

令和 2 年 5 月 7 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2014～2019

課題番号：26287016

研究課題名(和文)カオス的力学系の分岐現象の研究

研究課題名(英文)Bifurcation of chaotic dynamical systems

研究代表者

宍倉 光広 (Shishikura, Mitsuhiro)

京都大学・理学研究科・教授

研究者番号：70192606

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 12,400,000円

研究成果の概要(和文)：宍倉は、近放物型くりこみの理論を、個々の力学系の性質の研究に応用するために、力学系的チャート概念を導入し、無理的中立不動点のHedgehogの位相的モデルを構成した。稲生は、Mukherjee氏との共同研究で、Tricorn族で、奇数周期の双曲成分に集積へその緒が、自明な場合を除いて1点に収束しないことを示した。宍倉は、David Marti Pete氏との共同研究で、Eremenko-Lyubich型超越関数の遊走領域のBishopの擬等角折り込みの構成を改良し、Eremenko-Lyubich型かつ有限位数の超越関数で振動的遊走領域をもつものを構成した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

力学系は、低次元であっても、しばしば複雑で予測不可能な挙動(カオス)を示し、パラメータを変化させると、その様相を大きく変化させる。これを分岐現象と呼ぶ。再帰的軌道をもつ力学系の分岐パラメータの集合は入り組んだ階層的構造をもつ。本研究では、力学系の複素力学系の再帰的軌道や放物型分岐の研究を中心に、それらがパラメータ空間の構造に及ぼす影響や再帰写像をとることによって得られるくりこみの理論の研究を行った。

研究成果の概要(英文)：Shishikura constructed a topological model for hedgehogs for irrationally indifferent fixed points by introducing the notion of dynamical charts, in order to apply the theory of near-parabolic renormalizations and its invariant spaces. Inou together with Mukherjee studied Tricorn family to prove non-landing properties of umbilical cords, except trivial cases. Shishikura together with David Marti Pete improved Bishop's quasiconformal folding techniques to show that there exists a transcendental entire function of finite order which has oscillating wandering domains.

研究分野：力学系理論

キーワード：力学系 分岐 くりこみ カオス フラクタル

## 1. 研究開始当初の背景

力学系とは、時間発展を記述する数学的モデルを意味する。時間が連続的(実数)な場合には、微分方程式の解や流れにより定義され、時間が離散的(整数)な場合には、ある空間からそれ自身への写像の反復合成で定義される。力学系そのものは、数学の中で古典的テーマであり、物理学、生物学、経済学や各種の応用数学から常に問題意識を供給されている。特に、1970年代に計算機の発展と共に、様々な数値実験が可能になり、その中からいわゆるカオスという現象が注目されてきた。カオスとは、(確率的なランダムさを含まない)決定論的な系でありながら、その挙動が予測不可能であること、その典型的な性質としてわずかな初期値の違いが時間発展と共に大きな挙動の違いを生み出すメカニズムをして定式化されている。この「初期値に関する鋭敏な依存性」は、初期値に関する知識がわずかでも不正確さをもつならば、系の長期的挙動の予測が不可能であることを意味する。特に注目されるのは、系の自由度がかなり小さい場合(例えば3次元の微分方程式や1次元の多項式写像、2次元の微分同相写像など)でも、驚くほど複雑でカオス的な挙動が発生し、それらのパラメータを変化させたときには、その挙動が様々な変化(分岐)することである。この事実が明らかになるまでは、複雑な現象は偏微分方程式などの無限自由度系や高自由度系に特有の現象として想像されていただけに、簡単なアルゴリズムから生成されるランダムに見える軌道や細部に至るまで複雑な不変集合(フラクタル)は驚きをもって迎えられた。このようなカオス的な挙動を示す力学系では、数学的な面からの研究が、様々な応用面で現れる微分方程式などについての具体的な情報を与えることは出来ないかもしれないが、それらをどう理解し、どのような方向へ研究が向かうべきかを示す枠組みを作る役割を果たすことが期待される。力学系の理論は国内・国外で活発に研究され、様々な興味深い現象が明らかにされつつある。

