

令和元年6月8日現在

機関番号：15401

研究種目：基盤研究(B) (特設分野研究)

研究期間：2014～2018

課題番号：26310210

研究課題名(和文)量子情報デバイス研究開発における数理科学的連携探索

研究課題名(英文)Joint Research into Mathematical Science for Quantum Information Devices

研究代表者

廣川 真男(Hirokawa, Masao)

広島大学・工学研究科・教授

研究者番号：70282788

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 12,300,000円

研究成果の概要(和文)：本研究課題では、数理科学的視点に立ち、主に以下の2つの課題について研究を行った：(1) 量子ビットと光との相互作用を記述する数理模型に対して、超強結合領域と深強結合領域におけるエネルギー・スペクトルの数理解析；(2) 量子細線に挟まれた接合を通過する電子スピンの実装されるスピントロニック量子ビットの数理模型に対する作用素解析。

研究成果の学術的意義や社会的意義

量子デバイスの機能、制御部、記憶部、輸送部のうち、(1) 制御部に関しては、(人工)原子が作る2準位量子系をフォトンの量子場で制御する数理模型に対し、そのエネルギー・スペクトルに焦点を当てた数理解析；(2) 輸送部に関しては、量子細線に接合を咬ませ、その接合を電子スピンの実装するスピントロニック量子ビットがトンネルする物理的様子の作用素解析；という学術的知見を得、さらに、本研究課題を土台に、数理科学と理論・実験物理学の連携研究の次のテーマを探し、さらに連携を量子工学へと発展させることができた。

研究成果の概要(英文)：In this project, I mainly studied the following two subjects in the light of mathematical science:(1) a mathematical analysis of the energy spectrum for a mathematical model describing the interaction between a qubit and the light in the ultra strong coupling regime and in the deep strong coupling regime; (2) an operator analysis of a mathematical model describing the spintronic qubit passing through the junction between two quantum wires.

研究分野：応用数理物理学

キーワード：一般化された量子ラビ模型 超強結合領域 深強結合領域 スピントロニック量子ビット 量子細線
トンネル効果 位相因子

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

本研究課題では、量子情報デバイス研究開発における数学と他の関連科学分野との連携を具体的に実現化することが当初の背景にあった。制御部、記憶部、輸送部から成る量子情報デバイスの設計において、各部の実装は、現在の極限的ナノテクノロジーにより、いくつかの物理系で現実のものとなっている。作用素解析学、線形・非線形偏微分方程式、さらにスペクトル解析学などの数学を発展させ応用することで、各部を実装する違った物理系における共通の量子ビット情報の数理解造、また、各部を実現する物理系に依存したそれぞれに特有な数理解造を明らかにしつつ、数学、理論・実験物理学、そして実際にデバイスを作り上げる量子工学に跨る研究者の集団が、量子情報デバイスの研究開発を見据えた数理解造のための新しい数理解造分野を連携探索し構築して行く、数理解造と理論・実験物理学の連携研究が重要になって来たことも背景にあった。

2. 研究の目的

量子デバイスの機能(制御部、記憶部、輸送部)に対し、記憶部の物理学的実装が難しいこともあり、

(1) 制御部に関しては、量子ビットを実装する(人工)原子が作る2準位量子系をマイクロ波やレーザー光が作るフォトンの量子場で制御する数理解造に対して、そのエネルギー・スペクトルに焦点を当て数理解造を行う。

(2) 輸送部に関しては、量子細線に接合を咬ませ、電子スピンの量子ビットを実装するスピントロニック量子ビットが、そのその接合をトンネルする物理的様子を作用素解析する。

(3) 本研究課題を土台に、数理解造と理論・実験物理学の連携研究の次のテーマを探し、さらに連携を量子工学へと発展させる。

といった3つが本研究課題の目的の大きな柱となった。

3. 研究の方法

(1)に関しては、数学として研究されて来た非可換調和振動子と関連がある、(一般化された)量子ラビ模型に対し、量子ビットのエネルギー演算子表現にパウリのスピン行列を、光子のエネルギー演算子表現には振動子表現を用い、これまで研究代表者らが研究して来た場の量子論における数学的手法を応用することで、作用素解析とスペクトル解析を行った。

