

令和元年6月8日現在

機関番号：32689

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2014～2018

課題番号：26287014

研究課題名(和文)大規模相互作用系の確率解析とその発展

研究課題名(英文)Stochastic analysis on large scale interacting systems and its development

研究代表者

舟木 直久 (FUNAKI, Tadahisa)

早稲田大学・理工学術院・特任教授

研究者番号：60112174

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 12,100,000円

研究成果の概要(和文)：多成分がカップルした KPZ(Kardar-Parisi-Zhang)方程式について、擬被制御解析に基づき定常測度の解析を行い、大域的適切性を示した。さらに、この特異な確率偏微分方程式が複数の保存量を持つ粒子系からスケール極限の下で導かれることを示した。また、確率的揺動項を持つ質量保存Allen-Cahn方程式の鋭敏界面極限、粒子系からの平均曲率運動の導出、方向依存性を持つノイズが加わった平均曲率運動、確率的保存則すなわち1階の非線形確率偏微分方程式、数理遺伝学で用いられる適応力学の数学的正当化、ランダム行列に関連する確率力学、ランダム媒質中のMarkov連鎖の研究等を行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

KPZ方程式は無限大の繰込みを必要とする特異な確率偏微分方程式であるが、その数学的研究は Martin Hairer 氏のFields賞受賞を契機として一層の注目を集めている。多成分を持ちそれらが互いにカップルしたKPZ方程式系は物理的に自然に現れるが、本研究ではそのような多成分方程式系について系統的な解析を行い、さらにその大規模相互作用系からの導出に成功した。これは意義深いことと考えている。

研究成果の概要(英文)：We studied the stationary measure of the multi-component coupled KPZ (Kardar-Parisi-Zhang) equation and showed its global well-posedness by applying the paracontrolled calculus. Moreover, we derived such singular stochastic partial differential equation from a particle system with several conservation laws. We also studied the sharp interface limit for mass conserving Allen-Cahn equation with stochastic fluctuation term, the derivation of motion by mean curvature from particle systems, the motion by mean curvature perturbed by a direction-dependent noise, the conservation law with a multiplicative noise term that is a first order stochastic partial differential equation, to establish an affirmative mathematical base to the adaptive dynamics employed in the mathematical genetics, stochastic dynamics related to the random matrices, Markov chains in random environments, and others.

研究分野：確率論

キーワード：確率論 解析学 統計力学 数理物理 関数方程式 応用数学

1. 研究開始当初の背景

(1) 本研究は、過去に科学研究費(基盤研究(A)、(B)、萌芽研究)により行った研究、すなわち確率偏微分方程式、1成分KPZ方程式、界面模型、大規模相互作用系のスケール極限、流体力学極限、動的ランダム行列理論等に関する研究を引継ぎ発展させることを目標として開始した。

(2) 研究開始直後の2014年にMartin Hairer氏がFields賞を受賞した。同氏の研究は、確率解析に基礎をおき、大規模相互作用系とも深い関連を持つものである。これを契機として、KPZ方程式等の無限大の繰込みを必要とする特異な確率偏微分方程式の研究が、一層大きな注目を集めることとなった。

2. 研究の目的

(1) 本研究課題で扱う大規模相互作用系とは、一般に非線形偏微分方程式で記述される種々の現象を微視的レベルから説明し理解するために導入される数理モデルの総称である。本研究の主目的は、このような大規模相互作用系に対して、主に確率解析および偏微分方程式論の手法を駆使して研究を発展させることにある。

(2) 具体的な研究対象は、相分離の問題に起因する界面模型、確率Allen-Cahn方程式(確率項を持つ双安定反応拡散方程式)特にその鋭敏界面極限と確率的平均曲率運動、Stefan問題、多成分KPZ方程式を始めとする特異性を持つ確率偏微分方程式、これらの方程式と大規模相互作用系との関わりの解明、ランダム行列に付随する相互作用系、生物系のモデル等である。