特に力学系のパラメータを変化させたときに、その軌道や不変集合などの特性がどのように変化するかは応用上非常に重要な問題であるだけでなく、数学的に興味深い構造が発現し、それ自体が新しい研究の対象や問題意識を創造しつつある。例えば、放物型(中立型)不動点での周りでの分岐は、相空間での構造の大域的かつ不連続変化に結びつくことが多い。さらに、大域的な再帰的軌道(ホモクリニック軌道など)と結びつくと、大域的な相空間のフラクタル的構造などがパラメータ空間にも反映され、それがさらにより複雑な相空間の構造とパラメータ空間の構造を引き起こすことになり、非常に複雑な構造がパラメータ空間内の分岐集合として現れる。また、そのような分岐の集積点に現れる臨界パラメータでの力学系は、いわゆるくりこみが定義される場合が多く、表面上からは見抜くことができない対称性や普遍性をもった現象が起きることが知られており、それ自体が非常に豊饒な数学的対象となる。そのくりこみ構造が、上記のパラメータ空間の複雑な構造を引き起こしていることが多い。このようなくりこみの研究は、一般の力学系では多くの場合研究途上であるが、特にロジスティック写像などの低次元力学系では厳密に定式化され、研究されている。さらに、複素解析的なセッティングでは、多くの関数論的道具が利用可能であり、より多くの結果が得られることが期待される。

## 2. 研究の目的

本研究では、特にカオスの低次元力学系の大域的分岐現象の研究を行う。平衡点や不動点、周期点の近くの局所的分岐現象については、既に確立された理論があり、詳しく研究されている。しかし、局所的分岐が大域的な再帰的軌道(ホモクリニック軌道など)と結びつくと、大域的な相空間のフラクタル的構造などがパラメータ空間にも反映され、それがさらにより複雑な相空間の構造とパラメータ空間の構造を引き起こすことになり、パラメータ空間内の分岐集合として自己相似的な構造やもっと複雑で豊富な階層的構造が現れる。この生成原理や普遍的構造の説明として、くりこみの概念が用いられる。くりこみとは、ある力学系  $f$  に対し、その部分領域への再帰写像  $Rf$  を新たな力学系と考え、 $R:f \rightarrow Rf$  をあるクラスの力学系の空間の上で定義された「メタ力学系」と見る考え方である。このメタ力学系について、不動点の存在やそこでの双曲性、さらには、不変集合と双曲性を示し、そこから個々の力学系に関する相空間やの普遍構造やそこからのパラメータ空間内の分岐集合の階層的構造を導くことを目標とする。厳密なくりこみの定式化は、くりこみで不変となる力学系の空間の定式化が難しく、Feigenbaum, Sullivan, McMullen, Lyubich らによる先行研究はあるが、あまり多くのモデルで実現されているとはいえない。そこで、複素解析的力学系に対し、擬等角写像などの関数論的手法を援用し、くりこみの定式化を目指していく。

また、再帰的軌道から誘導される階層的なパラメータ空間の構造は、多くのカオスの力学系に見られる現象で、そこから様々な興味深い現象が発見されている。例えば、1次元ロジスティック写像族  $f_a(x)=ax(1-x)$  に関する Jakobson, Benedicks-Carleson の定理はその1例で、再帰的軌道の大域的分岐の様子を解析することにより、パラメータ空間において、(観測可能)カオス的なパラメータが測度せいで存在することを示している。この結果やその一般化に関し、再帰的軌道に関する記号表現や、それを摂動したときに残る軌道と残らない軌道の解析と量的評価は重要な問題であり、他の様々な現象でも応用可能であると期待される。そこで、1次元複素2次多項式族に関する Yoccoz 分割およびパラメータ空間での para-puzzle 分割の理論を用いて、パラメータ空間での階層構造を記述し、組み合わせ的な評価に結びつけていく。また、放物型不動点の大域的分岐は、相空間の構造の大域的变化と結びついており、興味深い現象を引き起こすことが知られ

