

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 5 月 22 日現在

機関番号：21401

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2013～2014

課題番号：25800157

研究課題名(和文) 変分法と流体力学を用いたブラックホール物理への新たなアプローチの実践

研究課題名(英文) Implimentation of new approach to the black-hole physics using variational method and fluid mechanics

研究代表者

宮本 雲平 (Miyamoto, Umpei)

秋田県立大学・総合科学教育研究センター・准教授

研究者番号：70386621

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,300,000円

研究成果の概要(和文)：本研究ではブラックホールの性質を、アインシュタイン方程式と呼ばれるブラックホールの運動方程式ではなく、変分法や流体力学における同等の方程式に置き換えて解析することを行った。

特に、高次元ブラックホールと呼ばれる、空間が4次元以上の宇宙に存在するブラックホールの性質を、シャボン玉(数学において平均曲率一定面と呼ばれる曲面)の性質を調べることで明らかにした。

この成果は、数学(微分幾何学)と物理学(一般相対論や流体力学)の両者にとって有益なものであり、両者の関係性をより深く調べる切っ掛けとなりうる学際的な意味をもっている。

研究成果の概要(英文)：We investigated the properties of black holes by analyzing not the Einstein's equation of motion but equivalent equations in variational method and fluid mechanics.

In particular, we revealed the properties of higher-dimensional black holes, living in spaces whose number of spatial dimensions is greater than three, by investigating those of soap bubbles, which are called the constant-mean-curvature surfaces by mathematicians.

The results in this study are useful for both mathematics (differential geometry) and physics (general relativity and fluid mechanics), and can promote further interdisciplinary studies on the relation between the two.

研究分野：一般相対論

キーワード：一般相対論 ブラックホール 高次元時空 変分問題 微分幾何学 平均曲率一定面 流体力学 表面張力

1. 研究開始当初の背景

定常な BH が熱力学系として振る舞うことは、よく知られている (ブラックホール熱力学). そこで問題になるのが、ブラックホール熱力学の非定常状態への拡張とエントロピーの統計的起源である. 前者の問題へ解答を与えるのが、流体・重力対応 (fluid/gravity correspondence) である. ホライズンが大域的熱平衡から外れたとき、その長波長揺らぎが、特殊な状態方程式や輸送係数をもった Navier-Stokes 方程式に従い伝搬・散逸していくことが数学的に証明されている (Bhattacharyya et al. 2008).

ブラックホールと流体の関係は、古くは 1980 年代よりメンブレン・パラダイムとして知られていたが、Anti-de Sitter/Conformal Field Theory 対応を用いたゲージ理論プラズマの研究 (Kovtun, Son & Starinets 2005) で一躍注目を集め、現在ではブラックホールの詳細 (漸近的 Anti-de Sitter 性など) に依らない定式化も進み (Bredberg et al. 2011), それらの総体が流体・重力対応として一つのパラダイムになりつつある.

私 (研究代表者) は 2008 年頃より上の流体・重力対応とは独立に、ブラックホールと流体の類似性に着目し、Gregory-Laflamme 不安定と呼ばれるブラックストリング (円筒状の高次元ブラックホール) の不安定性に関する研究を行っていた (Miyamoto & Maeda 2008, Miyamoto 2008). 開始当時、ブラックホールと流体の関係を単なるアナロジーとして捉えていたが、その後、流体・重力対応が現れたため、理論に裏打ちされた双対性として捉えることが可能となった. 私は世界に先駆けて、その双対性を Kaluza-Klein ブラックホール (以下、KK ブラックホール) と呼ばれるブラックホール解系列の解析に取り入れた (Maeda & Miyamoto 2009). その論文では、KK ブラックホールの相図 (エネルギー vs. エントロピー, 温度 vs. 自由エネルギーなど) を流体計算で再現することに成功し、相図の奇妙な次元依存性など、幾つか新しい予想もした.

