

平成 30 年 6 月 6 日現在

機関番号：12601

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2014～2017

課題番号：26280005

研究課題名(和文) 潜在情報事前分布に基づくベイズ統計理論の構築と応用

研究課題名(英文) Bayesian statistical theory based on latent information priors and its applications

研究代表者

駒木 文保 (Komaki, Fumiyasu)

東京大学・大学院情報理工学系研究科・教授

研究者番号：70242039

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 9,000,000円

研究成果の概要(和文)：ベイズ統計学における事前分布の構成法について、数理統計・計算統計学的方法の両面から研究を進めた。数理統計の面からは、ベイズ予測と推定の問題に対する事前分布の構成理論を構築した。予測の漸近理論において、Fisher計量の拡張となる計量が本質的な役割を果たすことを明らかにした。計算統計の面からは、事前分布の近似的構成法を開発した。さらに、古典統計における結果を拡張して量子統計学における対応する理論を構築した。

研究成果の概要(英文)：Construction methods for prior distributions in Bayesian analysis have been investigated from theoretical and computational viewpoints. Several theoretical prior construction methods for Bayesian prediction and parameter estimation have been developed. It has been shown that a new metric, which is a generalization of the Fisher metric, plays an essential role. Computational methods for approximating theoretical prior distributions have been proposed. The corresponding results in quantum statistics have also been obtained.

研究分野：統計科学

キーワード：予測 推定 ベイズ統計 情報量 量子統計

1. 研究開始当初の背景

パラメトリックモデルに基づくベイズ推測の問題を、予測分布の視点から定式化することにより、潜在情報事前分布 (Latent Information Prior) を利用することが提案されていた (Komaki, 2011). 潜在情報事前分布は、データを与えたもとの観測される確率変数と予測したい確率変数の条件付相互情報量に基づいて構成され、情報幾何の視点 (Komaki 2006, 2013) から自然な意味を持ち、多くの場合に良い性能を発揮する。また、reference prior の理論の一般化ともなっている。

潜在情報事前分布に基づく方法は、観測される確率変数と予測したい確率変数が、異なる分布をもつ場合や独立ではない場合にも適用が可能である。このため、統計的推測の問題を予測問題として定式化しなおすことにより、さまざまな問題に適用が可能である。これらのことから、様々な統計的推測問題においても有効な統計手法をあたえることが期待された。

2. 研究の目的

ベイズ統計学の問題における事前分布の構成について、潜在情報事前分布 (Latent Information Prior) に基づく統一的な扱いを可能にすることを目的とする。情報理論における最近の研究成果とのアナロジーに着目して、潜在情報事前分布の理論を進展させることにより、従来のベイズ統計で扱うことが困難であった様々な問題について適切に扱うことを可能にする。また、潜在情報事前分布を数値的に求めて現実のデータ解析に応用するため、漸近理論による方法と、最適化と数値積分に基づく方法を開発する。さらに、潜在情報事前分布の理論を量子統計学の枠組みに拡張する。

3. 研究の方法

潜在情報事前分布の理論と応用について、数理統計・計算統計学的方法の両面から研究を進める。数理統計の面からは、ベイズ統計とネットワーク情報理論・多端子情報理論との関連に着目して、予測・推測の問題に対する事前分布の構成理論を構築する。また、漸近理論に基づく潜在情報事前分布の近似法を開発する。さらに、古典統計における結果を踏まえて、量子統計学における対応する理論の展開を進める。計算統計の面から潜在情報事前分布の数値的構成法を開発する。開発した手法を、さまざまな問題へ応用する研究を進める。

4. 研究成果

ベイズ統計学における事前分布の構成について、潜在情報事前分布 (Latent Information Prior) に基づく統一的な扱いについての研究した。予測問題における事前分布の構成法について、数理統計・計算統計の