ている．このような放物型分岐の応用として，パラメータ空間の構造を探っていく．

さらに，力学系の再帰的軌道は，これら多くの現象の起源ともいえるものであり，どのような再帰的軌道が起こりうるか自体が力学系理論としての研究対象である．様々なケースに対応して，起こりうる軌道とその性質，そして分岐との結びつきを研究していく．

### 3．研究の方法

本研究では，カオスの力学系の大域的分岐現象，特に1次元の区間力学系，複素力学系，2次元実・複素 Henon 写像などに焦点を絞り，パラメータと共に非遊走集合やジュリア集合がどのように変化するか，変化の不連続性や不連続な場合の上下極限集合の構造，パラメータ空間の自己相似性と分岐の集積の不変スケール則，カオスの力学系に対応するパラメータ集合の測度・次元などについて研究を行う．

くりこみの研究においては，稲生と宍倉により，放物型不動点を複素中立的に近いパラメータに摂動した場合に，適切な不変空間上でくりこみを定義し，それを近放物型くりこみと呼んだ．本研究では，近放物型くりこみが適用できる関数の範囲について研究を行い，先行する研究代表者と稲生の研究において，「放物型に十分近ければ...」という仮定（それは無理的中立不動点の回転数の条件として現れていた）について定量的および具体的な評価を与える．それにより，この定理を応用している多数の結果について，条件が具体化されることになる．これを実行するためには放物型不動点のサドル・ノード分岐の解析を定量的に行い，それに対する Fatou 座標がどの範囲で構成できるかを評価する必要がある．そのために必要なら区間演算を用いた精度保証計算を行っていく必要がある．

さらに，近放物型くりこみを応用して無理的中立不動点や無限回衛星型くりこみ可能な系についてその局所不変集合（ヘッジホッグ）を研究するために，力学系のチャートの概念を厳密に定義し，それを近放物型くりこみに関する結果を用いて構成する．

十分カオス的な力学系の相空間をパズル分割を用いて研究する手法については，1次元力学系で再帰軌道の組み合わせ的記述について見直しを行い，定量的情報，例えば，Collet-Eckmann 条件などとの対応関係を明らかにする．特に，臨界点を1つだけでも1次元実・複素力学系については，関数についてその性質と再帰性条件の対応付けについて調べる．その上でパラメータ空間のパラパズル分解を定義し，再帰性の弱いカオスのパラメータの測度についての評価を行う．

また，パズル・パラパズルの定量的評価を行うために，等角不変量やポテンシャル論的不変量（キャパシティー）などと結びつけ，それをコンピュータを援用した評価と結びつけることにより，カオスのパラメータの測度についての評価を改良する．特にチェビシェフ型パラメータに限らない点における評価を柔軟に与えることにより，多くの点での密度評価をあたえる．

また，1変数超越関数の力学系に関しては，部分的な軌道は再帰的でありながら，その他の部分軌道が遊走的になるような遊走領域の存在が知られている．このような遊走領域については，様々な構成法が知られているが，擬等角写像を用いた Bishop の方法とその一般化も研究していく．

### 4．研究成果

放物型不動点とその分岐とくりこみの研究：

宍倉は，近放物型くりこみで不変な関数族とその上へのくりこみ写像の作用の双曲性を，個々の力学系の性質の研究に応用するために，力学系のチャートの概念を導入した．正則写像芽が無理的中立不動点を持つ場合には，Perez-Marco によって Hedgehog という不変集合が定義されているが，その構造を指数関数のジュリア集合を記述する Rempe の位相的モデルを参考にして，位相的記述をすることに成功した．これは，無理数回転を記号力学系として記述する Denjoy odometer をベースとし，点ごとに異なる長さの半直線をファイバーとする空間であり，その構成には，力学系のチャートの概念と稲生との共同研究で得られた，近放物型くりこみで不変な関数族とその上へのくりこみ写像の作用の双曲性を応用した．これにより，無理的中立不動点の近傍の不変集合である Hedgehog の hair の構造の理解が深まった．

