様　式　C−19、F−19、Z−19　（共通）

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

平成 ２７ 年　 ６ 月 １５ 日現在

機関番号：１４３０１
研究種目：研究活動スタート支援
研究期間：2013～2014
課題番号：２５８８９０３４

研究課題名（和文）低レイノルズ数流れにおける乱れの空間的局在構造の解明

研究課題名（英文）Study on the spatially localized disturbance in a low Reynolds number flow

研究代表者
沖野　真也（Okino, Shinya）

京都大学・工学（系）研究科（研究院）・助教

研究者番号：３０７１１８０８

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　2,100,000円

研究成果の概要（和文）：位相空間における層流と乱流の境界上の不変集合はエッジ状態と呼ばれる。本研究では、正方形ダクト流れに対して、流れ方向の計算領域の大きさを変化させ、三種類の異なるエッジ状態を得た。短い計算領域の場合、エッジ状態は計算領域全体に広がった定常進行波解となった。計算領域を中程度に拡張すると、エッジ状態はカオス的な振舞いを示し、時折乱れが局在する様子が観察された。さらに流れ方向計算領域を広げることで、乱れが局在した定常進行波解がエッジ状態として得られた。ここで得られた局在解は層流状態に極めて近い特性を示し、振幅が非常に小さい乱れであっても乱流遷移の引き金になりうるという点で重要性をもっている。

研究成果の概要（英文）：An invariant object on the laminar-turbulent boundary in phase space is call the "edge state". Three edge states are obtained for the pressure-driven flow through a square straight duct, varying the streamwise period of the calculation. For a short duct, the edge state is found to be a travelling wave spanning the whole calculation domain. Expanding the streamwise period moderately, the edge state shows a chaotic behavior where the localization of the disturbances are occasionally observed. For a long duct, the edge trajectory settles down to a travelling wave solution with streamwise localized disturbances whose amplitude is very small. The localized solution with small amplitude is of importance in that it is capable of triggering the transition to turbulence.

研究分野：流体力学

キーワード：乱流遷移　定常進行波解　乱流パフ　矩形ダクト

１．研究開始当初の背景

（１）層流から乱流への遷移を力学系の観点から説明付けようとする研究が近年盛んである．円管流れ，平面クエット流，平面ポアズイユ流，矩形ダクト流れに対する線形安定性解析の結果によると，円管流れ，平面クエット流，アスペクト比の小さな(概ね 3.2 以下の)矩形ダクト流れは任意のレイノルズ数に対して線形安定である．また，平面ポアズイユ流やアスペクト比の大きな矩形ダクト流れは有限の線形臨界レイノルズ数をもつが，その値は乱流への遷移が起こるレイノルズ数に比べ非常に大きい．こうした系においては，レイノルズ数の増加に伴いサドル・ノード分岐を通じて数多くの不安定解が生じることが知られており，位相空間においてこれらの不安定解の間を複雑に巡る状態こそが乱流であると考えられている．

（２）乱流の吸引領域境界上の解軌道と境界上に埋め込まれた不変集合はそれぞれエッジ軌道，エッジ状態と呼ばれる．エッジ軌道は Itano & Toh (2001)によって平面ポアズイユ流れに対して初めて計算され，定常進行波解がエッジ状態となっていることが示された．これに続いて，円管流れや正方形ダクト流れに対するエッジ状態が調べられ，一対の渦がカオス的に振る舞う様子が観察された．これらのエッジ状態の計算においては，流れ方向の計算領域を比較的小さく設定しており，得られた流れ場の構造は計算領域全体に広がったものであった．

（３）最近，Avila et al. (2013)は流れ方向の計算領域を十分に大きくとった円管流れのエッジ状態として，流れ方向に乱れが局在化した周期解を得た．乱流遷移域では「乱流パフ」や「乱流斑点」と呼ばれる乱れの局在化がしばしば観測されるため，これらの局在解は乱流遷移を力学系の立場から記述するにあたり，重要な役割を担うことが期待される．

２．研究の目的

本研究では矩形断面を有するダクトを対象とし，直接数値シミュレーション（DNS）と力学系理論を用いることで，低レイノルズ数における空間的局在構造の特性について調べることを目的とする．

３．研究の方法

（１）研究の対象

矩形断面をもつ直管内の非圧縮粘性流体を考え，直管方向の一定の圧力勾配によって駆動されるポアズイユ流を取り扱う．この運動は連続の式とナビエ・ストークス方程式によって記述され，流れを決定付ける無次元パラメータはレイノルズ数（Re）と矩形ダクトのアスペクト比（A）である．本研究では正方形ダクト（A=1），Re=4000 に限って数値解析を行った．

（２）数値計算法

流れを DNS により解析するにあたり，流れ方向の周期 Lx の周期境界条件を与える．本研究では，流れ方向の計算領域として，Lx=2π, 4π, 8πの三種類を選んだ．

