

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 1 日現在

機関番号：82706

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2013～2015

課題番号：25800222

研究課題名(和文) 振動対流の同期現象に対する位相記述によるアプローチ

研究課題名(英文) Phase description approach to synchronization of oscillatory convection

研究代表者

河村 洋史 (KAWAMURA, Yoji)

国立研究開発法人海洋研究開発機構・数理科学・先端技術研究分野・研究員

研究者番号：90455494

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,100,000円

研究成果の概要(和文)：Hele-Shaw セルにおける振動対流の位相記述法を定式化した。この手法は無次元力学系におけるリミット・サイクル解の位相縮約法である。次に、水平方向に周期的なシリンダー形状のHele-Shaw セルにおける振動対流の位相記述法を定式化した。この系における振動対流は「空間に関する連続並進対称性の自発的な破れ」と「時間に関する連続並進対称性の自発的な破れ」という2つの「位相」を持つリミット・トーラス解によって記述される。つまり、この手法は無次元力学系におけるリミット・トーラス解の位相縮約法である。

研究成果の概要(英文)：We have formulated a theory for the phase description of oscillatory convection in Hele-Shaw cells. The theory can be considered as a phase reduction method for limit-cycle solutions in infinite-dimensional dynamical systems, namely, limit-cycle solutions to partial differential equations representing oscillatory convection. Furthermore, we have also formulated a theory for the phase description of oscillatory convection in a cylindrical Hele-Shaw cell that is laterally periodic. Oscillatory convection in this system is described by a limit-torus solution that possesses two phase modes; one is a spatial phase and the other is a temporal phase. The theory can be considered as a phase reduction method for limit-torus solutions in infinite-dimensional dynamical systems, namely, limit-torus solutions to partial differential equations representing oscillatory convection with a spatially translational mode.

研究分野：非線形動力学

キーワード：同期現象 振動現象 位相縮約 位相記述 振動対流 集団振動 最適化 進行振動解

1. 研究開始当初の背景

自然界にはさまざまな振動現象および同期現象が存在する。典型的には、各振動性素子は常微分方程式のリミット・サイクル解として記述される。そのような各リミット・サイクル振動子のダイナミクスを位相と呼ばれるスカラー変数のみで近似する位相記述法(位相縮約法)が、結合振動子系の同期現象に対する強力な解析手法として知られている。しかし、自然界には偏微分方程式のリミット・サイクル解やさらにはリミット・トーラス解で記述される振動現象とそれらの同期現象も存在する。例えば、反応拡散系においては、光感受性 Belousov-Zhabotinsky 反応の結合系を用いた実験、神経伝導方程式の結合系に対する数値計算、などがある。また、本研究の主題である流体系においても、準地衡風二層モデルの結合系に対する数値計算、Hele-Shaw セル熱対流モデルの結合系に対する数値計算、回転水槽の結合系を用いた実験、などがある。そのため、偏微分方程式のリミット・サイクル解やリミット・トーラス解に対する位相記述法の定式化が必要とされていた。

2. 研究の目的

本研究の目的は、偏微分方程式のリミット・サイクル解やリミット・トーラス解に対する位相記述法の一例として、偏微分方程式のひとつである流体方程式によって記述される、Hele-Shaw セル中の振動対流に対する位相記述法を新たに定式化すること、さらに、その位相記述法の応用として、「振動対流の結合系における位相同期現象」および「振動対流の共通ノイズによる位相同期現象」を解析することであった。

3. 研究の方法

研究代表者は、本研究を開始するより以前に、結合振動子系の集団位相記述法を構築してきた。特に、非線形 Fokker-Planck 方程式のリミット・サイクル解に対する位相記述法を定式化していた。この手法を一般化することにより、流体方程式のリミット・サイクル解として記述される、(通常の) Hele-Shaw セル中の振動対流に対する位相記述法の定式化を試みた。そして、その手法をさらに一般化することにより、流体方程式のリミット・トーラス解として記述される、シリンダー形状の Hele-Shaw セル中の空間並進自由度を持つ振動対流に対する位相記述法の定式化を試みた。加えて、それぞれの場合において、振動対流の同期現象に対する位相記述法による解析を試みた。