稲生は，臨界点が1つの反正則多項式族（例えば，反正則2次多項式族(Tricorn)）の研究を行った．Mukherjee 氏との共同研究で，奇数周期の双曲成分に収束する外射線や「へその緒」が，自明な場合を除いて1点に収束しないことを示した．特に，Mandelbrot 集合の持つ自己相似性はこの場合には成立しないことを示した．反正則2次多項式族(Tricorn)の共通境界を持つ2つの双曲成分の自然なパラメータ付けが一般に共通境界で一致しないこと，実3次多項式族の Tricorn 的集合が Tricorn とは同相にならないことを示した．さらに，奇数周期の双曲成分のほとんどが tricorn の外からは到達不可能であろうと予想されるが，稲生は，例外的に到達可能な奇数周期の双曲成分が無限個存在することを示した．

上田は，2次元正則写像の半放物・半吸引型不動点のファトゥ座標と吸引不動点の線形化座標との関連を調べ，吸引及び鞍型不動点の組が生ずる場合の吸引領域と不安定多様体の変化について研究した（E. ベッドフォードとの共同研究）．

宍倉は、David Marti Pete 氏との共同研究で、複素 1 次元 Arnold 族の finger 状分岐集合について研究した。これは、放物型パラメータの近傍のパラメータスライスで見られる現象であり、放物型分岐の理論が適用できる。Arnold 族の基本的放物型パラメータからの分岐を解析するために、そこでの pre-Fatou 座標を明示的に与え、その座標に誘導される horn map も具体的に表示することができた。今後は、真の Fatou 座標との差の評価を行い、Fatou 座標での移動パラメータと finger との関係を導き、その個数などの量的評価に結びつけていく。また、他の放物型パラメータでも適用できる評価を目指し、くりこみの理論の枠組みを適用することを目標とする。2 次元以上の Henon 写像の族のパラメータ空間でも同様の集合が観察されており、Bedford-Smillie-Ueda の放物型分岐の理論を強化することにより、この集合の発生を説明できることが期待される。

Puzzle 分割・para-puzzle 分割と Jakobson の定理とその一般化の研究 {

2 次元の Henon 写像やその類似について、パズル分割の手法を用いて、測度論的・エルゴード理論的研究を行うための研究を行った。まず、Yoccoz-Berger による Henon 写像に対する Benedicks-Carleson の定理の別証明は、本研究を遂行する上で大きな指針となるので、彼らの手法について精査した。2 次元の相空間でそのままパズル分割を構成するよりは、水平方向(大雑把に伸びる方向)の曲線族に対し、曲線ごとに分割を構成した方が、パラメータ空間の構造の解析に有効であることがわかった。まず、1 次元の Jakobson の定理のパズル分割を用いた証明を見直し、特異点の再帰の様子をある程度指定することによって、ルベグ測度に絶対連続な有限不変測度の存在を示すための十分条件を求めた。現在のところ、まだ、この手法によって、測度正のパラメータ集合に対して、絶対連続な有限不変測度が存在することまではいっていないが、組み合わせ的な議論をより推し進めれば、この方向の証明が完成することが期待される。Berger 他との共同研究を開始し、Lattes 族に関する Rees の定理をこの方法で再証明することに取り組んでいる