3. 研究の方法

(1) 研究代表者、研究分担者、研究協力者および関連する研究者が一堂に会し研究交流を行う場として、国際研究集会「大規模相互作用系の確率解析」を各年度に一度ずつ開催した。具体的には、平成26年度は東京大学(11月5日-7日、外国人講演者1名)、平成27年度は京都大学(10月26日-29日、外国人講演者10名、日本数学会の伊藤清生誕百年事業とリンク)、平成28年度は東京大学(11月2日-4日、外国人講演者2名)、平成29年度は東京大学(11月6日-9日、外国人講演者10名、上記のHairer氏を含む)、平成30年度は京都大学(11月5日-8日、外国人講演者7名)で開催した。また、平成26年度には特異な確率偏微分方程式を主テーマとする「確率論サマースクール」(外国人講演者1名)を信州大学で開催した。

(2) 研究代表者、研究分担者らは、研究連絡、共同研究や研究成果発表等のため、国内出張および海外からの招聘に応える形で多数の海外出張を行った。

4. 研究成果

(1) 多成分KPZ方程式に対して、擬被制御解析を適用し、非線形項のカップリング定数が3重線形性とよばれる対称性の条件を満たせば、拡散係数による修正を加えた多次元Wiener測度が定常測度であり、この測度についてほとんどすべての初期値に対しKPZ方程式は大域的適切性を持つことを示した。これと強Feller性を組み合わせれば、大域的適切性はすべての初期値について示される。

(2) 質量保存Allen-Cahn方程式にノイズを加えて得られる確率偏微分方程式について、鋭敏界面極限を論じ、極限で確率的摂動を持つ質量保存平均曲率運動が導かれることを示した。証明には漸近展開の手法を用いる。確率項がない場合と違い、ノイズの影響により漸近展開の主要項以外は発散項となる。漸近展開の誤差評価は、係数がノイズの高階微分やそれらの冪に依存するような拡散作用素に対するSchauder評価を示すことにより得られる。

(3) 方向に依存するノイズを加えた平均曲率運動について調べた。近似解の一樣モーメント評価を導くことにより、曲率に対する確率偏微分方程式についてWong-Zakai型の収束定理を示した。また、1階の非線形偏微分方程式である保存則にQ-Brown運動とよばれる乗法的外力項を加えて得られる確率偏微分方程式について、有限体積法の観点から調べた。さらに、数理遺伝学において用いられる適応力学(Adaptive dynamics)に数学的基礎づけを与えるために、Markov連鎖モデルを導入し、個体数が増加するとき、適切なスケール極限の下で系は遺伝子複製・突然変異方程式の解に収束することを示した。

(4) Glauber-川崎力学とよばれる粒子の生成消滅のあるランダムウォーク粒子集団において、粒子密度が濃い領域と薄い領域への相分離が起き、相分離界面は平均曲率運動することを示した。また、2種の異なるタイプの粒子を持つ相互作用粒子系において、異なる種の粒子が出会ったときに両者がともに高い確率で消滅しあう状況の下で、異種粒子の分離が起き、その分離界面は2相Stefan自由境界問題に従うことを示した。さらに、複数個の保存量を持つ零レンジ過程から多成分KPZ方程式を導出することに成功した。

(5) 研究分担者の長田は、ランダム行列の固有値分布に関連して現れる遠距離強相互作用を持つ干渉 Brown 運動の系について、対応する Dirichlet 形式の芯集合の決定および Dirichlet 形式の一意性の証明、サイン核・Airy 核・Bessel 核などを持つ場合に時空間相関関数の手法によって構成された時間発展と、確率微分方程式によって構成されたものが一致することの証明、有限粒子系近似に関する一般的な定理を示すことによる、ガウシアン・ユニタリアンサンプルの場合の、極限の確率微分方程式のある種の力学的普遍性の証明、一般に確率点場を平衡状態に持つ時間発展の構成にその対数微分は欠かせないが、ランダム行列理論に関連して生ずる広いクラスの 1 次元の行列式過程について対数微分を計算すること等を行った。

(6) 研究分担者の熊谷は、2 次元一様 spanning tree 上のランダムウォークの収束の考察およびランダムコンダクタンスモデルにおいて対応する Markov 連鎖の熱核の精密な評価を行った。また、時間に依存する離散的なランダム媒質においては、媒質の小さな摂動で離散時間 Markov 連鎖の長時間挙動が大きく変わり得ることを示した。これにより、時間に依存しないランダム媒質との顕著な違いが明確になった。

5 . 主な発表論文等

[雑誌論文](計 33 件)

すべて査読あり

T. Funaki and S. Yokoyama, Sharp interface limit for stochastically perturbed mass conserving Allen-Cahn equation, *Ann. Probab.*, 47 (2019), 560-612. DOI: 10.1214/18-AOP1268

