

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 2 日現在

機関番号：10104

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2013～2015

課題番号：25870661

研究課題名(和文)人が解き、楽しむためのパズルベースの開発

研究課題名(英文)Development of "puzzle-base" for people's entertainment

研究代表者

原口 和也 (Haraguchi, Kazuya)

小樽商科大学・商学部・准教授

研究者番号：80453356

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文)：ラテン方陣完成型パズルの基本問題である「部分ラテン方陣拡大問題」に対し、効率の良い局所探索法を開発した。

マクマホン立方体パズルに関連して、未解決問題1つを含む3つの問題を解いた。

本研究で取扱ってきたパズルを遊ぶことのできるサイト「LatinPuzzler」およびiOSアプリ「ふとうしきパズル」を開発し、公開した。

研究成果の概要(英文)：The partial Latin square extension (PLSE) problem is a fundamental problem of various Latin square completion-type puzzles. We developed efficient local search algorithms for the PLSE problem.

We solved three interesting problems concerning the MacMahon's colored cube puzzle, one of which has been open.

We developed a website "LatinPuzzler" and an iOS app "Futoshiki puzzle", where one can play KeisanBlock and Futoshiki. (The latter is available only in Japan.)

研究分野：数理工学

キーワード：組合せパズル 組合せ最適化 アルゴリズム 人工知能

1. 研究開始当初の背景

これまで娯楽の対象としか見なされてこなかったパズルが、教育現場でも盛んに取入れられるようになった。研究代表者は、教育におけるパズルの可能性に注目し、大学教育に試験的にパズルを導入してきた。その過程で、数学の問題に見向きもしなかった学生が、パズルには熱心に取組むという光景を目の当たりにしてきた。学生の意欲をもっと引き出すためにも、より面白く、より没頭させられるようなインスタンスをコンピュータで生成できないだろうか。より確かな根拠の下で難易度の基準を定義し、易しいものから難しいものまで系統立てて出題できないだろうか。本研究課題はこのような動機から出発した。

コンピュータで生成する以上、インスタンスの特徴（難易度や面白さ）をどう定量的に評価するかを考えなければならない。そこで**推論規則**と**手筋**という2つのキーワードを導入する。パズルの楽しみの一つとして、推論規則を自分で発見し、それをいかに組み合わせるかを探し出すことが挙げられる。推論規則はパズルのルールから演繹的に導かれるが、自明なものから複雑なものまで考えられる。一方パズルを解く際に、どのマス目に数を割り当てたかの順序を、手筋と呼ぶことにする。人間にインスタンスを解いてもらい、その手筋をデータとして収集することが可能である。ただし実際にどの推論規則を用いたかは、その本人に直接問わなければわからないし、そもそも与えられた推論規則では説明のつかない、突拍子な手筋を取るかもしれない。一つのインスタンスに対して人の取る手筋は一意ではないし、必ずしも推論規則で説明できるわけではない。だが大まかな傾向として、例えば「易しい」とされるインスタンスでは、比較的自明な推論規則のみを用いてすべてのマス目を埋めたと見なせる手筋を、多くの人は取るであろう。一方「難しい」とされるインスタンスでは、複雑な推論規則によっていくつかのマス目を埋めたと見なせる手筋を、多くの人は取るに違いない。このように、インスタンスの特徴によって、人が取る手筋の傾向は変わってくると予想される。

同じように、推論規則を搭載したコンピュータの解き手にインスタンスを解かせ、手筋をデータとして収集することが可能である。この場合、用いた推論規則を陽に知ることができる。従来のインスタンス自動生成スキームは、独自の解き手モデルによって求めた一本の手筋を手掛かりに、インスタンスの難易度を評価する。具体的には、その手筋で使われた推論規則のレベルにしたがって難易度が求められる。しかしこのように評価される難易度が、解き手モデル、ひいてはモデル設計者の主観に大きく依存することは明らかである。そもそもインスタンスにおける手筋の数は膨大であり、そのうち一本だけを抽出

して特徴を評価してよいものか疑問である。そこで多数の手筋をサンプリングし、その傾向を解析することによって、解き手モデルに依存しない、頑健な評価値を得られるのではないだろうか。さらに手筋のサンプリングにおいて、人の取りそうな手筋をうまく模することができれば、より人の感覚に近い評価値を得られるのではないだろうか。そしてそのような評価指標は、これまで多くの研究者や愛好家が乱立してきた難易度評価手法、さらにはインスタンス自動生成システムの開発に対して、確かな方向性を与えることが期待される。