さらに，系の自由度を低減し，計算負荷を下げるために，流れ方向に対する 180°回転対称性を課した．

各変数を流れ方向にはフーリエ級数，ダクト断面においては各方向に境界条件を満たすように組み合わせたチェビシェフ多項式を用いて展開したのち，ガラーキン法によって方程式の離散化を行った．なお，非線形項については選点上での値を離散フーリエ変換，離散コサイン変換することによって計算し，エイリアス誤差は 3/2 ルールによって除去した．

時間発展スキームは，粘性項にはクランク・ニコルソン法を，それ以外の項にはホイン法を適用することで，時間刻み幅の二次精度となっている．

（３）エッジ軌道・エッジ状態の計算法

エッジ軌道は適当な初期値から計算を開始し，流れが乱流化あるいは層流化したかを適当に判定し，層流解との間で二分法を用いることで得られる．エッジ状態は得られたエッジ軌道上のある状態を初期推定として Newton-GMRES 法による反復計算を行うことで，定常進行波解，時間周期解といった状態を得ることができる．

４．研究成果

（１）短い計算領域の場合

エッジ軌道の具体的な計算手順について,計算領域を比較的短く設定した場合（Lx=2π）を取り上げて述べる．図１の赤線は計算を適当な初期値から開始し，流れの三次元成分による運動エネルギーの時間変化を描いたものである．三次元成分による運動エネルギーは10^{-4}程度の大きさで不規則に変動している．エッジ軌道を求めるにあたり，まず比較的エネルギーの小さい状態をエッジ軌道の初期推定として選び，これを時間発展させる．続いて，三次元成分による運動エネルギーに閾値を定め，層流あるいは乱流と判定された時点で計算を停止する．エッジ軌道の初期推定と層流解の間で二分法を適用し,エッジ軌道の初期推定を更新する．図１の緑線に示されるように，以上の手続きを繰り返すことで，長時間にわたって乱流化も層流化もしない中間的な状態である，エッジ軌道が図１の青線のように得られる．

図１に示されるように，エッジ軌道の運動エネルギーはすぐさま一定値に収束した．これを初期推定として，Newton-GMRES 法による反復計算を行ったところエッジ状態として定常進行波解が得られた．この解の

三次元構造を図 2(a)に示す．赤・青で示される縦渦と緑で示される低速ストリークが計算領域全体に広がっていることが見てとれる．また，この解は計算上与えていた流れ方向に対する 180°回転対称性に加え，並進反転対称性を有する．得られた定常進行波解の平均流は 4 つの渦をもち，これは乱流遷移域において出現すると報告されている流れ場と類似の構造である．

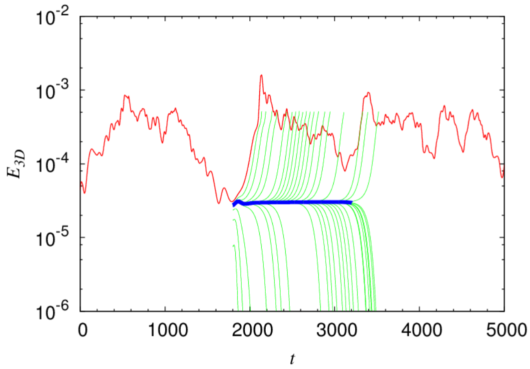

図 1．(赤線)流れの三次元成分による運動エネルギーの時間変化．（緑線）二分法によりエッジ軌道を得るための途中経過．（青線）得られたエッジ軌道．

（2）中程度の計算領域の場合

Lx=4π におけるエッジ軌道はカオス的な振舞いを示したため，定常進行波解のようなナビエ・ストークス方程式の厳密解を得ることはできなかった．流れ場はエネルギーが比較的大きい時には領域全体にわたって渦構造が見られるのに対し（図 2(b)上），エネルギーが小さい時には乱れた領域が局在する傾向にあった（図 2(b)下）．

（3）長い計算領域の場合

Lx=8π におけるエッジ軌道においても，流れの三次元成分による運動エネルギーは緩やかに減少しながら，一定値に漸近した．ここでも Newton-GMRES 法による反復計算を実行することで，エッジ状態として定常進行波解を得た．図 2(c)はその流れ場の三次元構造を示す．得られたエッジ状態は Lx=2π の場合とは対照的に，乱れが限られた領域に局在していることが見て取れる．また，この解はダクト断面において鏡像対称性を有している．

図 3 はダクトの中心軸に沿った流れ方向流速の分布である．この図からも乱れの局在化が明らかに確認できる．中心流速は全域にわたって約 0.99 であり，層流からのずれはわずか 1%である．また，この解のバルクレイノルズ数は 1901 であり，これは層流における値 1908 に極めて近い．振幅の非常に小さい乱れであっても乱流遷移の引き金になりうるという点で，ここで得られた解は重要性をもつ．