(2)に関しては、電子のトンネル接合模型として、行列係数を持つ微分作用素に対し、量子細線と接合とが作る境界に関わる問題を作用素解析した。

(3)に関しては、応用物理学学会のシンポジウムや国際ワークショップ IWQD の中で協働できそうな研究内容を学び、本研究課題を土台に連携研究へと繋がる研究テーマを模索した。

4. 研究成果

本研究課題の学術的課題(1)と(2)に対しては以下の成果を得た：

(1)数学として研究されて来た(物理的な意味での非可換空間上の調和振動子という意味ではない)非可換調和振動子の模型と関連する量子ラビ模型のハミルトニアンは

$$H_{QR} = \frac{\hbar\omega_a}{2}\sigma_z + \hbar\omega_c\left(a^\dagger a + \frac{1}{2}\right) + \hbar g\sigma_x(a + a^\dagger)$$

で与えられる。この量子ラビ模型を超伝導回路上での実装を想定し、バイアスエネルギーに相当する演算子を付加した模型は一般化された量子ラビ模型と呼ばれ、そのハミルトニアンは

$$H_{GQR} = H_{QR} - \frac{\hbar\varepsilon}{2}\sigma_x$$

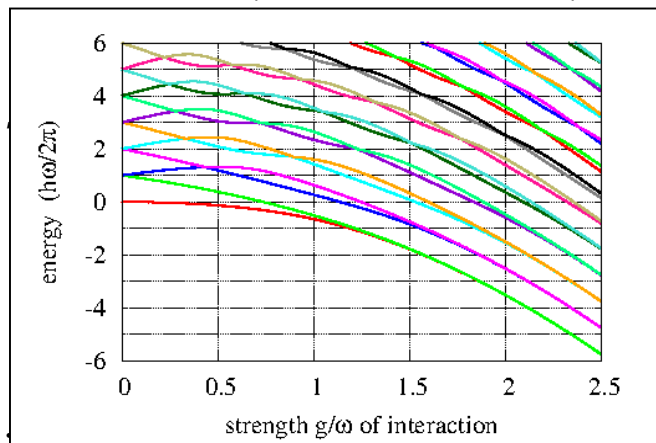
となる。ここで、各記号は

$\sigma_- \equiv (\sigma_x - i\sigma_y)/2$ (スピン消滅演算子),
 $\sigma_+ \equiv (\sigma_x + i\sigma_y)/2$ (スピン生成演算子),
 a : 1モード光子の消滅演算子
 a^\dagger : 1モード光子の生成演算子
 $\sigma_\#$: Pauli 行列, $\# = x, y, z$
 ω_a : スピンのエネルギー遷移振動数
 ω_c : 1モード光子が作る波の振動数
 ε : バイアスエネルギー・パラメータ
 g : 量子ビットとモード光子の間の結合定数

と意味づけられる．数学としては，このバイアスエネルギーが無い場合，すなわち量子ラビ・ハミルトニアンは，パリティ対称性を持つ．従って，バイアスエネルギー・パラメータは，パリティ対称性を与えたり崩したりするパラメータと見ることができ，一般化された量子ラビ・ハミルトニアンはパリティ対称性を一般的には持たない．

量子ラビ模型で，スピンのエネルギー遷移振動数と1モード光子が作る波の振動数を一致させたとき ($\omega_a = \omega_c$) のエネルギー・スペクトルの数値解析は，結合定数を横軸にとると，右のグラフのようになり，原子と光子の結合定数がゼロのとき，量子ラビ模型は

N=2 超対称性を持つ量子力学を，結合定数を無限大にする極限においてこのモデルは超対称性の自発的破れを引き起こすことが予想された．この予想を数学として証明し，この自発的超対称性の破れはスピン・カイラル対称性がもたらすことを数学的に証明した[雑誌論文]．当初この数学的証明をハミルトニアンの超強結合領域，深強結合領域において，弱レゾルベント収束の意味で示したが，この改良に成功し，ノルム

