

平成 29 年 6 月 19 日現在

機関番号：34315

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2013～2016

課題番号：25780213

研究課題名(和文) マルチファクター金利モデルの比較分析

研究課題名(英文) The comparison with multi-factors interest rate model

研究代表者

劉念麟(LIU, NIEN-LIN)

立命館大学・BKC社系研究機構・プロジェクト研究員

研究者番号：90610923

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,100,000円

研究成果の概要(和文)：Malliavin-Mancinoが提案したフーリエ法を用いて金利のデータ解析を行った時に発見された推測統計量が正定値にならないという問題を解決し、計算負荷を減らすことができたので、論文に纏めて投稿準備中です。そして、研究をさらに進めるために、jump型のモデルに取り組むことが必要となり、天羽氏とA. Makhlof氏と「pure jump型のLevy過程に対する離散Clark-Ocone公式」について共同研究を行っており、纏めた論文がrevise中です。また、Baruch CollegeのT.H. Wang氏とアジアオプションの価格についての研究を行っており、投稿準備中です。

研究成果の概要(英文)：The Malliavin-Mancino method provides a way to estimate the differentiation of quadratic variation of a discretely monitored semimartingale. However, the estimator is not positive definite nor symmetric. This causes a problem in estimating eigenvalues of the matrix, which are a priori known to be positive real. We proposed two alternative estimators that are positive definite and the computational cost also is saved a lot. For developing, I work on the project "Discrete Clark-Ocone formula for pure-jump Levy processes" with T. Amaba and A. Makhlof, the paper is revised. Also, work with T.H. Wang on the topic "Asian option pricing", the paper is going to submit.

研究分野：数理ファイナンス

キーワード：高頻度データの分析 統計的方法 金利の期間構造 フーリエ法

1. 研究開始当初の背景

主成分分析を金利データに対して適用するという事は金融工学の実務では広く一般的に行われています。通常、主成分分析はスポット金利に対して適用されますが、その結果はいつでも安定していて、ファクターが2, 3個になることはよく知られています。

私はスポット金利ではなく、(長さを固定した)フォワード金利(将来の金利)に対しての主成分分析を行いました。その結果は[1]に纏められていますが、興味深いことに、(1)フォワード金利に対する主成分分析結果においては、ファクター数はかなり大きくなり、その固有関数も極めて不安定であるということを見ました。

私は、続いて立命館大学の赤堀次郎教授との共同研究[2][3]で、この現象を説明するための数学的なモデルを作ってその極限定理を証明しましたが、この研究によれば、(2)独立増分性を仮定した強い条件下では、大数の法則が働く極限においては(1)の結果は否定されるということになります。

その妥当性を確認するために、次に私は擬似乱数によるダミーデータを用いた実証研究[4]を行いました。しかし、そこでは逆に、(3)独立増分性の仮定の下でも最初の論文[1]の実証研究結果を再現するようなダミーデータの生成法を見ました。

私は、これらの研究をさらに発展させるため、フィレンツェ大学のMancino教授と共同研究を行っています。その最初の論文[5]として、Malliavin-Mancino[MM02][MM09]が提唱したFourier級数理論に基づくボラティリティ推定における(部分的に)ノンパラメトリックな手法を用いて、実データにおいて追試することを行いましたが、やはり[1]と似たような結果が得られました。

また、比較のためにNgo-Ogawa [NO]によるMoving Frame型のRealized Volatility法を用いて金利のボラティリティ行列の推定を行いました。

2. 研究の目的

Fourier Series Methodを用いて実データを分析すると、主成分分析とほぼ類似の結果が得られます。一方、Fourier Series Methodの近似統計量の選び方により、推測されたボラティリティマトリクスが場合によって正定値にならないという新しい問題点が出てきました。その克服方法として、数学的に正定値であるということが証明できるような別の新しい統計量を構成するという研究に取り組んでいました。

また、フォワード金利の統計的性質と整合的な金利モデルを見つけるため、既存の金利モデルについて検討して、研究を行っています。

3. 研究の方法

Fourier Series Methodの改良版を構築し、実証研究を行いました。Malliavin-MancinoのFourier Series Methodの理論では2回極

限操作を行っているので、実際にそれを使用してデータ解析を行うには、近似的な統計量を用いなければなりません。その近似統計量の構成法にはかなりの自由度があります。正定値であることが証明できるような新しい統計量を構成するため、有限Fourier変換(有限群上のFourier解析)の理論を用いた有限次元版のMalliavin-Mancino法を考えていました。

そして、それから決まるボラティリティ行列の推定量の正定値性の証明を完成して、それを用いた実証研究を行いました。

(参考文献)

[1] "A Comparative Study of Principal Component Analysis on Term Structure of Interest Rates", JSIAM Letters, Vol.2, pp.57--60, 2010.

[2] "Around the Random Walk Hypothesis on Interest Rates", Proceedings of the 41st ISCTE International Symposium on Stochastic Systems Theory and Its Applications, pp.206--210, 2010.

[3] "On a Type I Error of a Random Walk Hypothesis on Interest Rates", International Journal of Innovative Computing, Information and Control, Vol.7(1), pp.115--131, 2011.

[4] "Numerical Study on a Type I Error of a Random Walk Hypothesis on Interest Rates", Proceedings of the 42st ISCTE International Symposium on Stochastic Systems Theory and Its Applications, pp.89--95, 2011.

[5] "Fourier Estimation Method applied to Forward Interest Rates", JSIAM Letters, Vol.4, pp.17--20, 2012.