両面から研究を進めた。

数理統計の側面からは、多項分布に対する潜在情報事前分布の漸近理論に基づく近似法 (Komaki 2012) を拡張することにより、より広いクラスのモデルのベイズ予測に関して漸近理論に基づく研究を進めた。従来の漸近理論では説明ができなかった有限サンプルの推定において現れる現象について2つのオーダーを組み合わせて扱うことにより漸近理論に基づいた取り扱いが可能であることを明らかにした。また、予測分布の漸近理論の幾何学において従来知られていた Fisher-Rao 計量の拡張となる目的に依存した計量が重要な役割を果たすことを明らかにするとともに、この性質を利用して統計モデルと予測目的から決まる情報幾何学的な性質を利用してベイズ予測手法の開発を行った。さらにベイズ情報事前分布と異なる考え方により導かれる正規化最尤分布と潜在情報事前分布に基づくベイズ予測分布との関係を明らかにした。さらに、観測される量と予測する量が共通するパラメータをもつ事なるモデルにしたがう場合に適用できる情報量規準をベイズ予測分布の性能を評価することにより導出した。この手法は回帰モデルなどの実用的な多くのモデルを用いたデータ解析に応用可能である。また、インド統計研究所 Biswas 教授との共同研究により、臨床試験におけるベイズ予測を用いた適応的計画に関する結果を得た。観測される量と予測する量が共通するパラメータをもつ事なるモデルにしたがう場合の予測分布に関する情報幾何学的な理論を考察し、それに基づき、ある種のポアソン回帰モデルにおいて有用なベイズ予測手法の開発した。さらに提案したポアソン回帰モデルの予測分布が従来の手法より有限サンプルにおいても優れていることの証明を与えた。また、ポアソン回帰モデルのベイズ予測分布が多変量正規分布のモーメントを用いて記述できることを示した。これらの結果に加え、潜在情報分布に基づくベイズ予測の理論を量子統計の枠組みのもとでの理論に拡張した。

計算統計の側面からは、最適化法と高次元数値積分法の利用による近似的に最適な事前分布の構成法と数値的な応用手法の開発を行った。例えば、正規分布モデルにおいて平均がある領域に属していることだけが既知であるような状況は応用においてよく現れる。しかし、最尤推定量を代入して得られるプラグイン予測分布は許容的ではなく、さらにそれを改良する予測分布の構成法は、モデルが正則な場合とは異なりほとんど研究されていなかった。このようなクラスの統計モデルにおいて、与えられた予測分布を改良するベイズ予測分布を構成する事前分布を数値的に求めるアルゴリズムを開発し、正規分布に基づく比較的簡単な統計モデルに適用できるプログラムを作成した。ベイズ射影に基づいて与えられた予測分布を改良する

事前分布を構成するアルゴリズムと潜在情報事前分布を構成するアルゴリズムを改良しその実装を行った。この手法を用いて、パラメータ空間に制約のあるモデルや高次元モデルを用いた性能の良いベイズ予測分布を数値的に構成する方法を開発し、従来の手法よりも性能の良い予測分布の構成が可能になった。計算統計の側面からは、ある種のポアソン回帰モデルにおけるベイズ予測分布を数値的に計算するための MCMC 法に基づくアルゴリズムを開発した。ベイズ予測分布は多変量正規分布の高次モーメントを用いて表現できる。多変量正規分布の高次モーメントに関しては公式が知られており、原理的にはそれを用いれば評価できるのではあるが、実用的な時間では計算できない。そのため、実用的な数値的手法が必要になる。ベイズ法では、MCMC 法を用いるのが広く行われているが、単純にメトロポリスヘイスティング法を用いるのでは必要な精度が得られないため、レプリカ交換モンテカルロ法を用いた数値的な評価手法を開発し、予測分布の評価に必要な高次モーメントの計算を可能にした。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 2 2 件)

- ①Y Takasu, K Yano, F Komaki, Scoring rules for statistical models on spheres, *Statistics and Probability Letters*, 査読有, vol.138, 2018, pp.111-115
DOI:10.1016/j.spl.2018.02.054
- ②F Komaki, A Biswas, Bayesian optimal response-adaptive design for binary responses using stopping rule, *Statistical Methods in Medical Research*, 査読有, vol.27, 2018, pp.891-904
DOI:10.1177/0962280216647210
- ③T Koyama, T Matsuda, and F Komaki, Minimax estimation of quantum states based on the latent information priors, *Entropy*, vol.19, 2017
doi:10.3390/e19110618.
- ④T Matsuda, F Komaki, Multivariate time series decomposition into oscillation components, *Neural Computation*, 査読有, vol.29, 2017, pp.2055-2075
DOI:10.1162/NECO_a_00981
- ⑤T Matsuda, F Komaki, Time series decomposition into oscillation components and phase estimation, *Neural Computation*, 査読有, vol.29, 2017, pp.332-367
DOI: 10.1162/NECO_a_00916
- ⑥K Yano, F Komaki, Information criteria for prediction when distributions of data and target variables are different, *Statistica Sinica*, 査読有, vol.27, 2017, pp.1205-1223
DOI: 10.5705/ss.202015.0380
- ⑦BF Lourenco, M Muramatsu, T Tsuchiya, Weak infeasibility in second order cone programming, *Optimization letters*, 査読有, vol.10, 2016, pp.1743-1755,
DOI: 10.1007/s11590-015-0982-4
- ⑧荒木伸夫、保木邦仁、村松正和, 畳み込みニューラルネットワークを用いた囲碁における一局の棋譜からの棋力推定、*情報処理学会論文誌*、査読有、vol.57, No.11, 2016, pp.2365-2373
<http://id.nii.ac.jp/1001/00175920/>
- ⑨Y Sukenari, K Hoki, S Takahashi, M Muramatsu, Pure Nash Equilibria of Competitive Diffusion Process on Toroidal Grid Graphs, *Discrete Applied Mathematics* 査読有, vol.215, 2016, pp.31-40
DOI: 10.1016/j.dam.2016.07.021
- ⑩BF Lourenco, M Muramatsu, T Tsuchiya, A Structural Geometrical Analysis of Weakly Infeasible SDPs, *Journal of Operations Research Society of Japan*, 査読有, vol.59, 2016, pp.241-257
DOI:10.15807/jorsj.59.241
- ⑪M Kojima, F Komaki, Determinational point process priors for Bayesian variable selection in linear regression, *Statistica Sinica*, 査読有, vol.26, 2016, pp.97-117
DOI: 10.5705/ss.202014.0161
- ⑫M Kojima, F Komaki, Relations between the conditional normalized maximum likelihood distributions and the latent information priors, *IEEE Transactions on Information Theory*, 査読有, Vol. 62, 2016, pp.539-553
DOI: 10.1109/TIT.2015.2496581
- ⑬Y Oohama, Gaussian CEO Problem in the Case of Scalar Source and Vector Observations, *IEICE TRANSACTIONS on Fundamentals of Electronics, Communications, and Computer Sciences*, 査読有, vol.98, 2015, pp.2367-2375
DOI: 10.1587/transfun.E98.A.2367