2. 研究の目的

本研究課題では、当初以下の4つを目標として掲げた。なおこれまでの研究の経緯から、不等式パズルと計算ブロックパズルを取扱うことから始める。これらは数独のような、ラテン方陣完成型パズルの一種である。ただし取扱うパズルを必ずしもこれらに限定するわけではない。

(1) ラテン方陣完成型パズルにはどのような推論規則が考えられるか、既に良く知られているものも含め、複雑さの度合いとともに整理する。

(2) 手筋のサンプリングに基づいてインスタンスの特徴評価値を計算する手法の開発：ここでいう特徴評価値とは、むずかしさや面白さの度合いを指す。従来手法のように一本の手筋ではなく、多数の手筋をサンプリングしてインスタンスの特徴評価値を計算するための手法を開発する。

(3) 達成すべき特徴評価値を入力可能にした、インスタンス生成アルゴリズムの開発：(2)で取扱う特徴評価値について、達成すべき値を入力可能にしたインスタンス生成アルゴリズムを開発する。

(4) 「パズルベース」の公開：(3)のアルゴリズムによって生成されたインスタンス群を体系化してインターネット上で公開し、その成果を世に問う。

3. 研究の方法

原則的に研究代表者一人で遂行するが、必要に応じて他研究者との意見交換を行う。たとえば、連携研究者の佐々木慶文氏（石巻専修大）などが挙げられる。佐々木氏はゲーム会社での勤務経験があり、組込みシステムの専門家である。また、定期的に研究会・会議への出席や口頭発表を行い、そこで生まれた議論からのフィードバックを取り入れる。

前項において本研究課題における主要な目標(1)から(4)を掲げた。はじめに目

標(1)の達成を目指す、これには組合せ最適化および制約最適化などの関連分野の知見が役立つであろう。

それを踏まえて、目標(2)の達成を目指す。手筋のサンプリングの精度を高めるため、被験者実験を行い、その知見をサンプリング手法に組込む。具体的には不特定多数の被験者にインターネットを通じて様々なインスタンスを解いてもらい、その手筋や感想(難易度のレーティングなど)をデータとして収集する。収集されたデータから被験者の用いた推論規則を推定し、どのような状況でどの推論規則を用いたか、あるいは説明のつかない手筋をたどったかを統計的手法によって解析し、人が取りそうな手筋のサンプリング手法を設計する。

実験システムの構築には、インターフェースの整備をはじめとして様々な項目を解決する必要がある。システムが安定稼動したのち、データの収集を開始する。収集されたデータを解析しながら手筋サンプリング手法と特徴評価値の計算手法の開発を開始する。目標(3),(4)の達成に関する作業はその進捗を見ながら適宜行う。

4. 研究成果

(1)部分ラテン方陣拡大問題に対する近似アルゴリズムの研究

n を任意の自然数とする。 $n \times n$ 部分ラテン方陣とは、 $n \times n$ のマス目に対するシンボル $1, \dots, n$ の部分割当てであって、どの行、およびどの列においても、同じシンボルは2度以上現れないという条件(ラテン方陣条件)を満たすものをいう。部分ラテン方陣が完全割当てのとき、これを単にラテン方陣という。

与えられた部分ラテン方陣がラテン方陣に拡張可能かどうかを問う決定問題は、NP完全であることが知られている。言うまでもなく、この問題は数あるラテン方陣完成型パズルの、ある意味での基本問題となっている。したがってこの問題に対して研究を行うことは、パズルの本質を探る上で重要なことである。

上記問題の最大化版は、部分ラテン方陣拡大問題(partial Latin square extension problem, PLSE 問題)の名で知られている。すなわち PLSE 問題とは、ラテン方陣条件を満たしつつ、できるだけ多くの空きマスにシンボルを割り当てることを問う問題である。この問題は近似アルゴリズムの文脈で研究されている。現在知られている最良の近似比は $3/4 - \epsilon$ だが、一方で APX 困難であることも知られている。この近似比を達成するのは $(p, p+1)$ -交換操作に基づく局所探索である。すなわち、ちょうど p 個のシンボルを解から取り除き、高々 $p+1$ 個のシンボルを追加するという操作だが、効率の良い実装は知られていない。

本研究では PLSE 問題に対する効率の良い

局所探索法を開発した。具体的には、与えられた解に対して $(p, p+1)$ -近傍内の改善解を求めるか、もしくはそれが極大解であると結論づけることが、 $p \leq 3$ のとき $O(n^{p+1})$ 時間で可能であることを示した。特に $p=1$ のとき、この時間量は解のサイズの線形時間である。また $p \leq 2$ の場合を拡張した新しい近傍(格子面近傍)を考案し、その近傍に関して上の操作が $O(n^{3.5})$ 時間であることも示した。またこの局所探索は、スポーツスケジューリングに応用を持つ、部分対称ラテン方陣の拡張問題にも拡張可能であることを示した。

