより詳しい性質（漸近有効性など）が明らかにされていた。またそれだけでなく、拡散過程の統計的推定および検定理論が展開される中で、局所時間が中心的役割を果たしていた。[Kutoyants (2004), Statistical Inference for Ergodic Diffusion Processes, Springer]



しかしながら、局所時間を取り入れた統計的推測理論の研究は拡散過程（上図）などの連続的な変動を伴う確率過程に対するものがほとんどで、本研究で対象とするジャンプ型確率過程（下図）の場合についての同様な試みは、プロセス自体はシンプルに見えるが、世界的に見ても新規性が高く、研究の余地が多く残されていた。



そして、本提案の申請期間中に、研究代表者によりあるクラスのジャンプ型確率過程の局所時間に関する確率積分表現や、局所時間により構成される定常密度関数に対する推定量が不偏性や一致性を有するという結果が明らかにされていた。[Fujii (2013), Nonparametric estimation for a class of piecewise-deterministic Markov processes, Journal of Applied Probability, Vol. 50, 931-942] この結果を基点として、さらに推

定量の種々の性質を明らかにしようと本提案研究を開始した。

2. 研究の目的

研究代表者が、確率過程に対する統計的推測という研究課題に取り組むなかで、拡散過程の統計的推測理論の構築において大変重要な役割を担う局所時間という変数に注目するに至った。本研究課題の目的は、研究期間中にジャンプ型確率過程の統計的推測理論を局所時間という1つの変数を中心に展開することである。具体的な課題としては次の2点を想定していた。

(1) 局所時間によるジャンプ型確率過程の定常密度推定、及びその漸近的性質

ジャンプ型確率過程の局所時間に関する先行研究がほとんど存在しないため、局所時間の確率積分表現を与える田中の公式などを手がかりに、局所時間の性質を獲得することで、定常密度関数に対する局所時間推定量の漸近的性質を明らかにしていく。

(2) 局所時間を用いたジャンプ型確率過程に対する統計的推測理論の構築とその応用

局所時間の性質が獲得できれば、拡散過程の場合の先行研究を応用することで、ジャンプ型確率過程における様々な統計的推測理論の研究に取り組むことが可能となる。具体的な課題として、研究代表者がこれまで取り組んできた非正則条件下での母数推定問題に関連して、非正則な未知母数の最尤推定量やベイズ推定量の漸近的性質を明らかにすることを考えている。他にも統計的モデル選択問題やジャンプの発生頻度に関わる強度関数やジャンプの大きさを与える分布に対するノンパラメトリック推定および検定理論の構築に取り組むことなどが可能となる。

3. 研究の方法

本研究の特色は、ジャンプ型確率過程に対する統計的推測理論の枠組みを局所時間という1つの変数を用いて広げることである。ただし、一般的なジャンプ型確率過程の局所時間の数学的特性がよくわかっていないためこの点が本研究を進めるうえで、大きな問題となる。研究代表者らによるシンプルなジャンプ過程の場合の先行研究[Fujii, T. and

Nishiyama, Y. (2012), Some problems in nonparametric inference for the stress release process related to the local time, *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 64, 991-100] や上記の[Fujii (2013)]を手がかりとして、まずこの点を明らかにしていく。そして、ここで得られた成果を基にして、非正則条件下での母数推定や統計的モデル選択問題などジャンプ型確率過程における統計的推測理論の様々な問題に取り組む。また、理論研究と並行して、シミュレーションプログラムの開発を行い、理論の裏付けを数値実験により確認し、さらにはこのプログラムを地震統計学や保険数理などの応用分野における実データの解析手法の構築にも役立てる。

4. 研究成果

本研究の期間内に次の研究に取り組み、以下の成果を得た。

(1) ジャンプ型確率過程の局所時間推定量の性質

ジャンプ型確率過程の定常密度関数に対して、局所時間推定量は不偏性および一貫性を有するよい推定量であることは研究代表者による先行研究により既にわかっていた。ただし、局所時間推定量の漸近分布は未知であり、これを明らかにしようとするべく取り組んできた。あるクラスのジャンプ型確率過程において、局所時間のシンプルな確率積分表現が得られていたため、マルチンゲール理論を適用して漸近分布を調べようと考えていた。しかしながら、このアプローチによる問題の解決が難航したため、文献調査などを行うなかで、ある種の中心極限定理が適応可能であることがわかり、局所時間推定量が漸近正規性を有するということが確かめられた。この成果については現在研究論文を作成中である。

(2) 確率過程のモデル選択問題

はじめに、先行研究が比較的多く存在する拡散過程のモデル選択問題を考えた。特に、離散観測された拡散過程に対するモデル選択問題を取り上げ、拡散過程パラメトリックモデルに対して、3通りの適合型推定量を用いて漸近不偏性を有するモデル選択規準を構成することに成功し、成果を論文として発表した。[Fujii and Uchida(2014)] この成果を手がかりにして、ジャンプ型確率過程のモデル選択問題へ取り組んでいる。

(3) ジャンプ型確率過程の非正則母数の推定

閾値や尖点母数を含むジャンプ型確率過程の非正則母数の推定問題を考えた。このとき、尤度比統計量の漸近的挙動を調べるのが重要になるが、その際必要になる局所時間推定量の漸近分布を獲得するのに難航したため、わずかではあるが数学的に証明すべき点が残されている。その点を解決次第、論文作成に取り掛かる。

(4) シミュレーションプログラムの開発

数式処理ソフト「Maple」を用いて、ジャンプ型確率過程を発生させるシミュレーションプログラムを開発し、定常密度推定に関して得られた理論的成果(1)などを数値実験により確かめた。同時に統計解析ソフト「R」においても同様な実験が行えるようプログラム開発を行った。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計 1 件)

□ Takayuki Fujii and Masayuki Uchida
AIC type statistics for discretely observed ergodic diffusion processes. *Statistical Inference for Stochastic Processes*, 査読有, 2014, Vol. 17, 267-282.

DOI: 10.1007/s11203-014-9101-x

〔学会発表〕(計 1 件)

□ 藤井 孝之
ジャンプ型マルコフ過程のノンパラメトリック推定, 日本数学会 2013 年度秋季総合分科会, 2013 年 9 月 26 日, 愛媛大学城北キャンパス

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況 (計 0 件)

取得状況 (計 0 件)

6 . 研究組織

(1)研究代表者

藤井 孝之 (Fujii Takayuki)

滋賀大学・経済学部・准教授

研究者番号： 4 0 5 3 0 2 5 9