

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 8 日現在

機関番号：17104

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2016

課題番号：26330017

研究課題名(和文) グラフ構造を高度に利用した高性能グラフアルゴリズム設計

研究課題名(英文) Efficient algorithm design based on graph structural properties for graph optimization problems

研究代表者

宮野 英次 (Miyano, Eiji)

九州工業大学・大学院情報工学研究院・教授

研究者番号：10284548

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：多くの重要なグラフ最適化問題は計算量の意味で困難(NP困難)となる。すなわち、それらの問題の最適解を求めるための多項式時間で動作するアルゴリズムが存在しない。本研究では主に次の2つの研究成果を得た。(1)入力グラフが正則性、誘導閉路長、木構造との類似度などのグラフ構造を持つ場合について多項式時間で動作する最適アルゴリズムを設計した。(2)任意の入力グラフに対して最適解を近似する解を見つけることができる多項式時間アルゴリズムを設計した。

研究成果の概要(英文)：Most important graph optimization problems are computationally intractable (NP-hard), i.e., there are no algorithms to find optimal solutions to such problems in polynomial time. The contributions of this research are mainly divided into the following two: (1) We designed optimal algorithms which run in polynomial time for many graph optimization problems if the input graph has some graph properties such as regularity, induced-cycle length, and tree-likeness. (2) We designed polynomial-time algorithms which can find solutions closely approximating the optimal solutions for any input graph.

研究分野：計算機科学

キーワード：グラフ最適化問題 計算困難性 グラフ構造 多項式時間アルゴリズム 最適アルゴリズム 近似アルゴリズム

1. 研究開始当初の背景

現実世界に現れる生産計画や各種スケジューリング問題などの情報工学的な問題は、時間やコストなどの制約条件のもとで、ある目的を満足させるという最適化問題として捉えることができる。また、グラフは、インターネットなどの通信網、論理回路、道路交通網などを直接的に表現するだけでなく、データの依存関係などの論理的な関係を表現するために広く用いられている離散的な構造である。そのため、離散的な構造を有した多くの最適化問題が、それらの制約条件や目的関数を自然な形でグラフ最適化問題として定式化できる。例えば、マルチプロセッサ環境でのタスク割当スケジューリング問題をグラフ最適化問題として定式化する場合には、プロセッサやタスクをグラフの頂点、プロセッサへの割当をグラフの有向辺、処理時間を有向辺の重みとして表現ができる。

グラフを用いることにより、最適化問題の定式化が実現できたとしても、多くの場合には NP 困難となってしまう、厳密な最適解を求めるためのアルゴリズムの動作時間は、問題の規模が大きくなるに従って指数的に爆発してしまう。しかし、NP 困難問題集合は応用の面でも重要な問題を多く含んでいるため、正確さへのこだわりをある程度捨てても問題を解く必要がある。

2. 研究の目的

本研究では、NP 困難なグラフ最適化問題を対象に、以下の (i) と (ii) に関して、非劣解を求めることができる多項式時間アルゴリズムの設計を目指す。(i) 例題集合の制限。全体集合に対して動作することを諦めて、入力特殊な場合のみ最適解を求める多項式時間アルゴリズムを設計する。(ii) 最適化条件の緩和。厳密な最適解を求めることを諦めて、準最適解を求めるための多項式時間アルゴリズムを設計する。

3. 研究の方法

グラフ最適化問題として定式化することができる、実際の場面で現れるグラフ部分集合を、グラフ構造の代表的なパラメータの値を用いて定義することが可能となる。例えば、多くの場合に隣接する頂点の数(次数)が限定されたもので良ければ、最大次数を指定したグラフ部分集合を入力例題と仮定してよい。辺の数や密度、グラフの直径など比較的自明なものから、誘導サイクルの大きさ、独立頂点集合の最大サイズ、クリークの最大サイズ、木構造との類似度である木幅などのグラフ構造に隠れたパラメータがあり、これらの値により部分集合族や部分集合の包含関係を定義できる。導入したパラメータの値により、多項式時間で最適解を求めることが

可能なグラフ部分集合と、逆に、NP 困難となるようなグラフ部分集合を分類するという、集合制限の意味での限界を示すことがテーマとなる。

NP 困難なグラフ部分集合については、アルゴリズムの多項式時間動作を最優先とし、最適化条件を緩和する。理論的に重要な点は、設計した準最適アルゴリズムの出力解の近似精度を数学的に保証することであり、アルゴリズムと計算量に関する分野における主要なテーマの一つとなっている。逆に、その理論的に保証された近似精度は更に改善の余地があるのか、それとも理論的なベストであるのかという近似可能性の意味での限界を示すことも重要な研究課題である。近似可能性の意味での限界を示すことにより、近似精度によるグラフ部分集合の分類ができる。

