

平成30年6月6日現在

機関番号：14501

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2013～2017

課題番号：25800078

研究課題名(和文) 緩和項を持つ偏微分方程式の消散構造の研究と安定性解析への応用

研究課題名(英文) Research for the dissipative structure of the differential equations with relaxation and its application

研究代表者

上田 好寛 (Ueda, Yoshihiro)

神戸大学・海事科学研究科・准教授

研究者番号：50534856

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,100,000円

研究成果の概要(和文)：本研究の目的は、気体力学・弾性体力学など様々な分野に現れる緩和項を持つ双曲型方程式系について解の挙動を解析することである。研究の鍵を握るのは、解の振る舞いを抑える効果を持つ緩和項の解析である。そこで、弱い消散構造を持つPlate方程式やEuler-Maxwell方程式などの物理モデルの解析を行い、そこで得られた知識を基に、数学モデルの提案と解析を行った。またこれらの研究内容の集大成として、既知の安定性理論の拡張に挑み、新たな安定性条件の導出に成功した。この新たな条件は様々な物理モデルに適用可能であり、Bresse方程式への応用によってこれまでに知られていなかった消散構造の発見にも繋がっている。

研究成果の概要(英文)：In this research, I succeeded to construct the new stability theory for the symmetric hyperbolic system with relaxation term. To this end, I first studied the physical models called the system of Plate equations and Euler-Maxwell system. These models have the weak dissipative structure and it is difficult to get the decay estimate for the solutions. Inspired by the argument for physical models, I introduced the artificial mathematical models to analyze the weak dissipative structure. Furthermore, I extended the classical stability condition for the symmetric hyperbolic system with relaxation and got the new dissipative structure which comes from the dissipative Bresse system.

研究分野：偏微分方程式論

キーワード：偏微分方程式 安定性解析 双曲型方程式系

1. 研究開始当初の背景

本研究では、希薄気体の運動を記述する圧縮性 Euler 方程式などに代表される、緩和項を持つ双曲型方程式系の線形化方程式を対象に研究を行なっている。方程式系の緩和行列が対称性を持つ場合には、Umeda-Kawashima-Shizuta(1984) や Shizuta-Kawashima(1985)によって、方程式系の時間大域解が時間減衰するための条件が提案されている。しかし近年、Timoshenko 方程式系や Euler-Maxwell 方程式系など、その対称性を崩す物理モデルが知られてきた。そこで、これら物理モデルに対する数学解析が進められ、対称性を持たない方程式系が「可微分性の損失」とよばれる脆弱な消散構造を持つことが知られてきている。

2. 研究の目的

上記の背景の下、本研究目的は「可微分性の損失」が起こる物理モデルに対して時間減衰評価を得るための条件(安定性条件)を導出することである。これまでの自身の研究により、ある特定の物理モデルに対する安定性条件は得られたものの、より一般的な微分方程式系に対する条件の導出は未解決の問題である。そこで、これまでの結果と他の物理モデルの解析を通じて、安定性解析の一般理論を構築するのが本研究の最大の目的である。また更に、自身によって導かれた一般論を基に、非線形問題について考察を行うもの目的の一つである。

3. 研究の方法

研究の方法として、手始めに板の振動を現す Plate 方程式に対して数学解析を行っている。Plate 方程式は考慮する温度効果に対して様々な消散構造が得られるので、「可微分性の損失」の解析のためには重要な偏微分方程式系である。この方程式に対して、詳細な時間減衰評価とその最良性を研究することが、本研究の一般論構築の一つの礎となっている。また、その一方で Euler-Maxwell 方程式に Cattaneo の法則を考慮した物理モデルを考察することで、消散構造の解析を行っている。Euler-Maxwell 方程式は制約条件を加味した方程式系であるので、本方程式の解析により、安定性条件と制約条件との関係性についても考察が可能となった。これを基に、安定性条件と制約条件の詳細な関係性についても議論しており、一般理論を展開している。