T. Funaki, Invariant measures in coupled KPZ equations, in press in Proceedings for the Institut Henri Poincaré trimester "Stochastic Dynamics Out of Equilibrium" (2017), Springer, 2019. DOI: 10.1007/978-3-030-15096-9_20

Y. Kawamoto and H. Osada, Dynamical bulk scaling limit of Gaussian unitary ensembles and stochastic differential equation gaps, *J. Theoret. Probab.*, 32 (2019), 907-933. DOI: 10.1007/s10959-018-0816-2

A.I. Bufetov, A.V. Dymov and H. Osada, The logarithmic derivative for point processes with equivalent Palm measures, *J. Math. Soc. Japan*, 71 (2019), 451-469. DOI: 10.2969/jmsj/78397839

長田博文, 無限粒子系の確率解析学: --古典的確率解析の新展開とランダム行列の力学的普遍性--, *数学*, 71 (2019), 113-137.

舟木直久, 長田博文氏の業績--長距離相互作用を持つ無限粒子系の確率解析--, *数学*, 71 (2019), 202-209.

T. Funaki, Y. Gao and D. Hilhorst, Convergence of a finite volume scheme for a stochastic conservation law involving a Q-Brownian motion, *Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. B*, 23 (2018), 1459-1502. DOI: 10.3934/dcdsb.2018159

T. Funaki, Hydrodynamic limit for exclusion processes, *Commun. Math. Statist.*, 6 (2018), 417-480. DOI: 10.1007/s40304-018-0161-x

C. Denis, T. Funaki and S. Yokoyama, Curvature motion perturbed by a direction-dependent colored noise, *Stochastic Partial Differential Equations and Related Fields*, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, vol 229, Springer 2018, 177-200. DOI: 10.1007/978-3-319-74929-7_9

H. Osada, Infinite-dimensional stochastic differential equations with symmetry, *Stochastic Partial Differential Equations and Related Fields*, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, vol 229, Springer 2018, 549-559. DOI: 10.1007/978-3-319-74929-7_38

Y. Kawamoto and H. Osada, Finite particle approximations of interacting Brownian particles with logarithmic potentials, *J. Math. Soc. Japan*, 70 (2018), 921-952. DOI: 10.2969/jmsj/75717571

S. Osada and H. Osada, Discrete approximations of determinantal point processes on continuous spaces: tree representations and tail triviality, *J. Statist. Phys.*, 170 (2018) 421-435. DOI: 10.1007/s10955-017-1928-2

T. Funaki and M. Hoshino, A coupled KPZ equation, its two types of approximations and existence of global solutions, *J. Funct. Anal.*, 273 (2017), 1165-1204. DOI: 10.1016/j.jfa.2017.05.002

J.Y. Wakano, T. Funaki and S. Yokoyama, Derivation of replicator-mutator equations from a model in population genetics, *Japan J. Ind. Appl. Math.*, 34 (2017), 473-488. DOI: 10.1007/s13160-017-0249-9

長田博文, 無限粒子系の確率幾何と力学: --ランダム行列と無限次元干渉ブラウン運動-- *数学*, 69 (2017), 225-254.

M.T. Barlow, D.A. Croydon and T. Kumagai, Subsequential scaling limits of simple random walk on the two-dimensional uniform spanning tree, *Ann. Probab.*, 45 (2017), 4-55. DOI:

10.1214/15-AOP1030

P. Kim, T. Kumagai and J. Wang, Laws of the iterated logarithm for symmetric jump processes, *Bernoulli*, 23 (2017), 2330-2379. DOI: 10.3150/16-BEJ812

H. Osada and H. Tanemura, Strong Markov property of determinantal processes with extended kernels, *Stoch. Proc. Appl.*, 126 (2016), 186-208. DOI: 10.1016/j.spa.2015.08.003

H. Osada and T. Shirai, Absolute continuity and singularity of Palm measures of the Ginibre point process, *Probab. Theory Rel. Fields*, 165 (2016), 725-770. DOI: 10.1007/s00440-015-0644-6

R. Huang and T. Kumagai, Stability and instability of Gaussian heat kernel estimates for random walks among time-dependent conductances, *Electron. Commun. Probab.*, 21 (2016), 1-11. DOI: 10.1214/15-ECP4347

⑲ H. Osada, Self-diffusion constants of non-colliding interacting Brownian motions in one spatial dimension, *京都大学数理解析研究所講究録別冊*, 59 (2016), 253-272.