4. 研究成果

(1) 無向グラフが入力として与えられたとき、すべての頂点が指定された次数であるような誘導正則グラフを、入力グラフから探索するグラフ最適化問題に関する検討を行った。ここで次数とは頂点につながった辺の数を表し、例えば、次数が2の場合には、すべての頂点が2本の辺につながっているために単純閉路になる。例題集合を弦グラフ、木幅限定グラフに制限することにより、最適解を求める多項式時間アルゴリズムを設計した。 $P = NP$ ではないという一般的な仮定を考えた場合には、例題集合を二部グラフや平面グラフに制限したとしても、準最適解を求めるための多項式時間アルゴリズムを設計できないことを示した。

(2) 無向グラフとグラフの頂点集合の部分集合を考える。この頂点部分集合に含まれる頂点をターミナル頂点と呼び、ターミナル頂点をすべて連結する木グラフをシュタイナー木と呼ぶ。無向グラフとターミナル頂点集合が与えられたとき、お互いが頂点を共有しないようなシュタイナー木をできるだけ多く探索するグラフ最適化問題に関する検討を行った。ターミナル集合の数を t とした場合について、多項式時間で動作する $t/2$ 近似アルゴリズムを設計した。また、 $t = 5$ の場合には、多項式時間で動作する2近似アルゴリズムを設計した。

(3) 無向グラフが与えられたときに、ある目標を満たすように辺に付き付けを与えるグラフ有向化問題について検討を行った。目標として、それぞれの頂点から外向きに出る有向辺の数である出次数を値が与えられ、その出次数以下(または以上)の頂点数の数を最大化(または最小化)する問題のアルゴリズム設計を行った。入力を木グラフや外平面グラフに制限した場合には最適解を求める多項式時間アルゴリズムを設計できることを示した。入力例題集合を平面グラフにまで

大きくすると NP 困難になることを示した。また、NP 困難な例題集合に対して準最適解を多項式時間で出力する近似アルゴリズムを設計した。

(4) グラフの中からお互いの距離が短く、頂点数ができるだけ大きくなるような部分グラフを探索するグラフ最適化問題、直径限定部分グラフ探索問題について検討を行った。入力グラフを区間グラフ、弦グラフに制限した場合には、最大の直径限定部分グラフを見つけることができる多項式時間アルゴリズムを設計できた。NP 困難となるような入力例題集合に対しては、近似アルゴリズムを設計した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 14 件)