また、具体的な物理モデルの解析とともに、一般の対称双曲型方程式系の解析にも取り組んでいる。ここでは、自身によって、「可微分性の損失」を引き起こすような微分方程式系を提案し、解析を行っている。そして、これらを通じて、一般理論の構築に着手している。

これら解析の主な手法はエネルギー法によるリアプノフ関数の構築と、対応する固有

値問題の詳細な解析である。これら基本的な手法を巧みに用いることで、より一般的な方程式系に応用していくことが非常に重要である。

4. 研究成果

Plate 方程式や Euler-Maxwell 方程式などの物理モデルに関して、線形化問題の解の時間減衰評価を求めるとともに、非線形問題の時間大域解の存在について研究を行った。「可微分性の損失」が起こる方程式の場合、通常の方程式よりも消散構造が脆弱なため時間大域解の構成が困難になる。そこで、非線形解の構成にあたって、線形化問題の解析が非常に重要となり、それにより初期値の正則性などが要求されることとなる。これら物理モデルの詳細な解析が、一般論の構築の大きな礎となった。

また、物理モデルの解析を基に、「可微分性の損失」を引き起こす具体的な数学モデルの提案も行っている。このモデルの提案と解析によって、方程式系の大きさや可微分性に関係性があることが示唆されている。

更には、本研究課題の最大の特徴として、「可微分性の損失」を引き起こすような微分方程式系の安定性解析において、方程式が安定となるための安定性条件の導出に成功している。これは、方程式の係数行列を用いて定められている条件であり、これまでに知られている結果の純粋な拡張となっている。この新たな安定性条件の発見により、解の減衰評価を得るための最低限必要な係数行列の性質がわかるため、安定性解析を行うための指標が得られたこととなる。また、この線形微分方程式に対する一般論の構築により、非線形安定性の一般論構築の基本方針が築かれた。またその一方で、新たな安定性条件によって、様々な微分方程式の安定性の解析が容易になり、Bresse 方程式を通じて新たな消散構造の発見にも繋がっている。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 9 件)

1. Yoshihiro Ueda, Renjun Duan, Shuichi Kawashima, Large time behavior of solutions to symmetric hyperbolic systems with non-symmetric relaxation, Nonlinear dynamics in partial differential equations, Adv. Stud. Pure math., Math. Soc. Japan, Tokyo, 査読有, Vol. 64, 2015, pp. 295-302.
2. Renjun Duan, Shuichi Kawashima, Yoshihiro Ueda, Dissipative structure of the coupled kinetic-fluid models, Nonlinear dynamics in partial differential equations, Adv. Stud. Pure