[MM02] Malliavin, P. and Mancino, M.E., "Fourier Series Method for Measurement of Multivariate Volatilities", Finance Stochastic, Vol.6, pp.49--61, 2002.

[MM09] Malliavin, P. and Mancino, M.E., "A Fourier Transform Method for Nonparametric Estimation of Multivariate Volatility", Annals of Statistics, Vol.37(4), pp.1983--2010, 2009.

[NO] Ngo, H.L. and Ogawa, S., "A Central Limit Theorem for the Functional Estimation of the Spot Volatility", Monte Carlo Methods and Applications, Vol.15, pp.353--380, 2009.

4. 研究成果

(1) Malliavin-Mancinoが提案したFourier series methodを用いて金利のデータ解析を行った時に発見された推測統計量が正定値にならないという問題を解決しました。具体的には、有限Fourier変換(有限群上のFourier解析)の理論を用いた有限次元版の統計量を構成するという問題を克服方法として取り組んできて、それを用いた実証研究を行っていました。

また、計算負荷を減らすことができました。実際、高頻度解析手法の多くは、異時点間の共分散をはじめから考慮しないものですが、Malliavin-Mancino Fourier Series MethodはそのすべてをFourier展開というかたちで取り込みます。その結果非常に高感度にデータを解析することが出来ます。しかし、Malliavin-Mancino Fourier Series Methodには、計算負荷が極めて高いという問題がありました。そのせいであまり実際には使われていないと思います。

そこで、私たちが構成した統計量は、因数分解することができます。この因数分解ができるということによって、計算量が節約されます。これにより計算コストも大幅に節約しました。

それらを論文に纏めて投稿準備中です。(2)そして、研究をさらに進めるために、jump型のモデルに取り組んで、Malliavin-Mancinoのフーリエ展開のLevy過程版を作ることを考えて、福岡大学の天羽氏とTunis El Manar UniversityのA. Makhlouf氏と「pure jump型のLevy過程に対する離散Clark-Ocone公式」について共同研究を行っています。

この研究ではpure jump型のLevy過程の汎関数をフーリエ展開することがカギとなっています。これは、通常確率積分による表現よりも詳しくリスクの分解をおこなっていることに相当し、これによってデルタヘッジの誤差のリスクヘッジやさらに精密なリスクのヘッジの公式が得られます。この方向の研究は、市場のリスク評価の度合いをカリブレーションによって推定するということを可能とします。

纏めた論文がrevise中です。

(3)また、金利の不思議な変動を説明出来るような金利モデルを構成するために、オプション価格などの派生商品価格のCalibrationについて取り組んでいます。Baruch CollegeのT.H. Wang氏と「Asian option pricing under local volatility models」について共同研究を行っています。

その論文も投稿準備中です。

(参考文献)

- [1] LIU, N. L. and NGO, L. H., "Approximation of eigenvalues of spot cross volatility matrix with a view toward principal component analysis", revised.
- [2] AMABA, T., LIU, N. L., MAKHLLOUF, A and SAIDAQUI, T., " L^2 -convergence rate for the discretization error of functions of Levy process", revised.
- [3] AKAHORI, J., LIU, N. L., MANCINO, M. E., and YASUDA, Y., "The Fourier estimation method with positive semi-definite estimators", arXiv preprint arXiv:1410.0112, 2014.
- [4] ARGUIN, L.P., LIU, N.L. and WANG, T.H., "Most-likely-path in Asian option

pricing under local volatility models", arXiv preprint arXiv:1706.02408, 2017.

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計0件)

[学会発表](計8件)

Nien-Lin LIU, Fourier-Malliavin estimators based on discrete measures, IFAM seminar, 2017年3月16日、University of Liverpool(UK)

Nien-Lin LIU, Fourier-Malliavin estimators based on discrete measures, DISEI seminar, 2017年3月6日、University of Florence(ITALY)

劉念麟, Malliavin-Mancino type estimators based on discrete measures, 2016年度冬季JAFEE大会、2017年2月18日、武蔵大学(東京都・練馬区)

劉念麟, Dynamic principal component analysis by the Malliavin-Mancino method; remarks on practical implementations, 2016年度夏季JAFEE大会、2016年8月8日、成城大学(東京都・世田谷区)

Jiro AKAHORI, Fourier estimation method with positive semi-definite estimators, 8th international conference on computational and financial econometrics, 2014年12月8日、Florence(ITALY)

劉念麟, フーリエ法に基づくスポットボラティリティ行列過程の非負定値な推定量の構成について、日本応用数理学会2013年度年会、2013年9月11日、アクロス福岡(福岡県・福岡市)

Nien-Lin LIU, The Fourier estimation method with non-negative definite estimators, The 1st International Workshop on Quantum Information Theory and Related Topics, 2013年8月19日、Duy Tan University(VIETNAM)

劉念麟, フーリエ法に基づくスポットボラティリティ行列過程の非負定値な推定量の構成について、2013年度夏季JAFEE大会、2013年8月4日、明治大学駿河キャンパス(東京都・千代田区)

6. 研究組織

(1)研究代表者

劉念麟(LIU, Nien-Lin)

立命館大学・BKC社系研究機構・プロジェクト研究員

研究者番号: 90610923

(2)連携研究者

赤堀次郎(AKAHORI, Jiro)

立命館大学・理工学部・教授

研究者番号：50309100

(3)研究協力者

王 太和 (WANG, Tai-Ho)

MANCINO, Maria Elvira

MAKHLOUF, Azmi

天羽 隆史 (AMABA, Takafumi)