超越関数の遊走集合の構成と擬等角写像の応用：

宍倉は、David Marti Pete 氏との共同研究で、Bishop の与えた Eremenko-Lyubich 型超越関数の遊走領域の擬等角折り込みによる構成法について詳細に検討し、その証明の問題点を指摘し、より簡明な構成法を考案した。この方法によれば、Eremenko-Lyubich 型かつ有限位数の超越関数で遊走領域を持つものを構成することが可能になった。また、宍倉は、上記の構成でも使われる擬等角写像の評価を与え、擬等角写像の 1 点ごとの微分可能性をより簡明に証明する方法を与えた。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計9件（うち査読付論文 9件 / うち国際共著 3件 / うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Shishikura Mitsuhiro	4. 巻 43
2. 論文標題 Conformality of quasiconformal mappings at a point, revisited	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Annales Academiae Scientiarum Fennicae Mathematica	6. 最初と最後の頁 981 ~ 990
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) <a href="https://doi.org/10.5186/aasfm.2018.4359">https://doi.org/10.5186/aasfm.2018.4359</a>	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Inou Hiroyuki, Nakane Shizuo	4. 巻 68
2. 論文標題 An implosion arising from saddle connection in 2D complex dynamics	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Indiana University Mathematics Journal	6. 最初と最後の頁 35 ~ 61
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1512/iumj.2019.68.7577	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Inou Hiroyuki, Mukherjee Sabyasachi	4. 巻 2019
2. 論文標題 On the support of the bifurcation measure of cubic polynomials	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Mathematische Annalen	6. 最初と最後の頁 2019
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) <a href="https://doi.org/10.1007/s00208-019-01826-3">https://doi.org/10.1007/s00208-019-01826-3</a>	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Mitsuhiro Shishikura	4. 巻 出版予定
2. 論文標題 Conformality of quasiconformal mappings at a point, revisited	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Annales Academiae Scientiarum Fennicae	6. 最初と最後の頁 印刷中
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Hiroyuki Inou	4. 巻 印刷中
2. 論文標題 Self-Similarity for the Tricorn	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Experimental Mathematics	6. 最初と最後の頁 印刷中
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/10586458.2017.1420502	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Eric Bedford, John Smillie, Tetsuo Ueda	4. 巻 350
2. 論文標題 Semi-parabolic bifurcations in complex dimension two	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Comm. Math. Phys	6. 最初と最後の頁 1-29
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00220-017-2832-y	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Hiroyuki Inou, Sabyasachi Mukherjee	4. 巻 204
2. 論文標題 Non-landing parameter rays of the multicorns	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Inventiones mathematicae	6. 最初と最後の頁 869-893
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00222-015-0627-3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Tetsuo Ueda	4. 巻 10
2. 論文標題 Fatou Coordinates for Parabolic Dynamics	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Abel Symposia	6. 最初と最後の頁 259-270
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-20337-9_11	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hiroyuki Inou, Sabyasachi Mukherjee	4. 巻 ?
2. 論文標題 Non-landing parameter rays of the multicorns	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Inventiones mathematicae	6. 最初と最後の頁 1-25
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00222-015-0627-3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

[学会発表] 計51件 (うち招待講演 45件 / うち国際学会 29件)