- math., Math. Soc. Japan, Tokyo, 査読有, Vol. 64, 2015, pp. 327-335.
3. Shuichi Kawashima, Yoshihiro Ueda, Mathematical entropy and Euler-Cattaneo-Maxwell system, Anal. Appl. (Singap.) 査読有, Vol. 64, No. 1, 2016, pp. 101-143.
 4. Reinhard Racke, Yoshihiro Ueda, Dissipative structures for thermoelastic plate equations in R^n , Adv. Differential Equations, 査読有, Vol. 21, No. 7-8, 2016, pp. 601-630.
 5. Yoshihiro Ueda, Kawashima Shuichi, Stability of stationary solutions for the non-isentropic Euler-Maxwell system in the whole space, Bull. Braz. Math. Soc. (N.S.), 査読有, Vol. 47, No. 2, 2016, pp. 787-797.
 6. Yoshihiro Ueda, Renjun Duan, Kawashima Shuichi, Decay structure of two hyperbolic relaxation models with regularity loss, Kyoto J. Math., 査読有, Vol. 57, No. 2, 2017, pp. 235-292.
 7. Reinhard Racke, Yoshihiro Ueda, Nonlinear thermoelastic plate equations –global existence and decay rates for the Cauchy problem–, J. Differential Equations, 査読有, Vol. 263, No. 12, 2017, pp. 8138-8177.
 8. Masakazu Kato, Yoshihiro Ueda, Asymptotic profile of solutions for the damped wave equation with a nonlinear convection term, Math. Methods Appl. Sci., 査読有, Vol. 40, No. 18, 2017, pp. 7760-7779.
 9. Yoshihiro Ueda, Optimal decay estimate of a regularity-loss type system with constraint condition, J. Differential Equations, 査読有, Vol. 264, No. 2, 2018, pp. 679-701.
- [学会発表](計 50 件)
1. 上田好寛, Euler-Maxwell 方程式系に現れる定常解の存在と漸近安定性, 神戸大学解析セミナー, 2014 年 4 月 25 日, 神戸大学.
 2. 上田好寛, 非対称な緩和項を持つ対称双曲型方程式系の消散構造の解析とその応用, 京都駅前セミナー ~非線形現象の数理を考える~, 2014 年 6 月 13 日, キャンパスプラザ京都.
 3. Yoshihiro Ueda, Decay structure of the regularity-loss type and the asymptotic stability for the Euler-Maxwell system, The 10th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, 2014 年 7 月 7 日, CMAT, Madrid, Spain.
 4. Yoshihiro Ueda, Existence of the stationary solutions and its asymptotic stability for non-isentropic Euler-Maxwell system, 15th International Conference on Hyperbolic Problems: Theory, Numerics, Applications, 2014 年 7 月 29 日, IMPA, Rio de Janeiro, Brazil.
 5. Yoshihiro Ueda, Analysis of hyperbolic system with relaxation and its application, PDE Seminar, 2014 年 8 月 3 日, LNCC, Rio de Janeiro, Brazil.
 6. Yoshihiro Ueda, Decay structure of the regularity-loss type and the asymptotic stability for the Euler-Maxwell system, Wayamba International Conference WinC2014, 2014 年 8 月 29 日, Wayamba University of Sri Lanka, Kuliapitiya, Sri Lanka.
 7. Yoshihiro Ueda, Dissipative property for symmetric hyperbolic systems with non-symmetric relaxation, Workshop on Mathematical Sciences, 2014 年 8 月 31 日, Wayamba University of Sri Lanka, Kuliapitiya, Sri Lanka.
 8. 上田好寛, Asymptotic stability of stationary solutions for the non-isentropic Euler-Maxwell system, 第 65 回埼玉大学解析ゼミ, 2014 年 11 月 27 日, 埼玉大学.
 9. 上田好寛, 非対称な緩和項を持つ対称双曲型方程式系の減衰構造の解析, 幾何セミナー, 2014 年 12 月 16 日, 神戸大学.
 10. Yoshihiro Ueda, Decay structure of the regularity-loss type and the asymptotic stability for the Euler-Maxwell system, Mathematical Seminar, 2015 年 2 月 5 日, University of the Philippines, Baguio, Philippines.
 11. Yoshihiro Ueda, Decay property for symmetric hyperbolic systems with non-symmetric relaxation, CS Lecture Series, 2015 年 2 月 10 日, University of the Philippines, Baguio, Philippines.
 12. Yoshihiro Ueda, Dissipative structure of regularity-loss type for some partial differential equations, Hot Topics Workshop on Recent development of mathematical fluid dynamics and hyperbolic conservation laws, 2015 年 3 月 25 日, National Institute for Mathematical Sciences, Daejeon, South Korea.
 13. Yoshihiro Ueda, Stability condition for a system of damped wave equations with delay in the coupling, IMS PDE Seminar, 2015 年 4 月 28 日, The Institute of Mathematical Sciences, The Chinese University of Hong Kong, Hong Kong.
 14. Yoshihiro Ueda, Dissipative structure of regularity-loss type for some