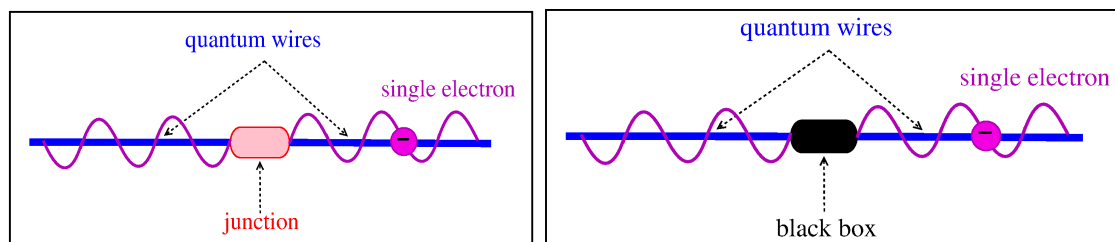


レゾルベント収束の意味で与えた[雑誌論文]．従って，このトポロジーを強めた結果により，N=2 超対称性の自発的破れを示すエネルギー・スペクトルの数値計算の正しさが，数学として保証されたことになる．さらに，原子と光子の結合が非常に強い深強結合領域での有効ハミルトニアンが得られ，この有効ハミルトニアンの束縛状態が，量子ラビ・ハミルトニアンの各束縛状態の近似を与えることが示される．この有効ハミルトニアンは，物理学で断熱近似と呼ばれるもので得られ，それを数理解析することにより，基底状態はシュレディンガーの猫風状態が主要項となることを示した[雑誌論文]．この主要項は S. Ashhab と F. Nori が論文[Phys. Rev. A 81, 042311 (2010)]で示した結合定数が大きいときの束縛状態に対する公式と一致する．ただ，このシュレディンガーの猫状態における光子は，仮想光子である可能性が高いことが示される[雑誌論文]．また，これらの結果はバイアスエネルギーが無い量子ラビ模型に対して示すことができるが，バイアスエネルギーが有る一般化された量子ラビ模型に対しては，エンタングルメント状態にはならず分離可能状態が主要項になることが示される[arXiv:1809.06561]．

原子と光の相互作用が超強結合領域，深強結合領域にあるときは，実は，光の場の2乗の影響が無視できなくなる．そこで，この光の場の2乗の項を持った一般化された量子ラビ模型のハミルトニアンを考えなければならない．バイアスエネルギーが無い場合は，量子ラビ模型に光の場の2乗の項が付加されたハミルトニアンとなるが，これに対し，2乗の項の影響により基底状態が纏う仮想光子の個数が増え仮想光子と思われるので，それを原子核理論のメゾン・ペア理論の手法(ボゴリューボフ-ホップフィールド変換)でくり込み，基底状態が仮想光子を纏う状態から実光子を纏う状態へと移行し，基底状態が纏う仮想光子から実光子へと転化する可能性を得た[雑誌論文]．ボゴリューボフ-ホップフィールド変換でくり込まれたハミルトニアンに対しては，結合定数を無限大に持って行く極限で発散の困難に出会い，有効ハミルトニアンを求めるには，さらによりくり込みの手法を要する．このくり込みの手法を提案し，有効ハミルトニアンを求めた．すなわち，この有効ハミルトニアンの束縛状態は実光子を纏うと予想される．この各束縛状態の主要項がシュレディンガーの猫風の状態となることを示すことができた[arXiv:1809.06561]．この事実，バイアスエネルギーがゼロでない場合でも，ボゴリューボフ-ホップフィールド変換でくり込まれた一般化された量子ラビ模型では，各束縛状態の主要項はシュレディンガーの猫風の状態となっていることを示唆する．研究協力者の仙場らのチームにより，上述のシュレディンガーの猫風状態が纏っている光子を実験で観測をする試みが

始まっている。

(2)トンネル接合における電子模型に対しては、1次元の場合に、電子が接合をトンネルしない場合とする場合、さらにトンネルする場合に、電子の波動関数の境界条件に付く位相因子とその出現の仕方、さらには電子スピンへの影響を完全に数学として特徴付けた[雑誌論文]。考えた電子の配位空間は、下の図のように2本の量子細線の間接合を挟んだもので、数学として接合に任意性を持たせるためブラック・ボックス的に考えた。