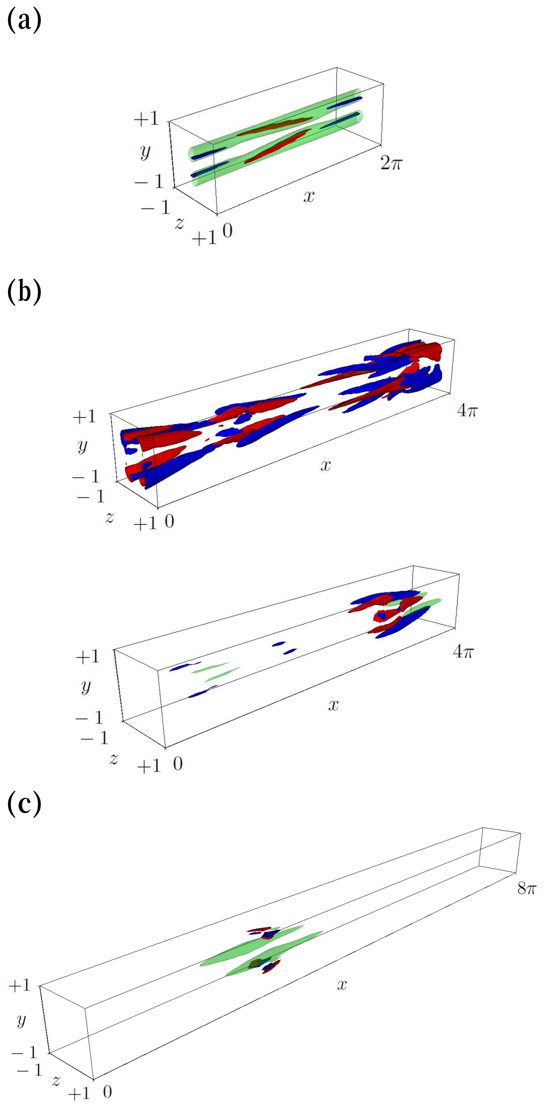

図 2．得られたエッジ状態の三次元構造．赤・青は流れ方向渦度の等値面，緑は流れ方向速度の等値面であり，それぞれ縦渦と低速ストリークを表す．(a)短い計算領域の場合，(b)中程度の計算領域の場合，(c)長い計算領域の場合．

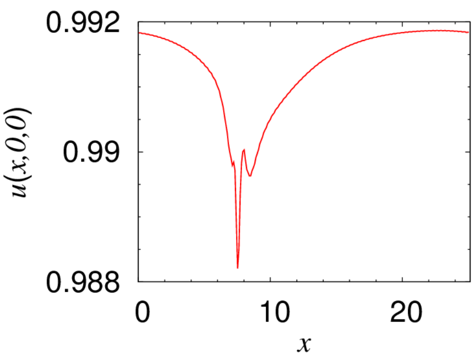

図 3．長い計算領域の場合に得られたエッジ状態におけるダクトの中心軸に沿った流速分布．層流状態の場合，値は 1 となる．

円管流れに関する Avila et al. (2013)の報

告においてもエッジ状態は，流れ方向の計算領域が円管直径の5倍以下の場合に定常進行波，5〜10倍のときにカオス的な振る舞い，直径の 10 倍以上の計算領域において空間局在解となるとされており，本研究で得られた結果と整合する．しかしながら Avila et al. (2013)が得た空間局在解は定常進行波解ではなく周期解であり，この点で本研究にて得られた結果とは異なる．これはエッジ状態が一意的に定まるものではなく，複数個存在しうることを示唆しており，乱流遷移域における動力学の複雑さを意味する．さらなるエッジ状態の探索とその安定性解析，分岐解析は今後の課題である．

＜引用文献＞
① Itano, T. & Toh, S., The dynamics of bursting process in wall turbulence, *J. Phys. Soc. Jpn.* **70**, 2001, 703-706.

② Avila, M., Mellibovsky, F., Roland, N. & Hof, B., Streamwise-localized solutions at the onset of turbulence in pipe flow, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 2013, 224502.

５．主な発表論文等

〔雑誌論文〕（計１件）
①沖野　真也、正方形ダクト内流れにおける edge state、数理解析研究所講究録、査読無、No.1944、2015、24-29

〔学会発表〕（計２件）
①沖野　真也、正方形ダクト内流れにおける edge state、乱流研究のフロンティア RIMS 研究集会、2014年7月24日、京都大学（京都府・京都市）

②沖野　真也、矩形ダクト流れにおける空間局在解、日本機械学会第 92 期流体工学部門講演会、2014年10月25日、富山大学（富山県・富山市）

６．研究組織

(1)研究代表者

沖野　真也（OKINO, Shinya）
京都大学・大学院工学研究科・助教
研究者番号：30711808