⑳ H. Osada and H. Tanemura, Stochastic differential equations related to random matrix theory, *京都大学数理解析研究所講究録別冊*, 59 (2016), 203-214.

㉑ E. Bolthausen, T. Chiyonobu and T. Funaki, Scaling limits for weakly pinned Gaussian random fields under the presence of two possible candidates, *J. Math. Soc. Japan*, 67 (2015), 1359-1412. DOI: 10.2969/jmsj/

㉒ T. Funaki, Infinitesimal invariance for the coupled KPZ equations, *Memoriam Marc Yor -- Seminaire de Probabilites XLVII, Lect. Notes Math.*, 2137, Springer, 2015, 37-47. DOI: 10.1007/978-3-319-18585-9_3

㉓ T. Funaki and J. Quastel, KPZ equation, its renormalization and invariant measures, *Stoch. PDE, Anal. Comput.*, 3 (2015), 159-220. DOI: 10.1007/s40072-015-0046-x

㉔ T. Funaki, M. Ohnawa, Y. Suzuki and S. Yokoyama, Existence and uniqueness of solutions to stochastic Rayleigh-Plesset equations, *J. Math. Anal. Appl.*, 425 (2015), 20-32. DOI: 10.1016/j.jmaa.2014.12.018

㉕ R. Honda and H. Osada, Infinite-dimensional stochastic differential equations related to Bessel random point fields, *Stoch. Proc. Appl.*, 125 (2015), 3801-3822. DOI: 10.1016/j.spa.2015.05.005

㉖ K. Bogdan, T. Kumagai and M. Kwanicki, Boundary Harnack inequality for Markov processes with jumps, *Trans. Amer. Math. Soc.* 367 (2015), 477-517. DOI: 10.1090/S0002-9947-2014-06127-8

㉗ T. Kumagai, Anomalous random walks and diffusions: from fractals to random media, *Proceedings of the International Congress of Mathematicians -- Seoul 2014, Vol. IV*, 75-94, Kyung Moon Sa, Seoul, 2014. ISBN: 978-89-6105-807-0

㉘ Z.-Q. Chen, D.A. Croydon and T. Kumagai, Quenched invariance principles for random walks and elliptic diffusions in random media with boundary, *Ann. Probab.*, 43 (2015), 1594-1642. DOI: 10.1214/14-AOP914

㉙ O. Boukhadra, T. Kumagai and P. Mathieu, Harnack inequalities and local central limit theorem for the polynomial lower tail random conductance model, *J. Math. Soc. Japan*, 67 (2015), 1413-1448. DOI: 10.2969/jmsj/06741413

㉚ T. Funaki, Equivalence of ensembles under inhomogeneous conditioning and its applications to random Young diagrams, *J. Statist. Phys.* 154 (2014), 588-609. DOI: 10.1007/s10955-013-0841-6

㉛ H. Osada and H. Tanemura, Cores of Dirichlet forms related to random matrix theory, *Proc. Japan Acad., Ser. A* 90 (2014), 145-150. DOI: 10.3792/pjaa.90.145

[学会発表](計 101 件 (うち 51 件記載))

舟木直久, Derivation of coupled KPZ-Burgers equation from multi-species zero-range processes, *New Directions in Stochastic Analysis: Rough Paths, SPDEs and Related Topics*, ドイツ, 2019.

長田博文, A scheme solving infinite-dimensional stochastic differential equations, *Workshop on Random matrices, stochastic geometry and related topics*, シンガポール, 2019.

舟木直久, Stochastic PDE approach to random interfaces, *Spring School on Random Interfaces Pisa-Augsburg School*, ドイツ, 2019.

舟木直久, Hydrodynamic limits for stochastic systems, *Gran Sasso Science Institute 講義*, イタリア, 2019.

長田博文, 無限粒子系の確率解析学 - 古典的確率解析の新展開とランダム行列の力学的普遍性 -, *日本数学会賞秋季賞受賞講演*, 2018.

舟木直久, Coupled KPZ equation, *Probability Workshop*, 韓国, 2018.

舟木直久, Hydrodynamic limit for exclusion processes, *KAIST Summer School in Probability*, 韓国, 2018.