(2)マクマホン立方体パズルに関する研究
ラテン方陣完成型パズルを取扱ううち、別のパズルに関する問題の解法を着想した。ラテン方陣完成型パズルは整数計画ソルバや制約充足ソルバのベンチマーク問題として用いられることがある。この周辺の技術をサーベイするに及び、マクマホン立方体を用いたパズルに関する2つの問題について、計算機支援証明を与えることができた。

各面が相異なる6色で彩色された立方体をマクマホン立方体という。ただし彩色に使用する6色は与えられているものとする。回転によって得られるものを同一とみなすと、全部で30通りの彩色が存在することがただちにわかる。一辺の長さが単位長のマクマホン立方体を単にキューブと呼ぶことにする。

マクマホン立方体を用いたパズルは古くから知られているが、ここでは以下の問題を考える。

入力 2以上の整数 n 、およびキューブの集合 S 。(ただし $n^3 \leq |S|$ とする。)

質問 集合 S に含まれる適当な n^3 個を使って、 $n \times n \times n$ キューブを構成できるか?

キューブ集合 S の中には同じ彩色を持つものが含まれるかもしれないし、またある彩色のキューブは含まれないかもしれないことに注意する。構成する $n \times n \times n$ キューブの彩色は30通りのいずれでもよい。また、ドミノ条件(隣接するキューブの触れ合う面は同じ色でなければならない)は考えない。

既に従来研究において、 n が3以上のとき、答えは常に YES であることが示されている。その証明のシナリオは、もし $2 \times 2 \times 2$ が構成可能ならば $n \times n \times n$ キューブも構成可能であり、そしてもし $|S| \geq 27 = 3^3$ ならば、 $2 \times 2 \times 2$ キューブを構成するような8個のキューブを S が必ず含む、というものである。

$2 \times 2 \times 2$ キューブを構成する8個を必ず含むような S の最小サイズは未解決とされていた。本研究では、この最小サイズが24であることを示した。つまり、どんな彩色の $2 \times 2 \times 2$ キューブも構成できないような、23個のキューブ集合が存在する。さらに、あらゆる彩色の $2 \times 2 \times 2$ キューブが構成可能な S のうち、最小のものサイズは12であることも示した。

30通りの彩色すべての集合を C_{all} 、その任意の部分集合を C とする。ペンシルパズルのインスタンスを作るとき、先に解を決定し、それを唯一解に持つようなインスタンスを作るのが一般的である。同じように、先に解集合 C を定め、 C に属する彩色すべて、かつそれらについてのみ $2 \times 2 \times 2$ キューブを構成可能なキューブ集合を作ること考える。そのような S を C -生成可能と呼ぶことにする。本研究では、すべての C について C -生成可能なキューブ集合が存在するわけではないことを構成的に示した。

(3) パズルで遊べるサイト・アプリの作成とその公開

不等式パズルおよび計算ブロックで遊べるサイト「LatinPuzzler」を作成し、ウェブ上で公開した。当初このサイトは、ウェブ上での被験者実験システムのベースとなる予定であった。しかしながら以下の理由により、そのような実験を行うことは難しいと判断した。

- 周知の難しさ。言うまでも無く、不特定多数の人間にサイトを周知し、訪れてもらい、パズルで遊んでもらうことは容易ではない。
- flash 技術の衰退。研究開始までの経緯により、上記サイトは flash 技術を用いて作成した。しかしながら、iPhone など Apple 社製の携帯用端末から flash で作成されたページを閲覧することは(一般的には)できない。

Apple 社製 iPad 上で不等式パズルを遊ぶことのできるアプリ「ふとうしきパズル」を開発し、AppStore 上で公開した。これはを受けて、Apple 社製のデバイスで動くシステムを作ることが必要であったためである。

なおインスタンスの難易度を定めるために、被験者実験を実施し、その結果を参考にした。被験者は小樽商科大学の学生が中心で、30名超である。

電気通信大学・西野哲朗氏らのグループが主催する「コンピュータ大貧民大会」に出場した。また、当該トランプゲームの「カード交換」という局面におけるアルゴリズムを考案し、そのソースコードをウェブ上で公開した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計7件)