4. 研究成果

本研究の主要な成果は次の通りである。まず、研究代表者がこれまでに構築してきた、非線形 Fokker-Planck 方程式のリミット・サイクル解に対する位相記述法を一般化することにより、(通常の) Hele-Shaw セルにおける振動対流の位相記述法を定式化した。この手法は無限次元力学系である偏微分方程式のリミット・サイクル解に対する位相縮約法である。特に、各点・各時刻に加えられた弱い摂動に対する振動対流の(時間的な)位相応答を定量化する位相感受性を理論的に導出した(図1参照)。そして、位相記述法の応用として、弱く結合した2つの振動対流の間の位相同期現象を解析した。その結果、位相記述法が成り立つような弱い結合である限り、(時間的に)同相同期した解が大域的に安定であることがわかった(雑誌論文⑧)。加えて、位相記述法の別の応用として、振動対流の共通ノイズによる位相同期現象を解析した。特に、この共通ノイズ同期に対する最適化手法を開発した(雑誌論文⑦)。

次に、(通常の) Hele-Shaw セルにおける振動対流の位相記述法をさらに一般化することにより、水平方向に周期的なシリンダー形状の Hele-Shaw セルにおける、空間並進自由度を持つ振動対流の位相記述法を定式化した。この系における振動対流は「空間に関する連続並進対称性の自発的な破れ」と「時間に関する連続並進対称性の自発的な破れ」という2つの「位相」を持つリミット・トーラス解によって記述される。つまり、この手法は無限次元力学系である偏微分方程式のリミット・トーラス解に対する位相縮約法である。特に、各点・各時刻に加えられた弱い摂動に対する振動対流の空間的・時間的な位相応答を定量化する2つの位相感受性を理論的に導出した(図2参照)。そして、空間並進自由度を持つ振動対流に対する位相記述法の応用として、弱く結合した2つの振動対流の間の空間的・時間的な位相同期現象を解析した。その結果、位相記述法が成り立つような弱い結合である限り、空間的・時間的に同相同期した解が大域的に安定であることがわかった(雑誌論文②)。

以上のように、本研究の主要な成果である、Hele-Shaw セル中の振動対流に対する位相記述法は、従来の位相縮約法の大幅な一般化であり、学術的に大きな意義があると考えている。実際、本研究成果により、第10回(2016年)日本物理学会若手奨励賞を受賞した。その受賞題目は「無限自由度の振動的対流現象に関する位相縮約の理論」であった。加えて、国立研究開発法人海洋研究開発機構の平成26年度業績表彰において研究開発功績賞も受賞した。

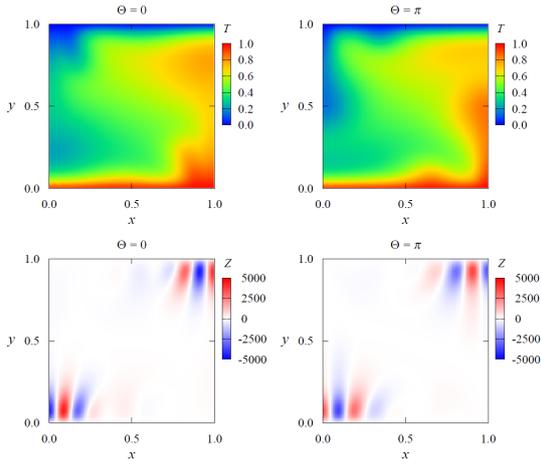


図1：Hele-Shaw セルにおける振動対流（リミット・サイクル解）の温度場(T)と位相感受性(Z)のスナップショット（雑誌論文⑦&⑧参照）。位相感受性は各点・各時刻に加えられた弱い摂動に対する振動対流の（時間的な）位相応答を定量化する。

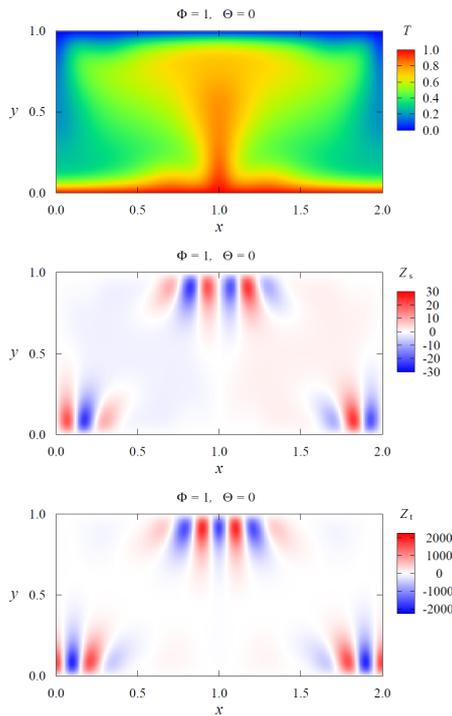


図2：水平方向に周期的なシリンダー形状のHele-Shaw セルにおける空間並進自由度を持つ振動対流（リミット・トーラス解）の温度場(T)と2つの位相感受性(Z_s , Z_t)のスナップショット（雑誌論文②参照）。2つの位相感受性は各点・各時刻に加えられた弱い摂動に対する振動対流の空間的・時間的な位相応答を定量化する。