1. Hiroshi Eto, Takehiro Ito, Zhilong Liu, Eiji Miyano. Approximation algorithm for the distance-3 independent set problem on cubic graphs. Proceedings of the 11th International Conference and Workshops on Algorithms and Computation, 査読有, LNCS10167, pp. 228-240, DOI: 10.1007/978-3-319-53925-6_18 (2017)
2. Hiroshi Eto, Takehiro Ito, Zhilong Liu, Eiji Miyano. Approximability of the distance independent set problem on regular graphs and planar graphs. Proceedings of the 10th Annual International Conference on Combinatorial Optimization and Applications, 査読有, LNCS10043, pp. 270-284, DOI: 10.1007/978-3-319-48749-6_20 (2016)
3. Yuichi Asahiro, Tomohiro Kubo, Eiji Miyano. Experimental evaluation of approximation algorithms for maximum distance-bounded subgraph problems. Proceedings of Joint 8th International Conference on Soft Computing and Intelligent Systems and 17th International Symposium on Advanced Intelligent Systems, 査読有, 巻無, pp. 892-897, DOI: 10.1109/SCIS-ISIS.2016.0193 (2016)
4. Weitian Tong, Eiji Miyano, Randy Goebel, Guohui Lin. A PTAS for the multiple parallel identical multi-stage flow-shops to minimize the makespan. Proceedings of the 10th International Frontiers of Algorithmics Workshop, 査読有, LNCS9711, pp. 227-237, DOI: 10.1007/978-3-319-39817-4_22 (2016)
5. Daiki Hoshika, Eiji Miyano. Approximation algorithms for packing element-disjoint Steiner trees on bounded terminal nodes. IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, 査読有, E99-A, No. 6, pp. 1059-1066, DOI: 10.1587/transfun.E99.A.1059 (2016)
6. Yuichi Asahiro, Hiroshi Eto, Takehiro Ito, Eiji Miyano. Regular induced subgraphs in bipartite and planar graphs. Proceedings of the 19th Japan-Korean Joint Workshop on Algorithms and Computation, 査読有, 巻無, pp. 43-1 - 43-8, DOI 無 (2016)
7. Ei Ando, Akitoshi Kawamura, Masashi Kiyomi, Eiji Miyano, Hirotaka Ono. Logging with maximum length constraint. Proceedings of the 19th Japan-Korean Joint Workshop on Algorithms and Computation, 査読有, 巻無, pp. 71-1 - 71-4, DOI 無 (2016)
8. Yuichi Asahiro, Jesper Jansson, Eiji Miyano, Hirotaka Ono. Degree-constrained graph orientation: Maximum satisfaction and minimum violation. Theory of Computing Systems. 査読有, Vol.58, Issue 1, pp. 60-93, DOI: 10.1007/s00224-014-9565-5 (2016)
9. Yuichi Asahiro, Yuya Doi, Eiji Miyano, Hirotaka Shimizu. Optimal Approximation Algorithms for Maximum Distance-Bounded Subgraph Problems. Proc. 9th Annual International Conference on Combinatorial Optimization and Applications, 査読有, LNCS 9486, pp. 586-600, DOI: 10.1007/978-3-319-26626-8_43 (2015)
10. Yuichi Asahiro, Jesper Jansson, Eiji Miyano, Hirotaka Ono. Graph Orientations Optimizing the Number of Light or Heavy Vertices. Journal of Graph Algorithms and Applications, 査読有, Vol.19, No.1, pp. 441-465, DOI: 10.7155/jgaa.00371 (2015)
11. Keisuke Tahara, Eiji Miyano. Evolutionary Algorithms for the Pursuit Problem. Proc. Joint 7th International Conference on Soft Computing and Intelligent Systems and 15th International Symposium on Advanced Intelligent Systems, 査読有, 巻無, pp. 1321-1326, DOI: 10.1109/SCIS-ISIS.2014.7044840 (2014)
12. Yuichi Asahiro, Hiroshi Eto, Eiji Miyano, Takehiro Ito. Complexity of Finding Maximum Regular Induced Subgraphs with Prescribed Degree. Theoretical Computer Science, 査読