1. 発表者名 Mitsuhiro Shishikura
2. 発表標題 Rempé model and Denjoy odometer for hedgehogs of complex quadratic polynomials
3. 学会等名 2nd Hong Kong/Kyoto Workshosp on "Fractal Geometry and Related Areas" (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Mitsuhiro Shishikura
2. 発表標題 Quasiconformal variation of cross-ratios and applications
3. 学会等名 Perspectives in Modern Analysis (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Mitsuhiro Shishikura
2. 発表標題 Quasiconformal variation of cross-ratios and applications
3. 学会等名 New Developments in Complex Analysis and Function Theory (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Mitsuhiro Shishikura
2. 発表標題 Oscillating wandering domain for a transcendental entire function of class B
3. 学会等名 Resonances of complex dynamics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 穴倉光広
2. 発表標題 高速連分数に対応するDenjoy odometerとそのくりこみへの応用
3. 学会等名 エルゴード理論とその周辺 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 穴倉光広
2. 発表標題 Oscillating wandering domains for transcendental entire functions
3. 学会等名 2018年度冬の力学系研究集会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 穴倉光広
2. 発表標題 Parametric derivative of quasiconformal mappings
3. 学会等名 「リーマン面・不連続群論」研究集会 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 穴倉光広
2. 発表標題 Oscillating wandering domains for a transcendental entire function of class B
3. 学会等名 日本数学会 函数論分科会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 穴倉光広
2. 発表標題 Parametric derivative of quasiconformal mappings
3. 学会等名 日本数学会 函数論分科会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Mitsuhiro Shishikura
2. 発表標題 Fingers in the complex parameters spaces of Arnold family and Henon family
3. 学会等名 Real and Complex Henon's Maps (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 稲生 啓行
2. 発表標題 On accessible hyperbolic components for the tricorn
3. 学会等名 複素力学系研究とその発展 (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Hiroyuki Inou
2. 発表標題 Topological aspects of the tricorn
3. 学会等名 Topological methods in dynamics and related topics (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Mitsuhiro Shishikura
2. 発表標題 Realization problem for tropical complex dynamics
3. 学会等名 Complex Dynamics: Iterations, Foliations and Evolutions (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Mitsuhiro Shishikura
2. 発表標題 Fingers in complex Arnold family
3. 学会等名 Workshop on New Frontiers in Complex Dynamics: From One to Several Variables (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Mitsuhiro Shishikura
2. 発表標題 Matings and Thurston obstruction
3. 学会等名 Complex dynamics and quasi-conformal geometry (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Mitsuhiro Shishikura
2. 発表標題 Jakobson's Theorem via Yoccoz puzzles
3. 学会等名 On geometric complexity of Julia sets (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Tetsuo Ueda
2. 発表標題 Affine bundles over compact complex manifolds
3. 学会等名 Complex Dynamics: Iterations, Foliations and Evolutions (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Hiroyuki Inou
2. 発表標題 Visualization in complex dynamics
3. 学会等名 MEIS2017 (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Hiroyuki Inou
2. 発表標題 Inaccessibility of hyperbolic components for anti-holomorphic dynamics
3. 学会等名 On geometric complexity of Julia sets (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 宍倉光広
2. 発表標題 Tropical Complex Dynamics
3. 学会等名 Taking the Measure of One-Dimensional Dynamics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 宍倉光広
2. 発表標題 Tropical Complex Dynamics
3. 学会等名 Mexican-American Workshop in Holomorphic Dynamics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 宍倉光広
2. 発表標題 Tropical Complex Dynamics
3. 学会等名 Dynamical Systems Seminar, PUC, Chile (招待講演)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 宍倉光広
2. 発表標題 Tropical limit of complex dynamical systems
3. 学会等名 Analysis and Dynamics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 穴倉光広
2. 発表標題 Jakobson's theorem via Yoccoz puzzles and the measure of stochastic parameters
3. 学会等名 Kanto Dynamics Days 2017 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 上田哲生
2. 発表標題 コンパクト複素多様体上のアフィン束
3. 学会等名 多変数関数論冬セミナー (招待講演)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 上田哲生
2. 発表標題 Some problems on complex dynamics in several variables
3. 学会等名 多変数の複素力学系と函数論 (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Hiroyuki Inou
2. 発表標題 On wiggly features and self-similarity of multicorns
3. 学会等名 Taking the Measure of One-Dimensional Dynamics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Hiroyuki Inou
2. 発表標題 On accessibility of hyperbolic components of the tricorn
3. 学会等名 Parameter Problems in Analytic Dynamics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Hiroyuki Inou
2. 発表標題 On self-similarity in anti-holomorphic dynamics
3. 学会等名 Conference of Complex Analysis in China 2016 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Mitsuhiro Shishikura
2. 発表標題 Toward arithmetic surgery of rational maps
3. 学会等名 IMSXXV Celebrating 25 years of low-dimensional dynamics at Stony Brook (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 Mitsuhiro Shishikura
2. 発表標題 Smoothness of hairs for some entire functions
3. 学会等名 AMS-EMS-SPM International Meeting in Portugal (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 Mitsuhiro Shishikura
2. 発表標題 Rempe model and Denjoy odometer for hedgehogs of complex quadratic polynomials
3. 学会等名 School and Conference on Dynamical Systems (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 Mitsuhiro Shishikura
2. 発表標題 Rempe model and Denjoy odometer for hedgehogs of complex quadratic polynomials
3. 学会等名 Dynamical Developments: a conference in Complex Dynamics and Teichmueller theory (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 Mitsuhiro Shishikura
2. 発表標題 Complex Dynamics and Teichmueller spaces
3. 学会等名 The 23rd International Conference on Finite or Infinite Dimensional Complex Analysis and Applications (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 Mitsuhiro Shishikura
2. 発表標題 Rempe model and Denjoy odometer for hedgehogs of complex quadratic polynomials
3. 学会等名 Conference of Complex Analysis in China 2015 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 Mitsuhiro Shishikura
2. 発表標題 Fractal nature of Julia sets
3. 学会等名 First Hong-Kong/Kyoto Workshop on Fractal and related areas (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Hiroyuki Inou
2. 発表標題 Parabolic implosion in anti-holomorphic family
3. 学会等名 Perspectives on Parabolic Points in Holomorphic Dynamics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 稲生 啓行
2. 発表標題 Non-landing umbilical cords and discontinuous straightening maps for the tricorn
3. 学会等名 複素力学系の深化 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 穴倉光広
2. 発表標題 Satellite renormalization for complex quadratic polynomials
3. 学会等名 Maps with an indifferent fixed point or a rotation domain (招待講演)
4. 発表年 2014年

