# 科学研究費助成事業

研究成果報告書

科研費

機関来中・1つと1つ
研究種目: 若手研究(B)
研究期間: 2013~2014
課題番号: 2 5 8 2 0 1 6 3
研究課題名(和文)磁性体発振素子アレイの注入同期機構の数理最適化
研究課題名(英文)Mathematical Optimization of Injection Locking Scheme for an Array of Spin Torque Nano Oscillators
研究代表者
中田 一紀 (Nakada, Kazuki)
電気通信大学・情報理工学(系)研究科・研究員
研究者番号:4 0 4 0 4 1 0 7
交付決定額(研究期間全体):(直接経費) 1,800,000円
,

研究成果の概要(和文):本研究では,磁性体発振素子アレイの同期特性の向上による高出力化に向けて,位相縮約法 による注入同期機構の数理的な最適化手法について探究した.まず,発振素子単体のダイナミクスを記述するLLGS方程 式から位相応答関数を求め,対応する位相方程式を導出した.次に,得られた位相方程式から,注入同期の周波数引き 込み範囲を最大化する入力波形とともに,注入同期の安定性を最適化する入力波形をそれぞれ求めた.また,磁性体発 振素子アレイの相互同期機構の性能を向上させるために,パルス電流による離散的な相互作用を導入し,その効果を位 相縮約理論の観点から最適化した.

研究成果の概要(英文): In this research, we have studied on the mathematical optimization of the injection locking scheme for an array of spin torque nano oscillators (STNOs) using the phase reduction approach with the purpose of increasing the output power of an ensemble of STNOs by enhancing their synchronization. First, we derived a phase equation from the LLGS equation that describes the macroscopic magnetization dynamics of a single STNO. Next, we estimated optimal waveforms for maximizing the locking range and the stability of the injection locking scheme based on the derived phase equation. Furthermore, we introduced discrete pulse current interactions among STNOs for improving the performance of the mutual synchronization scheme for the STNO array and optimized the effects of such interactions from the viewpoint of the phase reduction theory.

研究分野:磁性体/半導体集積デバイス,無線通信

キーワード:磁性体発振素子 注入同期 位相縮約 無線通信 スピントロニクス

## 1. 研究開始当初の背景

スピントロニクスにおいて,電子の持つ電荷 とスピンの自由度を利用した集積電子デバイス, すなわちスピンデバイスの研究が進展している. これまでスピンデバイスとしてさまざまなもの が提案されているが,特に,スピン流によって 誘起される磁化ダイナミクスを動作原理とする 磁気抵抗メモリや磁性体発振素子 [1,2],強磁性 細線素子は,工学的応用のみならず,数理的な 解析対象としても興味深いものとして捉えられ ている

磁性体発振素子は、高い熱安定性と広帯域に わたる周波数可変性を持ち、かつ省電力化を実 現できるため、次世代のミリ波・マイクロ波発振 デバイスの有力候補として着目されている [1]. しかし、素子単体では出力に限界があり、その 限界を打破するために複数の素子を同期させる ことによる高出力化が必要となっている.そこ で磁性体発振素子の同期機構としてさまざまな ものが提案されており [3]-[9]、そのひとつである 注入同期機構 [8, 9] に注目が集まっている.

研究開始当初の状況としては、その実証論的 な研究とともに、理論的な研究が進展していた. しかし、それらの研究では、磁性体発振素子の 特性を素朴にモデリングしたものを基礎として おり、注入同期という現象そのものを直感的に 理解することには役に立つものの、実際に観測 される注入同期の非線形現象としての様相を深 く理解するまでには至っていなかった.また、実 験から得られた結果の理論的な解析も進められ ていたが、注入同期機構の設計の最適化にまで 踏み込んだ研究は、まだ行われていなかった.

その一方で,非線形物理の分野では,位相縮約法[10]による非線形振動子の注入同期の最適化の理論体系が確立されつつあった.位相縮約法は,本来であれば多次元の力学系として記述される非線形振動子のダイナミクスを位相という1変数のダイナミクスに縮約し位相モデルとして近似的に記述する手法である.位相モデルとして記述することで非線形振動子の普遍的な性質を捉えることができるため,異分野にわたり,さまざまな応用に向けた解析の基礎として適用範囲が広がりつつあった.注入同期の最適化についても,位相記述に基づくことで,多様な制約条件のもとでの最適入力を統一的に導出する手法が確立されつつあった[11,12,13].