ここで、振動対流に対する位相記述法の定式化に使われているアイデアは、散逸系の非線形偏微分方程式なら適用できるものである。例えば、反応拡散方程式に対しても適用できる。そこで、実際に、反応拡散系における振動パターンの位相記述法も定式化した。そして、位相記述法の応用として、弱く結合した2つの振動パターンの間の位相同期現象を解析した（雑誌論文③）。

本研究では、振動対流に対する位相記述法の基礎となっている、結合振動子系に対する集団位相記述法の応用研究も実施した。先ず、Ott-Antonsen 型の複素振幅方程式を経由することにより、Kuramoto-Sakaguchi 型の位相モデルから Kuramoto-Sivashinsky 方程式を解析的に導出した。そして、非局所結合位相振動子系における不均一性に誘起された位相乱流を実証した（雑誌論文⑥）。

次に、ノイズを受けた大域結合リミット・サイクル振動子系の階層構造を縮約理論に基づいて解析し、この大自由度力学系で作る集団ダイナミクスをマクロな位相変数のみで記述する集団位相記述法を改めてより詳細に定式化した。特に、集団ダイナミクスを定量的に特徴付ける集団位相感受関数と集団位相結合関数の公式を導出した。そして、代表的なリミット・サイクル振動子モデルに対して解析を行い、個々の振動子はすべて同相結合している状況でも集団間では逆相同期になり得ることを例証した（雑誌論文⑤）。

さらに、完全位相ロック状態にある振動子ネットワークの結合系におけるマクロな位相同期現象を集団位相記述法により解析した。そして、ノイズを受けた大域結合リミット・サイクル振動子集団の結合系と同様に、完全位相ロック状態にある振動子ネットワークの結合系においても、個々の振動子はすべて同相結合している状況における集団間の逆相同期現象が起こり得ることを解析的に示した（雑誌論文④）。

最後に、完全位相ロック状態にある振動子ネットワークの共通ノイズによるマクロな位相同期現象を集団位相記述法により解析した。特に、この共通ノイズ同期に対する最適化手法を開発した。いくつかの具体例を数値計算することにより、この最適化手法の妥当性も確認した（雑誌論文①）。現在、査読付き雑誌論文を投稿準備中である。なお、本研究成果は、振動対流の共通ノイズ同期とその最適化に関する研究成果（雑誌論文⑦）の一般化とみなすこともできる。

以上のように、振動対流の位相記述法に加えて、結合振動子系の集団位相記述法も研究することで、当初の計画以上の成果を得た。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 8 件)

- ① Yoji Kawamura and Hiroya Nakao, Common-noise-induced synchronization of oscillator networks and its optimization, IEICE Technical Report 115, 47-51 (2015) [5 pages] (査読無). <http://ci.nii.ac.jp/naid/40020677636>
- ② Yoji Kawamura and Hiroya Nakao, Phase description of oscillatory convection with a spatially translational mode, Physica D 295-296, 11-29 (2015) [19 pages] (査読有). <http://dx.doi.org/10.1016/j.physd.2014.12.007>
- ③ Hiroya Nakao, Tatsuo Yanagita, and Yoji Kawamura, Phase-reduction approach to synchronization of spatiotemporal rhythms in reaction-diffusion systems, Physical Review X 4, 021032 (2014) [23 pages] (査読有). <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevX.4.021032>
- ④ Yoji Kawamura, Phase synchronization between collective rhythms of fully locked oscillator groups, Scientific Reports 4, 4832 (2014) [7 pages] (査読有). <http://dx.doi.org/10.1038/srep04832>
- ⑤ Yoji Kawamura, Collective phase dynamics of globally coupled oscillators: Noise-induced anti-phase synchronization, Physica D 270, 20-29 (2014) [10 pages] (査読有). <http://dx.doi.org/10.1016/j.physd.2013.12.004>
- ⑥ Yoji Kawamura, From the Kuramoto-Sakaguchi model to the Kuramoto-Sivashinsky equation, Physical Review E 89, 010901 (R) (2014) [5 pages] (査読有). <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.89.010901>
- ⑦ Yoji Kawamura and Hiroya Nakao, Noise-induced synchronization of oscillatory convection and its optimization, Physical Review E 89, 012912 (2014) [13 pages] (査読有). <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.89.012912>