1. 発表者名 宍倉光広
2. 発表標題 Thurston's theorems in complex dynamics
3. 学会等名 What's Next? The mathematical legacy of Bill Thurston (招待講演)
4. 発表年 2014年

1. 発表者名 宍倉光広
2. 発表標題 Tropical Complex Dynamics
3. 学会等名 ICM Satellite Conference on Holomorphic Dynamics (招待講演)
4. 発表年 2014年

1. 発表者名 稲生啓行
2. 発表標題 Wiggles in the anti-holomorphic quadratic family
3. 学会等名 ICM Satellite Conference on Holomorphic Dynamics (招待講演)
4. 発表年 2014年

1. 発表者名 宍倉光広
2. 発表標題 Dynamical charts for irrationally indifferent fixed points
3. 学会等名 BOSTON UNIVERSITY/KEIO UNIVERSITY WORKSHOP (招待講演)
4. 発表年 2014年

1. 発表者名 宍倉光広
2. 発表標題 Smoothness of hairs for some entire functions
3. 学会等名 複素力学系の総合的研究 (招待講演)
4. 発表年 2014年

1. 発表者名 稲生啓行
2. 発表標題 Wiggly features appearing in anti-holomorphic dynamics
3. 学会等名 複素力学系の総合的研究 (招待講演)
4. 発表年 2014年

1. 発表者名 宍倉光広
2. 発表標題 Smoothness of hairs for some entire functions
3. 学会等名 冬の力学系研究集会
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 宍倉光広
2. 発表標題 Thurston's theorem on branched self coverings of $S^2$
3. 学会等名 力学系勉強会 (招待講演)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 穴倉光広
2. 発表標題 連分数と力学系のくりこみ
3. 学会等名 日本数学会 2015年度年会 (招待講演)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 穴倉光広
2. 発表標題 Dynamical charts for irrationally indifferent fixed points and Denjoy odometer
3. 学会等名 Perspectives on Parabolic Points in Holomorphic Dynamics (招待講演)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 稲生啓行
2. 発表標題 Parabolic implosion in anti-holomorphic family
3. 学会等名 Perspectives on Parabolic Points in Holomorphic Dynamics (招待講演)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 稲生啓行
2. 発表標題 Straightening maps and similarity of parameter spaces in complex dynamics
3. 学会等名 Topological and geometric methods in low-dimensional dynamical systems (招待講演)
4. 発表年 2014年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分担者	稲生 啓行  (Inou Hiroyuki)  (00362434)	京都大学・理学研究科・准教授   (14301)	
研究 分担者	上田 哲生  (Ueda Tetsuo)  (10127053)	京都大学・理学研究科・名誉教授   (14301)	