2. 研究の目的

上記の我々の研究によって、流体・重力対応がブラックホール物理学に有益であることが例証されたが、研究を進めていく過程で次の 2 点を認識した.

(a) KK ブラックホールの相図は得られたが、各相の安定性は未解明である.

(b) 流体・重力対応が本領を發揮するのは、Gregory-Laflamme 不安定性の時間発展など

ダイナミクスを調べる時であるが、手付かずである.

先行研究の弱点 (a)(b) を克服し、流体・重力対応の威力を十分に發揮させようという発想で生まれたのが次の課題 (A)(B) である.

(A) 変分学における等周問題を解き、一般次元における Kaluza-Klein ブラックホールの安定性を決定.

(B) 表面張力で支えられた流体がピンチする (干切れる) 時の普遍的振舞いを導き、Gregory-Laflamme 不安定性によるブラックストリングのダイナミクスを明らかにする.

ただ、分野を超えてさらに文献を調べると、(a)(b) を克服するには、まず、変分学と流体力学における未解決問題 (後述の (A') (B')) に挑戦しなければならないことが判明した. それらは何れも容易とは言えないが、オリジナルなブラックホールの問題とは比較にならないほど単純化されており、私の経験と然るべき協力研究者の手を借りれば解決可能と判断し、本研究課題の申請に踏み切った.

本研究の目的は課題 (A)(B) に取り組むことで、先行研究の弱点 (a)(b) を克服し、流体・重力対応の威力を証明すると同時に、ブラックホール物理学における問題を解決することである.

3. 研究の方法

流体・重力対応 (Aharony, Minwalla & Wiseman 2006, Camps, Emparan & Haddad 2010) を用いると、課題 (A)(B) に関して取り組むべきは、次の未解決問題 (A') (B') であることがわかる.

(A') $R^{(d-1)} \times S$ ($d > 3$) において、与えられた体積の下で面積を極小にする超曲面は何か.

(B') 表面張力で支えられた粘性流体のジェット (軸対称な流れ) がピンチするとき、流体の振舞いはどのようなものか.

本研究では上の問題 (A') (B') に取り組む方法で問題にアプローチする. 研究機関は 2 年間であり、主に解析的手法を用いるが、数値計算が必要な場合にはコンピュータ解析を援用する.

4. 研究成果

本研究において、課題 (A)(B) に対して有益な知見を得ることができた.

特に、(A')に関しては、全ての次元(即ち任意の d に対して)と全てのパラメータ領域で、数値解析の援用のもと、完全な解を与え

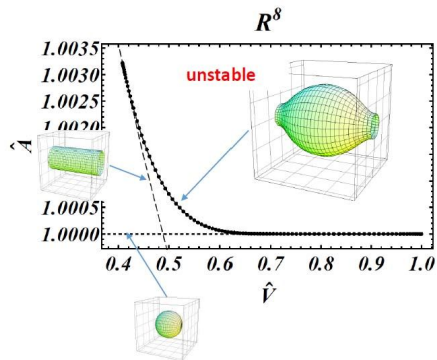


図1: 8次元空間における平均曲率一定面(流体表面)の体積と面積. 非一様なシリンダーは不安定である.

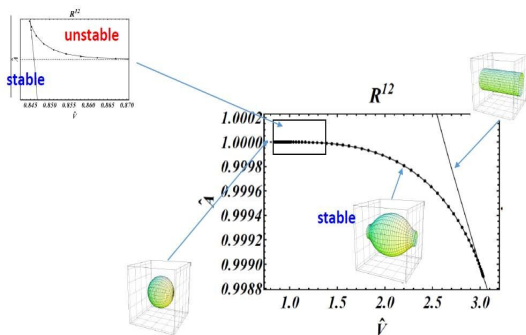


図2: 12次元空間における平均曲率一定面の体積と面積. 非一様なシリンダーが安定化していることが、本研究で初めて明かされた.