電子をディラック粒子として扱い、そのエネルギーを表すハミルトニアンを自由ディラック演算子で与えた。このとき、ハミルトニアンが観測量となるために、数学として自己共役性をみたさねばならないが、この自己共役性はディラック演算子の定義域に属する波動関数の細線と接合の間の境界条件で特徴付けられる。雑誌論文で得られた結果は、自己共役性と電子の接合での反射・トンネルに対応した境界条件との間を1対1に特徴付け、電子が接合をトンネルするときの波動関数の境界条件を数学として明確な条件で与えた。さらに、電子スピンへの影響や位相因子の付き方なども数学として完全に特徴付けることに成功した。すなわち、スピントロニック量子ビットが接合をトンネルするときの影響を明らかにし、この影響が量子誤りの特徴付けるものであることが示された。従って、これらを逆に使うと、量子誤りを持つ量子情報のフィルタとして使える可能性を示唆した。

(3)に関しては、本研究課題の連携研究を土台とし、研究協力者(本研究課題申請時は連携研究者で H30 年度からは研究協力者に統合)の中村泰信が Flagship を務める文部科学省の国家プロジェクト「光・量子飛躍フラッグシッププログラム(Q-LEAP)」の同じく研究協力者(本研究課題申請時は連携研究者で H30 年度からは研究協力者に統合)の基礎基盤の協働へとつながった。また、本研究課題代表者は、研究協力者の橋詰富博と共に、日立製作所の中に研究室を持ち、NV 中心ダイヤモンドを量子センサとする次世代の量子計測装置の研究開発へと繋がった。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計 10 件)

M. Hirokawa, Quantum Simulation of Interaction between Atom and Light, 京都大学数理解析研究所講究録 査読無 2089, 2018, 177-185.

M. Hirokawa, A mathematical modeling of electron-phonon interaction for small wave numbers close to zero, in the book edited by J. Dittrich, H. Kovarik, A. Laptev (Eds.): 査読有 373-400. EMS Series of Congress Reports Functional Analysis and Operator Theory for Quantum Physics. Pavel Exner Anniversary Volume (Europ. Math. Soc. Publ. House, 2017).

M. Hirokawa, J. Møller and I. Sasaki, A Mathematical Analysis of Dressed Photon in Ground State of Generalized Quantum Rabi Model Using Pair Theory, Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical 査読有 50, 2017, 184003 (20pp).

M. Hirokawa, Duality between A Dark State And A Quasi-Dark State, Annals of Physics (N.Y.) 査読有 377, 2017, 229-242.

M. Hirokawa, The Rabi model gives off a flavor of spontaneous SUSY breaking, Quantum Studies: Mathematics and Foundations 査読有 2, 2015, 379-388.

M. Hirokawa and F. Hiroshima, Absence of energy level crossing for the ground state energy of the Rabi model, Communications on Stochastic Analysis 査読有 8, 2014, 551-560.

M. Hirokawa, F. Hiroshima, and J. Lorinczi, Spin-Boson Model through a Poisson-Driven Stochastic Process, Mathematische Zeitschrift 査読有 277, 2014, 1165-1198.

M. Hirokawa and T. Kosaka, A Mathematical Aspect of A Tunnel-Junction for Spintronic Qubit, Journal of Mathematical Analysis and Applications 査読有 417, 2014, 856-872.

M. Hirokawa, The Rabi Model in SUSYQM, 京都大学数理解析研究所講究録 査読無 1921, 2014, 91-101.

M. Hirokawa, One Dimensional Tunnel-Junction Formulae with Application to Single Electron, 京都大学数理解析研究所講究録 査読無 1902, 2014, 36-52.

[学会発表](計 12 件)

M. Ichimura and M. Hirokawa, Topological Superconductors in Ferromagnetic Nanowires with Domain Wall, ポスター発表, 2019 Joint MMM-Intermag Conference (国際学会, 査読有),

AIP Publishing, LLC and the IEEE Magnetics Society, Washington, DC, 2019年01月16日.

市村雅彦, 廣川真男, 磁壁を有する強磁性ナノワイヤにおけるトポロジカル超伝導体, 2018年第79回応用物理学会秋季学術講演会, 日本応用物理学会, 名古屋国大会議場, 2018年9月20日.