- ⑧ Yoji Kawamura and Hiroya Nakao, Collective phase description of oscillatory convection, Chaos 23, 043129 (2013) [11 pages] (査読有). <http://dx.doi.org/10.1063/1.4837775>

[学会発表] (計 12 件)

- ① 河村洋史, 無限自由度の振動的対流現象に関する位相縮約の理論, 日本物理学会第 71 回年次大会, 東北学院大学, 宮城県仙台市, 2016 年 3 月 21 日.
- ② 河村洋史, 空間並進自由度を持つ振動対流の位相記述, 第 26 回京都大学応用数学セミナー, 京都大学, 京都府京都市, 2015 年 12 月 15 日.
- ③ 河村洋史, 海洋地球科学における同期現象の数理, 数理モデリング研究会 in 滋賀, 湖邸滋びわこくらぶ, 滋賀県大津市, 2015 年 11 月 28 日.
- ④ 河村洋史, 中尾裕也, 振動子ネットワークの共通ノイズ同期とその最適化, 2015 年度第 3 回複雑コミュニケーションサイエンス研究会, 京都大学, 京都府京都市, 2015 年 11 月 9 日.
- ⑤ 河村洋史, 振動対流の同期現象に対する位相縮約によるアプローチ, 日本応用数理学会 2015 年度年会, 金沢大学, 石川県金沢市, 2015 年 9 月 10 日.
- ⑥ Yoji Kawamura, Common-noise-induced synchronization of oscillator networks and its optimization, Miniworkshop on nonlinear dynamical systems and control, Tokyo Institute of Technology, Tokyo, Japan, 21 August 2015.
- ⑦ 河村洋史, 中尾裕也, 空間並進自由度を持つ振動対流の位相記述, 日本流体力学会 年会 2014, 東北大学, 宮城県仙台市, 2014 年 9 月 15 日.
- ⑧ 河村洋史, 中尾裕也, 振動子ネットワークの共通ノイズ同期とその最適化, 日本物理学会 2014 年秋季大会, 中部大学, 愛知県春日井市, 2014 年 9 月 9 日.
- ⑨ 河村洋史, 空間並進自由度を持つ振動対流の位相記述, RIMS 研究集会「力学系: 理論と応用の相互作用」, 京都大学, 京都府京都市, 2014 年 6 月 9 日.
- ⑩ 河村洋史, 中尾裕也, 振動対流の共通ノイズ同期とその最適化, 第 10 回複雑コ

コミュニケーションサイエンス研究会，大阪大学，大阪府吹田市，2014年5月19日。

- ⑪ 河村洋史，ノイズを受けた大域結合振動子系の集団位相記述，日本物理学会 第69回年次大会，東海大学，神奈川県平塚市，2014年3月29日。
- ⑫ 河村洋史，中尾裕也，振動対流の共通ノイズ同期，日本流体力学会 年会 2013，東京農工大学，東京都小金井市，2013年9月12日。

[その他]

- ① JAMSTEC MAT
http://www.jamstec.go.jp/mat/j/members/yoji_kawamura/
- ② JAMSTEC Researchers Database
http://www.jamstec.go.jp/souran/html/Yoji_Kawamura002396-j.html
- ③ researchmap
<http://researchmap.jp/read0201481>
- ④ My JpGU
<http://mypage.jpgu.org/profile/024848>
- ⑤ ORCID ID
<http://orcid.org/0000-0002-5931-5512>
- ⑥ ResearcherID
<http://www.researcherid.com/rid/E-3475-2014>
- ⑦ Scopus Author ID
<http://www.scopus.com/authid/detail.url?authorId=7401574852>
- ⑧ Researcher Name Resolver ID
<http://rns.nii.ac.jp/nr/1000090455494>
- ⑨ Google Scholar Citations
<http://scholar.google.com/citations?user=GAZsla0AAAAJ>
- ⑩ ResearchGate
http://www.researchgate.net/profile/Yoji_Kawamura
- ⑪ 第10回(2016年)日本物理学会若手奨励賞受賞
http://www.jamstec.go.jp/j/jamstec_news/award/2016.html#20160325

6. 研究組織

- (1) 研究代表者
河村 洋史 (KAWAMURA, Yoji)
国立研究開発法人海洋研究開発機構・
数理科学・先端技術研究分野・研究員
研究者番号：90455494