スピントロニクスの分野においても,磁性体 発振素子に関して,その歳差運動モードに着目 することによって位相モデルとして記述できる ことが示唆されていた.したがって,注入同期 の最適化理論を磁性体発振素子に適用すること によって,従来よりも,効率的かつ系統的に注入 同期を最適化することが期待できる状況にあっ た.しかし,そのようなアプローチはまだ試み られていなかった. 2. 研究の目的

本研究の目的は,磁性体発振素子アレイの同 期特性の向上による高出力化に向けて注入同期 機構の導入とその数理的最適化と物理的設計/ 実装を試みることにある.

その目的の達成に向けて,位相縮約法による 注入同期の最適化理論[11,12]に基づき,磁性 体発振素子単体のダイナミクスおよび素子間の 相互作用を最適化することを具体的な課題とし て研究を進めた.

## 3. 研究の方法

本研究では、磁性体発振素子の動作原理とな るデバイスダイナミクスを数理的な視点から捉 えることによって、見通しの良い解析を行い、注 入同期機構の物理的設計/実装を最適化する.

まず,磁性体発振素子の磁化ダイナミクスを デバイスモデリングにより数理的に記述する.次 に,位相縮約法に従い数理モデルから対応する 位相モデルを導出する.そして,位相縮約法に よる注入同期の最適化理論を磁性体発振素子に 適用し,注入同期の周波数引き込み範囲や同期 安定性を最大化する最適入力を求める.さらに, 磁性体発振素子アレイの素子間相互作用を位相 縮約理論の観点から最適化する.

### 磁性体発振素子のデバイスモデリング

まず,磁性体発振素子の磁化ダイナミクスを 数理的に記述するためのデバイスモデリングに ついて説明する.

磁性体発振素子(図1)は、自由層と固定層の 2つの磁性体と絶縁層となる非磁性体から構成 される.ここで、自由層の磁化は単一の磁区構造 を持つものとして、そのダイナミクスは、次式の LLGS (Landau–Lifshitz–Gilbert–Slonczewski) 方程式:

$$\frac{d\boldsymbol{m}}{dt} = -\gamma \boldsymbol{m} \times \boldsymbol{H} + \alpha \boldsymbol{m} \times \frac{d\boldsymbol{m}}{dt} + \gamma \beta J \boldsymbol{m} \times (\boldsymbol{m} \times \boldsymbol{M}) (1)$$

によって記述される [2]. ここで, m および Mは自由層と固定層の磁化をそれぞれ表している. また,  $\alpha$ は Gilbert ダンピング定数,  $\beta$ はスピン 注入効率に対応した物理定数,  $\gamma$  は磁気回転比 であり, 磁場は,

$$\boldsymbol{H} = H_a \hat{\boldsymbol{e}}_x + (H_k m_x \hat{\boldsymbol{e}}_x - H_{dz} m_z \hat{\boldsymbol{e}}_z) / |\boldsymbol{m}| \quad (2)$$

で与えられるものとする [5]. この実効磁場 **H** のもと,スピン偏極した電流 J によって生じる スピン移行トルク項がダンピング項とバランス することで,歳差運動を生じる.

さらに、歳差運動の際に磁化の長さは一定で あるとすると、その運動は球面上に拘束されて いるものとみなせる.したがって、磁性体発振 素子の磁化ダイナミクスは、球面座標上で考え ると解析や数値計算の際に取り扱いやすくなる. そのダイナミクスは、式(1)を球面座標系に



図 1. 磁性体発振素子. 標準的なデバイス構造,および磁化 ベクトルの球面座標表示.

変換することで

$$\frac{d\theta}{d\tau} = U\cos\theta\cos\phi + \alpha(H_{dz} + H_k\cos^2\phi)\sin\theta\cos\theta - V\sin\phi - H_k\sin\phi\cos\phi\sin\theta$$
(3)

$$\frac{d\phi}{d\tau} = \left[-U\sin\phi - (H_{dz} + H_k\cos^2\phi)\sin\theta\cos\theta - V\cos\phi\cos\theta - \alpha H_k\sin\phi\cos\phi\sin\theta\right]/\sin\theta(4)$$

となる [5]. ここで、 $U = \alpha H_a - \beta J$ ,  $V = H_a + \alpha \beta J$ による変数変換と  $\tau = \gamma/(1 + \alpha^2)t$  による時間 の規格化を導入している.

### 磁性体発振素子の位相記述

次に,磁性体発振素子の磁化ダイナミクスを その歳差運動モードに着目し,位相モデルとし て縮約して記述する方法について示す.