- physical problems, 10th International ISAAC Congress (ISAAC2015), 2015年8月5日, University of Macau, Macau.
15. 上田好寛, Stability condition for a system of damped wave equations with delay in the coupling, Ito Workshop on Partial Differential Equations, 2015年8月28日, 九州大学.
 16. 上田好寛, 時間遅れの項を持つ微分方程式の安定性解析, 有珠山セミナー2015, 2015年9月18日 大滝セミナーハウス.
 17. 上田好寛, Stability for the system of differential-difference equations and its application, 広島微分方程式研究会, 2015年10月9日, 広島大学.
 18. 上田好寛, Stability condition for a system of delay-differential equations and its application, 微分方程式セミナー, 2015年10月16日, 大阪大学.
 19. Yoshihiro Ueda, Stability condition for a system of delay-differential equations and its application, Fifth China-Japan Workshop on Mathematical Topics from Fluid Mechanics, 2015年11月19日, Wuhan University, Wuhan, China.
 20. 上田好寛, 時間遅れの項を持つ微分方程式の安定性に関する些細な考察と今後の課題について, 第1回田町解析研究会, 2015年11月24日, キャンパスイノベーションセンター東京.
 21. 上田好寛, Stability for a system of differential-difference equations and its application, 第5回 弘前非線形方程式研究会, 2015年12月12日, 弘前大学.
 22. 上田好寛, 時間遅れを考慮した常微分方程式系の安定性解析と偏微分方程式への応用について, 非線形解析セミナー@大岡山, 2016年1月8日, 東京工業大学.
 23. Yoshihiro Ueda, Stability condition for a system of delay-differential equations and its application, Perspectives in Applied PDEs: a day in Pavia, 2016年2月9日, University of Pavia, Pavia, Italy.
 24. 上田好寛, 時間遅れを考慮した常微分方程式系の安定性解析と偏微分方程式への応用, 神戸大学解析セミナー, 2016年2月23日, 神戸大学.
 25. Yoshihiro Ueda, Stability condition for a system of delay-differential equations and its application, Oberseminar Partielle Differentialgleichungen, 2016年4月28日, University of Konstanz, Konstanz, Germany.
 26. Yoshihiro Ueda, Analysis for the regularity-loss structure of thermoelastic plate equations, 16th International Conference on Hyperbolic Problems: Theory, Numerics, Applications, 2016年8月4日, RWTH Aachen University, Aachen, Germany.
 27. Yoshihiro Ueda, Stability criterion for a system of delay-differential equations and its application, GSSI Seminar, 2016年11月17日, Gran Sasso Science Institute, L'Aquila, Italy.
 28. Yoshihiro Ueda, Classification of the dissipative structure for the hyperbolic system with relaxation, TLUKKA, 2017年2月21日, University of Konstanz, Konstanz, Germany.
 29. Yoshihiro Ueda, Classification of the dissipative structure for the hyperbolic system with relaxation, DK seminar, 2017年3月8日, Vienna University of Technology, Vienna, Austria.
 30. Yoshihiro Ueda, New stability criterion for the system of regularity-loss type, PDE Colloquium in Konstanz, 2017年3月14日, University of Konstanz, Konstanz, Germany.
 31. 上田好寛, New stability criterion for linear systems in whole space, 神戸大学解析セミナー, 2017年5月9日, 神戸大学.
 32. 上田好寛, 消散構造を持つ偏微分方程式系の安定性条件に関する考察, 九州関数方程式セミナー, 2017年6月9日, 福岡大学セミナーハウス.
 33. 上田好寛, 時間遅れを考慮した微分方程式系の安定性に関する様々な考察, なかもず解析セミナー, 2017年6月29日, 大阪府立大学.
 34. Yoshihiro Ueda, Classification of the dissipative structure for the hyperbolic system with relaxation, Ito Workshop on Partial Differential Equations, 2017年8月25日, 九州大学.
 35. Yoshihiro Ueda, Stability Argument for Hyperbolic Balance Laws, 2017 NCTS PDE Workshop on Fluid Dynamics and Related Problems, 2017年9月6日, National Taiwan University, Taipei, Taiwan.
 36. Yoshihiro Ueda, Recent progress of the dissipative structure for hyperbolic balance laws, 2017 NCTS PDE Workshop on Fluid Dynamics and Related Problems, 2017年9月6日, National Taiwan University, Taipei, Taiwan.
 37. Yoshihiro Ueda, New stability criterion for the Regularity-loss structure of the dissipative linear system, XVI Workshop on Partial Differential Equations, 2017年9月14日, Laboratorio Nacional de Computacao