関連分野では査読付き国際会議のプロシーディングス原稿も論文として認められることが一般的であるため、本欄に記載する。

Kazuya Haraguchi. On A Generalization of "Eight Blocks to Madness" puzzle. *Discrete Mathematics*, **339** (4), pp. 1400--1409 (2016). 査読有.
doi: 10.1016/j.disc.2015.12.014

岡和人, 松崎公紀, 原口和也. 対戦型 2048 の網羅的解析とモンテカルロ木探索ブレイヤ. *高知工科大学研究紀要*, **12** (1), pp. 123--130 (2015). 査読無.
<http://kutarr.lib.kochi-tech.ac.jp/dspace/handle/10173/1298>

Kazuya Haraguchi. An Efficient Local Search for Partial Latin Square Extension Problem. *Proceedings of CPAIOR 2015* (LNCS Vol. 9075), pp. 182--198 (2015). 査読有.
doi: 10.1007/978-3-319-18008-3_13

Kazuya Haraguchi. A Constructive Algorithm for Partial Latin Square Extension Problem that Solves Hardest Instances Effectively. *Recent Advances in Computational Optimization* (Studies in Computational Intelligence, Vol. 580), pp. 67--84 (2015). 査読無.
doi: 10.1007/978-3-319-00410-5

Kazuya Haraguchi and Hirotaka Ono. How Simple Algorithms Can Solve Latin Square Completion-Type Puzzles Approximately. *JIP*, **23** (3), pp. 276--283 (2015). 査読有.
doi: 10.2197/ipsjjip.23.276

Kazuya Haraguchi and Hirotaka Ono. Approximability of Latin Square Completion-Type Puzzles. *Proceedings of FUN 2014* (LNCS Vol. 8496), pp. 218--229 (2014). 査読有.
doi: 10.1007/978-3-319-07890-8_19

Kazuya Haraguchi, Masaki Ishigaki and Akira Maruoka. A Maximum Matching Based Heuristic Algorithm for Partial Latin Square Extension Problem. *Proceedings of FedCSIS 2013*, pp. 347--354 (2013). 査読有.
<https://fedcsis.org/proceedings/2013/papers/102.pdf>

[学会発表](計5件)

原口和也. A Collection of Efficient Local Searches for Partial Latin Square Extension Problem and Its Variants. 情報処理学会・第153回アルゴリズム研究会, 2015年6月12日, 定山溪ビューホテル(札幌市).

Kazuya Haraguchi. An Efficient Local Search for Partial Latin Square Extension

Problem. CPAIOR 2015 国際会議, 2015 年 5 月 20 日, バルセロナ (スペイン).

Kazuya Haraguchi and Hirotaka Ono. Approximability of Latin Square Completion-Type Puzzles. FUN 2014 国際会議, 2014 年 7 月 3 日, リーパリ (イタリア).

原口和也. 話題提供と共有のための情報教育日記. 日本オペレーションズ・リサーチ学会・OR 普及のためのモチベーション教育研究部会, 2014 年 1 月 24 日, 室蘭工業大学 (室蘭市).

Kazuya Haraguchi, Masaki Ishigaki and Akira Maruoka. A Maximum Matching Based Heuristic Algorithm for Partial Latin Square Extension Problem. FedCSIS 2013 国際会議, WCO ワークショップ, 2013 年 9 月 8 日, クラクフ (ポーランド).

〔その他〕(計 4 件)

LatinPuzzler: 本研究で取り上げたパズルの一部を遊ぶことができるウェブサイト.
<http://puzzle.haraguchi-s.otaru-uc.ac.jp/latin/>

PLSE Archive: 部分ラテン方陣拡大問題 (PLSE 問題) のベンチマークインスタンスと計算結果を載せたウェブサイト.
<http://puzzle.haraguchi-s.otaru-uc.ac.jp/PLSE/>

ふとうしきパズル: 不等式パズルを, Apple 社製 iPad で遊ぶためのアプリ (AppStore へのリンク).
<https://t.co/y1hoEArATL>

コンピュータ大貧民におけるカード交換プログラム: トランプゲーム「大貧民 (大富豪)」におけるカード交換の問題を, 集合分割問題として定式化し, それを解くアルゴリズムを実装した.
<http://puzzle.haraguchi-s.otaru-uc.ac.jp/wordpress/files/optchange.tgz>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

原口 和也 (HARAGUCHI, Kazuya)
小樽商科大学・商学部・准教授
研究者番号: 80453356

(2) 連携研究者

佐々木 慶文 (SASAKI, Yoshifumi)
石巻専修大学・理工学部・准教授
研究者番号: 80343440