磁性体発振素子には、in-plane precession (IPP) mode と out-of-precession (OPP) mode という 異なる複数の歳差運動モードがある [1,2,5]. IPP モードはバイアス電流が臨界電流を越えて Hopf 分岐することによって生じ, OPP モードはさら に電流が増加し heteroclinic 分岐することによっ て生じる. IPP mode の場合, Hopf 分岐の標準 型として縮約されることから, Adler 方程式と して位相記述できる [4]. そのため, 従来手法に よって, 注入同期の解析や最適化を行うことが できる. それに対して, OPP モードの場合, 位 相モデルとして記述するためには工夫が必要に なる. たとえば, あるパラメータ領域では近似 的に sin  $\theta \approx R + K \cos \phi$  が成り立つので,  $\theta \epsilon$ 消去することにより,  $\phi$ のみのダイナミクスから

 $\frac{d\phi}{d\tau} = \omega_0 + \omega_1 \cos(\hat{\phi}) + Z_J(\hat{\phi})J(\tau) + Z_H(\hat{\phi})H(\tau)$ (5)

として、その位相記述が得られる [5]. ここで  $\hat{\phi} = -\phi$ とした.また、 $Z_J(\hat{\phi})$ および $Z_H(\hat{\phi})$ は、 それぞれ交流電流 $J(\tau)$ および磁場変動 $H(\tau)$ に 対する位相感受関数

$$Z_J(\hat{\phi}) = \beta Z_u(\hat{\phi}) + \alpha \beta Z_v(\hat{\phi}) \approx \beta Z_u(\hat{\phi}) (6)$$

$$Z_H(\phi) = -\alpha Z_u(\phi) + Z_v(\phi) \approx Z_v(\phi) \quad (7)$$

$$Z_u(\hat{\phi}) = \frac{\sin \phi}{R + K \cos \hat{\phi}} \tag{8}$$

$$Z_v(\hat{\phi}) = \frac{\cos\hat{\phi}\sqrt{1 - (R + K\cos\hat{\phi})^2}}{R + K\cos\hat{\phi}} \quad (9)$$

である.ここで, *R*,*K* はシステムパラメータで ある.いずれもデバイスパラメータやバイアス パラメータによって決まるものであり,それら の物理的パラメータに対して,ダイナミクスを 特徴づける数理的パラメータとなっている.

# 位相記述に基づく注入同期機構の最適化

ここでは,注入同期の最適化理論[11,12,13] に基づいて,磁性体発振素子アレイの注入同期 機構の周波数引き込み特性や同期安定性を最適 化する手法について示す.

非線形振動子(発振素子)のダイナミクスは, 次の位相方程式 $\dot{\psi} = \omega + Z(\psi)I(t)$ に縮約される[10].ここで、 $\psi$ は位相変数、 $\omega$ は固有角周波 数、 $Z(\psi)$ は位相感受関数である.さらに、入力 I(t)を周期信号  $f(\Omega t)$ とすると、新しい位相変 数 $\phi = \psi - \Omega t$ に関する平均化によって、次の位 相方程式 $\dot{\phi} = \Delta \omega + \Gamma(\phi)$ が得られる.ここで、  $\Delta \omega = \Omega - \omega$ であり、 $\Gamma(\phi) = \langle Z(\theta + \phi)f(\theta) \rangle$ は位相結合関数、 $\langle \cdot \rangle$ は一周期平均を表して いる.

上記の位相方程式に基づいて,注入同期機構の 周波数引き込み範囲や同期安定性を最適化する 周期入力の条件が求められる.たとえば,周波数 引き込み範囲を最大化する周期入力は, $f_{opt}(\theta) \propto Z(\theta + \phi_+) - Z(\theta + \phi_-)$  ( $\phi_\pm$ :定数)[11] であり, 同期安定性を最大化する周期入力は, $f_{opt}(\theta) \propto -Z'(\theta)$ [12] となることが示されている.さらに, これらの結果をもとに,さまざまな制約条件の もとでの最適入力を統一的に求める理論体系が 確立されている [13].

この理論的枠組みのもと、磁性体発振素子の ダイナミクスから位相感受関数を求め、それに 基づいて注入同期の性能を向上させる最適入力 を理論的に求める.

# 位相記述に基づく相互同期機構の最適化

磁性体発振素子アレイの相互同期機構として, スピン波 [3] や磁気渦 [6],電流 [7] のように,素 子間の物理的な相互作用に応じて,さまざまな ものが提案されている.このような相互作用を 位相結合関数として位相記述することで,物理 的に異なる相互作用項の効果を定性的かつ定量 的に比較することができる.