- Cientifica, Petropolis, Rio de Janeiro, Brazil.
38. 上田好寛, 消散構造を持つ偏微分方程式系の安定性条件について, 城山セミナー 2017, 2017年10月15日, 北海道教育大学釧路校.
 39. 上田好寛, 消散構造を持つ偏微分方程式系の安定性条件に関する近年の考察, 海洋安全システム科学セミナー, 2017年10月18日, 神戸大学.
 40. 上田好寛, 消散構造を持つ偏微分方程式系の安定性条件について, 熊本大学応用解析セミナー, 2017年11月18日, 熊本大学.
 41. Yoshihiro Ueda, New stability criterion for the regularity-loss type linear system, seminar, 2017年12月11日, Chinese Academy of Sciences, Beijing, China.
 42. Yoshihiro Ueda, Dissipative effect for symmetric hyperbolic systems with non-symmetric relaxation, seminar, 2017年12月11日, Beijing University of Technology, Beijing, China.
 43. Yoshihiro Ueda, New stability criterion for the regularity-loss type linear system, seminar, 2017年12月12日, The Institute of Applied Physics and Computational, Beijing, China.
 44. Yoshihiro Ueda, Dissipative effect for symmetric hyperbolic systems with non-symmetric relaxation, seminar, 2017年12月15日, The Capital Normal University, Beijing, China.
 45. 上田好寛, New stability criterion for the dissipative linear system in whole space, Workshop on Hyperbolic and Parabolic Systems 2017年12月19日, 早稲田大学.
 46. Yoshihiro Ueda, New stability criterion for the general linear system with regularity-loss structure, 2017 Taiwan-Japan Workshop on Dispersion, Navier Stokes, Kinetic, and Inverse Problems, 2017年12月24日, NCKU, Tainan, Taiwan.
 47. Yoshihiro Ueda, New stability criterion for the system of delay differential equations, seminar, 2017年12月27日, National Taiwan University, Taipei, Taiwan.
 48. Yoshihiro Ueda, New stability criterion for the dissipative linear system, IMS PDE Seminar, 2018年1月10日, The Institute of Mathematical Sciences, The Chinese University of Hong Kong, Hong Kong.
 49. 上田好寛, 消散構造を持つ偏微分方程式系の安定性条件に関する近年の考察, 離散数学と解析学の融合領域・新領域,

2018年1月25日, 広島工業大学.
 50. Yoshihiro Ueda, Recent progress in the stability analysis for the hyperbolic system with relaxation, 第35回九州における偏微分方程式研究集会, 2018年1月31日, 九州大学 西新ホール.

〔図書〕(計 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 件)

名称:
 発明者:
 権利者:
 種類:
 番号:
 出願年月日:
 国内外の別:

取得状況(計 件)

名称:
 発明者:
 権利者:
 種類:
 番号:
 取得年月日:
 国内外の別:

〔その他〕
 ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者
 上田 好寛 (UEDA, Yoshihiro)
 神戸大学・大学院海事科学研究科・准教授
 研究者番号: 50534856

(2) 研究分担者 ()

研究者番号:

(3) 連携研究者 ()

研究者番号:

(4) 研究協力者 ()