- ⑭ Y Oohama, On two strong converse theorems for discrete memoryless channels, *IEICE TRANSACTIONS on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, 査読有, vol. 98, 2015, pp. 2471-2475
DOI: 10.1587/transfun.E98.A.2471
- ⑮ S Watanabe, Y Oohama, The Optimal Use of Rate-Limited Randomness in Broadcast Channels With Confidential Messages, *IEEE Transactions on Information Theory*, 査読有, vol. 61, 2015, pp. 983-995,
DOI: 10.1109/TIT.2014.2382096
- ⑯ F Komaki, Simultaneous prediction for independent Poisson processes with different durations, *Journal of Multivariate Analysis*, 査読有, vol. 141, 2015, pp. 35-48,
DOI:10.1016/j.jmva.2015.06.008
- ⑰ Y Hirose, F Komaki, An estimation procedure for contingency table models based on the nested geometry, *Journal of the Japan Statistical Society*, 査読有, vol. 45, 2015, pp. 57-75
DOI:10.14490/jjss45.57
- ⑱ T Matsuda, F Komaki, Singular value shrinkage priors for Bayesian prediction, *Biometrika*, 査読有, vol. 102, 2015, pp. 843-854
DOI: 10.1093/biomet/asv036
- ⑲ F Komaki, Asymptotic Properties of Bayesian Predictive Densities When the Distributions of Data and Target Variables are Different, *Bayesian Analysis*, 査読有, vol. 10, 2015, pp. 31-51,
DOI: 10.1214/14-BA886
- ⑳ K Yano, F Komaki, Asymptotically Constant-Risk Predictive Densities When the Distributions of Data and Target Variables Are Different, *Entropy*, 査読有, vol. 16, 2014, pp. 3026-3048
DOI: 10.3390/e16063026
- ㉑ Y Oohama, Indirect and direct Gaussian distributed source coding problems, *IEEE Transactions on Information Theory*, 査読有, vol. 60, 2014, pp. 7506-7539
DOI: 10.1109/TIT.2014.2361332
- ㉒ S Watanabe, Y Oohama, Cognitive interference channels with confidential messages under randomness constraint, *IEEE Transactions on Information Theory*, 査読有, vol. 60, 2014, pp. 7698-7707,
DOI: 10.1109/TIT.2014.2360683
- [学会発表] (計30件)
- ① F Komaki, A predictive approach to statistical problems with multiplicity, *CMStatistics 2017*, 2017
- ② F Komaki, Shrinkage Priors for Poisson-Based Models and their Applications, *JSM2017*, 2017
- ③ R Shibue, F Komaki, Neural decoding based on an infinite mixture model, *EcoSta 2017*, 2017
- ④ F Komaki, Information Geometry of predictive densities and its application to Poisson regression, *LICAS 2017*, 2017
- ⑤ F Komaki, Shrinkage Priors for a Class of Poisson Regression Models, *CMStatistics 2016*, 2016
- ⑥ Y Oohama, Performance analysis of the interval algorithm for random number generation in the case of Markov coin tossings, *NOLTA 2016*, 2016
- ⑦ Y Oohama, Exponent function for asymmetric broadcast channels at rates outside the capacity region, *ISITA 2016*, 2016
- ⑧ Y Oohama, Exponent function for Wyner-Ziv source coding problem at rates below the rate distortion function, *ITW 2016*, 2016
- ⑨ M Hozumi, Empirical study on generating mixture quasirandom points with geometric consideration, 12th International Conference on Monte Carlo and Quasi-Monte Carlo Methods in Scientific Computing, 2016
- ⑩ M Muramatsu, Weak Infeasibility, Facial Reduction, and Geometry in Conic Programming, International Conference on Continuous Optimization 2016, 2016
- ⑪ M Muramatsu, Weak infeasibility, facial reduction, and duality in conic programming, *ICOTA 10*, 2016
- ⑫ Y Jitsumatsu, Y Oohama, Computing the