そこで、磁性体発振素子アレイのさまざまな 相互同期機構に対応した位相結合関数を数値的 に計算し推定することで、素子間の相互作用項 を評価する.また、その結果に基づいて、素子 間の相互作用を最適化する物理的パラメータを 見積り、設計値を決定する.

であり,



図 2. 磁性体発振素子の位相感受関数と注入同期の最適入力.

#### 4. 研究成果

ここで、本研究で得られた成果について示す.

### 磁性体発振素子の注入同期機構の最適化

はじめに,位相縮約法による注入同期の最適 化理論に基づき,磁性体発振素子の注入同期の 最適入力を求めた結果について示す。

図2に、OPPモードで動作する場合の磁性体 発振素子の位相感受関数と対応する最適入力に ついて示す.ここで、システムパラメータR,K は、デバイスパラメータやバイアスパラメータ から計算した値としている.RとKとの比が-1 に近づくにつれて、最適入力の波形は正弦波か らより非線形性の強いものになる.したがって、 磁性体発振素子の注入同期を最適化するうえで、 入力波形に含まれる高調波成分が本質的に重要 であることが理論的に示唆される.

この結果に基づき,磁性体発振素子の注入同 期を最適化するための設計手法について考察す る.もし設計仕様として,デバイスパラメータ やバイアスパラメータが与えられる場合,それ らに対して最適となる周期入力  $f_{opt}(\theta)$ を求める には, $Z(\phi)$ のシステムパラメータ R, K を磁 性体発振素子のデバイスパラメータから計算し, それをもとにして最適入力  $f_{opt}(\theta)$ を求めれば良 い.また,あらかじめ所望となる周期入力の波 形が定まっている場合,それが最適となるよう な $Z_{opt}(\phi)$ を求め,それに $Z(\phi)$ の特性が近づく ようにシステムパラメータを選び,さらにそれ を実現するような物理的なデバイスパラメータ やバイアスパラメータを設定すれば良い.

### 磁性体発振素子アレイの相互同期機構の最適化

次に,磁性体発振素子アレイの素子間の相互 作用の位相記述に基づき,その最適化を試みた



図 3. 磁性体発振素子アレイの相互同期. 相図と同期モード. a 完全非同期状態, b 非同期状態, c 同期状態.

結果について示す.

これまでの研究は、連続的な相互作用をする ものがほとんどであったが、ここでは、パルス 電流による離散的な相互作用を導入したものを 考える.具体的には、ある発振素子の出力電圧 (出力抵抗)が最大値になる瞬間にパルス電流を 生成し、カレントミラーを介したパルス電流に より、周囲の素子と相互作用するアレイ構成を 考える.

このとき、磁性体発振素子の出力抵抗は、次式:

$$R = \frac{R_P + R_{AP}}{2} - \frac{R_{AP} - R_P}{2} \sin \theta \cos \phi \quad (10)$$

に従うように固定層の磁化の向きを定めるもの とする.ここで、 $R_P$ ,  $R_{AP}$  はぞれぞれ平行、反 平行状態にある素子の抵抗値を表すものとする. また、カレントミラーを介したパルス電流は  $\alpha$ 関数で近似できるものとして、その時定数  $\mu$  と 伝達遅延  $\tau_d$  をパラメータとして持つものとする. さらに、相互結合の強さは電流を注入する向き を正として、ここでは負になるような回路構成 を考える.

図3の相図に示されるように、伝達遅延 $\tau_a$ がある程度あった場合に完全に同期するモードが 生じることが分かる.また、 $\tau_d$ がある値の範囲 では、完全に非同期となるモードが生じること が分かる.このそれぞれの同期モードの安定性 は、パルス電流による相互作用を解析的に記述 し、それと発振素子の位相感受関数を畳み込み 積分することによって得られる位相結合関数に よって、理論的に解析することができる.この とき、位相結合関数の平衡点付近の勾配を最大 化するように各パラメータを選ぶことで、相互 同期機構の最適設計を行うことができる.

また、図3の相図から発振周波数を決定する バイアス電流 J が変化した場合にも同期が成立 する伝達遅延 τ<sub>d</sub> の範囲を見積もることができる. 発振素子の周波数が変動しても伝達遅延が変化 しない場合、ある程度の時間の伝達遅延に設定 しておくことで、広い周波数範囲で同期が達成 されることが示唆される.これは、注入同期と 相互同期を両立させるうえで有用な知見である.