- 舟木直久, Motion by mean curvature from Glauber-Kawasaki dynamics, The 12th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, 台湾, 2018.
- 長田博文, Diffusion in Coulomb environment and a phase transition, The 12th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, 台湾, 2018.
- 舟木直久, Motion by mean curvature from Glauber-Kawasaki dynamics, Workshop on Interplay of Random Media and Stochastic Interface Models, ドイツ, 2018.
- 舟木直久, Derivation of coupled KPZ equation from multi-color zero-range processes, 中国, 2018.
- 舟木直久, Large deviation for lozenge tiling dynamics, Gran Sasso Science Institute セミナー, イタリア, 2018.
- 舟木直久, Hydrodynamic limit for exclusion processes, Gran Sasso Science Institute 講義, イタリア, 2018.
- 舟木直久, Hydrodynamic limit and fluctuation limit for exclusion processes, 北京交通大学講義, 2018.
- 舟木直久, A stochastically perturbed volume preserving mean curvature motion, Workshop on ReaDiNet 2017: International Conference on Mathematical Biology, 台湾, 2017.
- 舟木直久, Single and coupled KPZ equations, 北京大学海外名家講義, 2017.
- 長田博文, The uniqueness of Dirichlet forms related to infinite systems of interacting Brownian motions, Japanese-German Open Conference on Stochastic Analysis, ドイツ, 2017.
- 舟木直久, KPZ equation, SPDEs basic notion and facts, coupled KPZ equation, 河南大学講義, 2017.
- 舟木直久, Stochastic motion by mean curvature, Sharp interface limit for stochastic Allen-Cahn equation, East Lake Lectures, 中国, 2017.
- 長田博文, Diffusion associated with the zeros of the planner Gaussian analytic function, Stochastic Processes and their Applications, ロシア, 2017.
- ⑳ 舟木直久, Invariant measures in coupled KPZ equations, Stochastic dynamics out of equilibrium, フランス, 2017.
- ㉑ 長田博文, Interacting Brownian motions in infinite dimensions with logarithmic potentials and Airy point process, Qualitative Methods in KPZ Universality, フランス, 2017.
- ㉒ 舟木直久, KPZ, nonlinear fluctuations in 2D stochastic dynamics, Probability seminar, ドイツ, 2017.
- ㉓ 舟木直久, KPZ, nonlinear fluctuations in Glauber-Kawasaki dynamics, Stochastic Analysis Day, イタリア, 2017.
- ㉔ 長田博文, Dynamical universality for random matrices, Random Matrices and Determinantal Process, フランス, 2017.
- ㉕ 舟木直久, Coupled KPZ equation, Large Scale Stochastic Dynamics, Oberwolfach 研究集会, ドイツ, 2016.
- ㉖ 舟木直久, Sharp interface limit for a stochastically perturbed mass conserving Allen-Cahn equation, Stochastic Partial Differential Equations and Related Fields, ドイツ, 2016.
- ㉗ 長田博文, Infinite-dimensional stochastic differential equations with symmetry, Stochastic Partial Differential Equations and Related Fields, ドイツ, 2016.
- ㉘ 舟木直久, Sharp interface limit for stochastic Allen-Cahn equation, ReaDiNet 2016, Reaction-Diffusion Systems in Mathematics and Biomedecine, フランス, 2016.
- ㉙ 舟木直久, A coupled KPZ equation, Workshop on Stochastic Processes, スイス, 2016.
- ㉚ 長田博文, Stochastic dynamics in infinite dimensions related to random matrices, The Asian Mathematical Conference, インドネシア, 2016.
- ㉛ 長田博文, Random matrix theory and infinite-dimensional stochastic differential equations, School on Algebraic, Geometric and Probabilistic Aspect of Dynamical Systems and Control Theory, イタリア, 2016.
- ㉜ 舟木直久, Two approximations of coupled KPZ equations, The 4th Institute of Mathematical Statistics Asia Pacific Rim Meeting, 中国, 2016.
- ㉝ 舟木直久, Coupled KPZ equation, Stochastic Partial Differential Equations and Applications - X, イタリア, 2016.
- ㉞ 長田博文, Stochastic dynamics in infinite dimensions related to random matrices, Beta Ensembles: Universality, integrability, and asymptotics, カナダ, 2016.
- ㉟ 舟木直久, Coupled KPZ equation and its two types of approximations, Probabilistic models - from discrete to continuous, イギリス, 2016.
- ㊱ 舟木直久, Stochastic motion by mean curvature and sharp interface limits, Stochastic PDE's, Large Scale Interacting Systems and Applications to Biology, フランス, 2016.
- ㊲ 熊谷隆, Recent topics on random conductance model, Spring Probability Workshop, 台湾, 2016.