ることが出来た(図1, 図2を参照). 即ち, 図1,2に示されているように, 与えられた体積に対して面積を最小化するような超曲面(平均曲率一定面)を各次元で全て列挙し, あらゆる相のなかでどの相がもっとも面積が小さくなるかという問題(等周問題)に答え, 各相の安定性を調べることに成功した. 特筆すべき結果として, 高次元においては, 非一様なシリンダー(Delaunay's Unduloidと呼ばれる)が安定化するということが明らかになった. これは対応する高次元時空中で, 非一様ブラックストリングと呼ばれる高次元ブラックホールが存在し, 安定となることを意味している.

この結果は, 高次元時空中における新たなブラックホール解の存在や, 非常に目新しい性質(低次元では不安定な解が高次元で安定化する)があることを示している.

本研究の成果は数学(微分幾何学)と物理学(一般相対論・流体力学)の両分野の発展に貢献するものである. また, 流体・重力対応の真の有益性を示せたという点で当初の目的を十分に果たせたものと考えられる.

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計6件)

“Properties of an electrically charged black hole in Eddington-inspired Born-Infeld gravity,” H. Sotani and U. Miyamoto, Physical Review D (米物理学会) 90, 124087, pp. 1-9 (2014), 査読有. DOI: 10.1103/PhysRevD.90.124087

“Naked singularity explosion in higher-dimensional dust collapse,” M. Shimano and U. Miyamoto, Classical and Quantum Gravity (英物理学会) 31, p. 045002 (2014), 査読有. DOI: 10.1088/0264-9381/31/4/045002

“Escape of superheavy and highly energetic particles produced by particle collisions near maximally charged black holes,” H. Nemoto, U. Miyamoto, T. Harada, and T. Kokubu, Physical Review D (米物理学会) 87, 127502, pp. 1-4 (2013), 査読有. DOI: 10.1103/PhysRevD.87.127502

“Weak cosmic censorship in gravitational collapse with astrophysical parameter values,” U. Miyamoto, T. Harada, and S. Jhingan, Progress of Theoretical and Experimental Physics (2013) 053E01, 査読有. DOI: 10.1093/ptep/ptt027

“Liquid bridges and black strings in general dimensions: Stability,” U. Miyamoto and M. Koiso, Proceedings of The 23rd Workshop on General Relativity and Gravitation in Japan, pp. 894-901, 5-8th Nov 2013, Hirosaki University, Aomori, Japan, 査読なし. URL: <http://tap.st.hirosaki-u.ac.jp/jgrg23/>

「流体としてのブラックホール: 重力物理と流体力学の接点」, 宮本雲平, 数理解析研究所講義録, 1890, pp. 136-148, April 2014, 非線形波動現象の数理と応用, 2013年10月16-18日, 京都大学数

理解析研究所，査読なし．URL:
<http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~kyodo/kokyuroku/contents/pdf/1890-15.pdf>

〔学会発表〕(計5件)

“Liquid bridges and black strings in general dimensions: Stability”, Three day workshop in ‘‘Holographic vistas on Gravity and Strings’’ program, May 26-28th, 2014, Yukawa Institute of Physics, Kyoto University, Japan

“Liquid bridges and black strings in higher dimensions II: stability”, 日本物理学会第69回年次大会，東海大学，2014年3月30日，神奈川

“Liquid bridges and black strings in general dimensions: stability”, The 23rd Workshop on General Relativity and Gravitation in Japan, Nov 2013, Hirosaki University, Aomori, Japan

(招待講演)「ブラックホールと流体不安定性」，日本実験力学会第8回機能性流体に関する公開研究会 2013年9月2日，秋田県立大学

(招待講演)「流体としてのブラックホール：重力物理と流体力学の接点」，非線形波動現象の数理と応用，2013年10月16-18日，京都大学数理解析研究所

6. 研究組織

(1)研究代表者

宮本 雲平 (MIYAMOTO, Umpei)
秋田県立大学・総合科学教育研究センター・准教授
研究者番号：70386621