さらに、磁性体発振素子アレイの応用として、 フェーズドアレイとして動作させる場合、この ことは重要な意味を持つ.図3から、完全非同 期状態となるパラメータ範囲はそれほど広くな いので、注入同期によって発振周波数を制御し た場合、相互同期がうまく働かなくなることが 生じ得る、そこで、位相記述に基づいて、完全 非同期状態を生じるパラメータ領域を拡大する ように最適設計することで、フェーズドアレイ としての動作を安定化することができる.

#### 成果のまとめ

本研究では、位相縮約理論の観点から、磁性 体発振素子アレイの注入同期機構の性能を向上 させるための数理的な最適設計手法について探 究した.その結果、磁性体発振素子の位相感受 関数のシステムパラメータを最適化することで、 磁性体発振素子の物理的なデバイスパラメータ を効率的かつ系統的に決定できることを示した. また、発振素子間の相互作用を位相結合関数と して数理的に記述することで、異なる物理的な 相互作用の効果を比較し、従来の連続的な相互 作用に対して、パルス電流による離散的な相互 作用の持つ優位性を示した.さらに、注入同期 機構と相互同期機構が相補的に機能するための 条件を明らかにした.

今後のさらなる発展的な課題として,無線通 信への応用に向けて,磁性体発振素子アレイの フェーズドアレイとしての動作を最適制御する 方式について,位相縮約法による解析を進めて いる.また,実装についても,周辺回路の構成 を考え,その性能向上に取り組んでいる.

## 参考文献

- D. Stiles and J. Miltat, Spin Dynamics in Confined Magnetic Structures III, 101, 225– 308, 2006.
- [2] I. D. Mayergoyz, G. Bertotti, and C. Serpico, Nonlinear Magnetization Dynamics in Nanosystems, Elsevier, 2009.
- [3] S. Kaka, et al., Nature, 437, 389–392, 2005.
- [4] A. Slavin and V. Tiberkevich, IEEE Trans. Magnetics, 45(4), 1875–1918, 2009.
- [5] D. Li, Y. Zhou, B. Hu, and C. Zhou, Phys. Rev. B, vol. 84, 104414, 2011.
- [6] A. Ruotolo, et al., Nat. Nanotechnol. 4, 528, 2009.
- [7] A. Pikovsky, Phys. Rev. E, 88, 032812, 2013.
- [8] H. Rippard, et al., Phys. Rev. Lett., 95(6), 067203, 2005.
- [9] B. Georges, et al., Phys. Rev. Lett., 101(1), 017201, 2008.
- [10] Y. Kuramoto, Chemical Oscillations, Waves and Turbulence, Springer, New York, 1984.
- [11] T. Harada, et al., Phys. Rev. Lett., 105, 088301, 2010.
- [12] A. Zlotnik, et al., Phys. Rev. Lett., 111, 024102, 2013.
- [13] H.-A. Tanaka, Physica D, 288(15), 1–22, 2014.

5. 主な発表論文等(研究代表者、研究分担者 及び連携研究者には下線)

〔学会発表〕(計5件)

- <u>中田 一紀</u>,スピントロニクスデバイスの ダイナミカルシステムデザイン,IEICE CCS/ NLP 研究会,東京,6月12日,2015年.
- (2) <u>Kazuki Nakada</u>, Keiji Miura, "Pulse-Coupled Synchronization in an Array of Spin Torque Nano Oscillators," *IEEE Intermag*, Beijing, China, May 15, 2015.
- ③ <u>Kazuki Nakada</u>, Satoshi Yakata, Takashi Kimura, Hisa-Aki Tanaka, "Optimal Design of an Injection Locking Scheme for Spin Torque Nano Oscillators," *IEEE Intermag*, Dresden, Germany, May 5, 2014.
- ④ <u>中田</u>一紀,田中久陽,家形 諭,木村 崇, 位相縮約に基づく磁性体発振素子の注入同期 機構の最適化設計,日本応用数理学会年会, 福岡,9月11日,2013年.
- ⑤ <u>中田</u> 一紀,田中 久陽,家形 諭,木村 崇, 位相縮約による磁性体発振素子の注入同期の 解析,IEICE CCS 研究会,滋賀,6月4日, 2013年.
- 6. 研究組織
- (1)研究代表者

中田 一紀(KAZUKI NAKADA) 電気通信大学・情報理工学研究科・研究員 九州大学・大学院理学研究院・研究員 研究者番号:40404107