- ③⑨ 舟木直久, Topics in stochastic partial differential equations, UK-Japan Winter School: Classic and Stochastic Geometric Mechanics, イギリス, 2016.
- ④⑩ 舟木直久, Coupled KPZ equations, Current Topics in Mathematical Physics and Probability, 中国, 2015.
- ④① 長田博文, Schemes and tails of infinite-dimensional stochastic equations with symmetry, Stochastic Analysis, 京都, 2015.
- ④② 熊谷隆, Harnack inequalities and local CLT for the polynomial lower tail random conductance model, Stochastic Analysis, 京都, 2015.
- ④③ 舟木直久, Scaling limits for random fields with a pinning effect, Stochastic Analysis, 京都, 2015.
- ④④ 熊谷隆, Stability of heat kernel estimates and parabolic Harnack inequalities for jump processes on metric measure spaces, International Conference on Stochastic Analysis and Related Topics, 中国, 2015.
- ④⑤ 熊谷隆, Stability of heat kernel estimates and parabolic Harnack inequalities for jump processes on metric measure spaces, 38th Conference on Stochastic Processes and their Applications, イギリス, 2015.
- ④⑥ 長田博文, Interacting Brownian motions in infinite dimensions related to random matrix theory, 38th Conference on Stochastic Processes and their Applications, イギリス, 2015.
- ④⑦ 舟木直久, Topics in random interfaces, 3rd NIMS Summer School in Probability, 韓国, 2015.
- ④⑧ 舟木直久, Scaling limits for weakly pinned Gaussian random fields under the presence of two possible candidates, Progress in Nonequilibrium Statistical Mechanics, フランス, 2015.
- ④⑨ 舟木直久, Stochastic PDEs and random motion of fronts, Mathematics Colloquium, アメリカ, 2015.
- ⑤⑩ 長田博文, 無限粒子系の確率力学と幾何, 日本数学会解析学賞受賞講演, 2015.
- 51 熊谷隆, Anomalous random walks and diffusions: From fractals to random media, ICM 2014, 韓国, 2014.

〔図書〕(計 5 件)

舟木直久, 乙部 巖己, 謝 賓, 確率偏微分方程式, 岩波書店, 2019, 335 ページ. ISBN: 978-4000298254

T. Funaki, Lectures on Random Interfaces, SpringerBriefs in Probability and Mathematical Statistics, Springer, 2016, xii+138 pages. ISBN 978-981-10-0848-1

舟木直久 監訳, 乙部 巖己 訳, テレンス・タオ ルベーク積分入門, 朝倉書店, 2016, 264 ページ. ISBN:978-4254111477

舟木直久, 確率解析 --- 確率(偏)微分方程式, 伊藤からハイラーへ, 227-243, 数学の現在 e, 東京大学出版会, 2016, 272 ページ. ISBN:978-4130653138

舟木直久, ボルツマン方程式, 595-596, 朝倉数学辞典, 朝倉書店, 2016, 752 ページ. ISBN:978-4254111255

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

取得状況(計 0 件)

〔その他〕アウトリーチ活動

現代数学 2018 年 11 月号「輝数遇数-数学教室訪問/舟木直久(早稲田大学基幹理工学部数学科)」

6. 研究組織

(1)研究分担者

長田 博文 (OSADA, Hirofumi)
九州大学・大学院数理学研究院・教授
研究者番号: 20177207

熊谷 隆 (KUMAGAI, Takashi) (平成 26 年度, 27 年度の 2 年間)

京都大学・数理解析研究所・教授
研究者番号: 90234509

(2)研究協力者

三村 昌泰 (MIMURA, Masayasu)、俣野 博 (MATANO, Hiroshi)、乙部 巖己 (OTOBE, Yoshiki)
坂川 博宣 (SAKAGAWA, Hironobu)、謝 賓 (XIE, Bin)、佐々田 慎子 (SASADA, Makiko)