M. Hirokawa, Approximated Eigenstates of Generalized Quantum Rabi Model with A^2 -Term in Deep-Strong Coupling Regime, Strongly Coupled Light-Matter Interactions: Models and Applications (招待講演), Lanzhou University, Lanzhou, China, 2018年7月9日.

M. Hirokawa, Possibility of Spintronic-Qubit Control Through Tunnel-Junction on Quantum Wire, BIT's 7th Annual World Congress of Nano Science & Technology 2017, 2017.

M. Hirokawa, Quantum Simulation of Cavity Optomechanics, Math/Phys Seminar at Aarhus University, Denmark, 2017年10月3日.

M. Hirokawa, Quantum simulation of the atom-light interaction, Quantum Circle at the Doppler Institute, Czech, 2017年9月19日.

M. Hirokawa, Virtual and real photons in ground state of generalized quantum Rabi model in ultra-strong coupling regime, Virtual Photons in Ultra-Strongly Coupled Systems (招待講演) (国際学会), 2017年01月26日.

M. Hirokawa, A Mathematical Analysis of Photon in Ground State of Generalized Quantum Rabi Model with the A^2 -Term, International Workshop on Ultra-Strong Light-Matter: Theory and Applications to Quantum Information (招待講演) (国際学会), Quantum Technologies for Information Science, University of the Basque Country, Spain, 2016年09月19日.

M. Hirokawa, Duality between A Dark State And A Quasi-Dark State, On the Hepp-Lieb-Preparata quantum phase transition for the quantum Rabi model, 第34回量子情報技術研究会 (招待講演), 高知工科大学, 2016年05月31日.

M. Hirokawa, Mathematical Modeling for Quantum Devices, Joint Mathematics and Physics Seminar (招待講演) (国際学会), Aarhus University, Denmark, 2016年03月17日.

M. Hirokawa, A Mathematical Aspect of A Tunnelling Phase for Spintronic Qubit, The Asia-Pacific Workshops and Conferences on Quantum Information Science 2014 (招待講演), Conference Center, National Cheng Kung Kung University, 台南, 台湾, 2014年12月12日.

M. Hirokawa, Two Mathematical Aspects of The Interaction between A Two-Level Atom and A One-Mode Light, Mathematics and Physics of Interacting Quantum Systems (招待講演), Institute of Mathematics for Industry, Kyushu University, 福岡, 2014年10月23日.

〔図書〕(計1件)

廣川真男, 「数物系に向けた フーリエ解析とヒルベルト空間論」(サイエンス社) 2017.

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

出願年:

国内外の別:

取得状況(計0件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

取得年:

国内外の別:

〔その他〕

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究分担者

研究分担者氏名：

ローマ字氏名：

所属研究機関名：

部局名：

職名：

研究者番号（8桁）：

(2)研究協力者

研究協力者氏名：小坂 英男

ローマ字氏名：(KOSAKA, Hideo)

研究協力者氏名：中村 泰信

ローマ字氏名：(NAKAMURA, Yasunobu)

研究協力者氏名：根本 香絵

ローマ字氏名：(NEMOTO, Kae)

研究協力者氏名：大下 承民

ローマ字氏名：(OSHITA, Yoshihito)

研究協力者氏名：仙場 浩一

ローマ字氏名：(SEMBA, Kouichi)

以上5名は、本研究課題申請時は連携研究者でH30年度からは研究協力者に統合。

研究協力者氏名：橋詰 富博

ローマ字氏名：(HASHIZUME, Tomihiro)

研究協力者氏名：樋口 雄介

ローマ字氏名：(HIGUCHI, Yusuke)

研究協力者氏名：市村 厚一

ローマ字氏名：(ICHIMURA, Kouichi)

研究協力者氏名：峯 拓矢

ローマ字氏名：(MINE, Takuya)

研究協力者氏名：W. J. Munro

ローマ字氏名：(MUNRO, Bill)

研究協力者氏名：H. Neidhardt

ローマ字氏名：(NEIDHARDT, Hagen)

研究協力者氏名：野村 祐司

ローマ字氏名：(NOMURA, Yuji)

研究協力者氏名：小栗栖 修

ローマ字氏名：(OGURISU, Osamu)

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。