- optimal exponent of correct decoding for discrete memoryless sources, ISIT 2016, 2016
- ⑬F Komaki, Bayes Projection and its Applications to High-dimensional Problems, The 4th Institute of Statistical Mathematical Statistics Asia Pacific Rim Meeting, 2016
- ⑭F Tanaka, How to construct the optimal Bayesian measurement in quantum statistical decision theory, American Physical Society March meeting, 2016
- ⑮F Komaki, Iterative algorithms for constructing priors, CMStatistics 2015, 2015
- ⑯F Komaki, Bayesian prediction and the predictive metric, AMISTAT 2015 2015
- ⑰H Morohosi, T Furta, Two Approaches to Cooperative Covering Location Problem and its Application to Ambulance Deployment, International Conference on Operations Research, 2015
- ⑱B F Lourenco, M Muramatsu, T Tsuchiya, A Relative Interior Seeking Procedure for Second Order Cone Programming and Feasibility Issues, 22nd International Symposium on Mathematical Programming, 2015
- ⑲Y Jitsumatsu, Y Oohama, A new iterative algorithm for computing the optimal exponent of correct decoding for discrete memoryless channels, ISIT 2015, 2015
- ⑳Y Oohama, Exponent function for one helper source coding problem at rates outside the rate region, ISIT 2015, 2015
- ㉑H Morohosi, T Furta, A Statistical Model Analysis of Urban Ambulance System and its Application to Location Problems, XXII EURO Working Group on Locational Analysis Meeting, 2015
- ㉒F Tanaka, Quantum Minimax Theorem, The 18th Conference on Quantum Information Processing, 2015
- ㉓M Muramatsu, Weak Status of Conic Programming, Masakazu Muramatsu, First Pacific Optimization Conference, 2014
- ㉔N Araki, M Muramatsu, K Hoki, S Takahashi, Monte-Carlo Simulation Adjusting, AAAI2014, 2014
- ㉕N B Parwanto, H Morohosi, T Oyama, Applying multicommodity transshipment network flow optimization technique under uncertainty to measure the robustness of the transportation network for emergent situation, IFORS 2014, 2014
- ㉖Y Oohama, One Helper Source Coding Problem for a Class of Correlated Sources with Memory, The 2014 IEEE International Symposium on Information Theory, 2014
- ㉗F Komaki, Prior Construction Based on the Predictive Metric, 42nd Annual Meeting of the Statistical Society of Canada, 2014
- ㉘B F Lourenco, M Muramatsu, T Tsuchiya, A Geometrical Analysis of Weak Infeasibility in Semidefinite Programming and Related Issues, SIAM Conference on Optimization, 2014
- ㉙H Morohosi, A computational study of filter-based optimization algorithm by randomized quasi-Monte Carlo method, 11th International Conference on Monte Carlo and Quasi-Monte Carlo Methods in Scientific Computing, 2014

6. 研究組織

(1) 研究代表者

駒木 文保 (KOMAKI, Fumiyasu)
 東京大学・大学院情報理工学系研究科・教授

研究者番号：70242039

(2) 研究分担者

諸星 穂積 (MOROHOSHI, Hozumi)
 政策研究大学院大学・政策研究科・教授
 研究者番号：10272387

大濱 靖匡 (OOHAMA, Yasutada)
 電気通信大学・大学院情報理工学研究科・教授

研究者番号：20243892

村松 正和 (MURAMATSU, Masakazu)
 電気通信大学・大学院情報理工学研究科・教授

研究者番号：70266071

田中 冬彦 (TANAKA, Fuyuhiko)

大阪大学・基礎工学研究科・準教授
研究者番号：90456161

(3) 連携研究者
無 ()

研究者番号：
(4) 研究協力者
無 ()