- 有, Vol. 550, pp. 21-35, DOI: 10.1016/j.tcs.2014.07.008 (2014)
13. Daiki Hoshika, **Eiji Miyano**, Approximation Algorithms for Packing Element-Disjoint Steiner Trees on Bounded Terminal Nodes. Proc. 10th International Conference on Algorithmic Aspects of Information and Management (AAIM 2014), 査読有, LNCS, pp. 100-111, DOI: 10.1007/978-3-319-07956-1_10 (2014)
 14. Yuichi Asahiro, Jesper Jansson, **Eiji Miyano**, Hirotaka Ono. Degree-Constrained Graph Orientation: Maximum Satisfaction and Minimum Violation. Proc. 11th International Workshop on Approximation and Online Algorithms (WAOA2013), 査読有, LNCS 8447, pp. 24-36, DOI: 10.1007/978-3-319-08001-7_3 (2014)
- [学会発表] (計 36 件)
1. 有木正, 朝廣雄一, **宮野英次**. アクセス制限付きバッファをもつ再整列問題の計算困難性. 情報処理学会九州支部・火の国情報シンポジウム 2017, 2017 年 3 月 1 日~3 月 2 日, 鹿児島大学 (鹿児島県鹿児島市).
 2. 八木田剛, 朝廣雄一, **宮野英次**. 最小ブロック転送問題に対する $(2-\epsilon)$ 近似アルゴリズム. 情報処理学会九州支部・火の国情報シンポジウム 2017, 2017 年 3 月 1 日~3 月 2 日, 鹿児島大学 (鹿児島県鹿児島市).
 3. 江藤宏, 伊藤健洋, 柳植竜, **宮野英次**. 正則部分グラフに対する距離 d 独立集合問題の近似アルゴリズム. 平成 28 年度日本 OR 学会九州支部・若手 OR 交流会, 2016 年 10 月 29 日~10 月 30 日, 福岡工業大学 FIT セミナーハウス (大分県由布市).
 4. 江藤宏, 川原拓之, **宮野英次**, 野々上夏葵. 部分グラフによる頂点支配問題の計算複雑さについて. 平成 28 年度日本 OR 学会九州支部・若手 OR 交流会, 2016 年 10 月 29 日~10 月 30 日, 福岡工業大学 FIT セミナーハウス (大分県由布市).
 5. 朝廣雄一, 八木田剛, **宮野英次**. 高さを限定した DAG に対する最小ブロック転送問題. 平成 28 年度日本 OR 学会九州支部・若手 OR 交流会, 2016 年 10 月 29 日~10 月 30 日, 福岡工業大学 FIT セミナーハウス (大分県由布市).
 6. 朝廣雄一, 久保智洸, **宮野英次**. ランダムグラフと平面グラフにおける直径限定部分グラフの探索. 平成 28 年度日本 OR 学会九州支部・若手 OR 交流会, 2016 年 10 月 29 日~10 月 30 日, 福岡工業大学 FIT セミナーハウス (大分県由布市).
 7. 野々上夏葵, 江藤宏, **宮野英次**. 複数閉路による支配問題の計算複雑さ. 2016 年度電子情報通信学会九州支部学生講演会, 2016 年 9 月 28 日, 宮崎大学 (宮崎県宮崎市).
 8. 朝廣雄一, 土井悠也, 志水宏宇, **宮野英次**. 距離限定部分グラフ探索問題に対する近似アルゴリズム. 情報処理学会アルゴリズム研究会, 2016 年 6 月 24 日, 石川県教育会館 (石川県金沢市).
 9. Yuichi Asahiro, Yuya Doi, **Eiji Miyano**, Hirotaka Shimizu. Approximation algorithms to find maximum distance-bounded subgraphs. The 9th Asian Association for Algorithms and Computation Annual Meeting, 2016 年 5 月 14 日~5 月 16 日, National Taiwan University, Taipei (Taiwan)
 10. Hiroshi Eto, Zhilong Liu, **Eiji Miyano**. Simple approximation algorithms for the distance-3 independent set problem on cubic graphs. The 9th Asian Association for Algorithms and Computation Annual Meeting, 2016 年 5 月 14 日~5 月 16 日, National Taiwan University, Taipei (Taiwan)
 11. 江藤宏, 柳植竜, **宮野英次**. 立方体グラフにおける距離 3 独立頂点集合問題の近似について. 情報処理学会九州支部・火の国情報シンポジウム 2016, 2016 年 3 月 2 日~3 月 3 日, 宮崎大学 (宮崎県宮崎市).
 12. 野口和久, **宮野英次**, 廣瀬英雄. ホロノミック勾配法を用いた項目反応理論の最尤推定計算. 平成 27 年度日本 OR 学会九州支部・若手 OR 交流会, 2015 年 10 月 30 日~10 月 31 日, 国民宿舎くじゃく荘 (長崎県東彼杵郡).
 13. 林大夢, **宮野英次**. 入札に制限を加えた組合せオークションの勝者決定問題. 平成 27 年度日本 OR 学会九州支部・若手 OR 交流会, 2015 年 10 月 30 日~10 月 31 日, 国民宿舎くじゃく荘 (長崎県東彼杵郡).
 14. 柳植竜, **宮野英次**. 次数限定グラフに対する距離 3 の独立頂点集合問題. 平成 27 年度日本 OR 学会九州支部・若手 OR 交流会, 2015 年 10 月 30 日~10 月 31 日, 国民宿舎くじゃく荘 (長崎県東彼杵郡).
 15. 田平良, **宮野英次**. 合意文字列問題のパラメータ化計算量. 平成 27 年度日本 OR 学会九州支部・若手 OR 交流会, 2015 年 10 月 30 日~10 月 31 日, 国民宿舎くじゃく荘 (長崎県東彼杵郡).
 16. 江藤宏, 川原拓之, **宮野英次**. 単一支配閉路問題の計算複雑さ. 電子情報通信学会コンピュータシミュレーション研究会, 2015 年 10 月 2 日, 法政大学市ヶ谷キャンパス (東京都千代田区)
 17. 有木正, **宮野英次**. キャッシュ意識型モデル, キャッシュ忘却型モデル, キャッ

- シユ適応型モデル上でのアルゴリズム設計. 情報処理学会九州支部 2015 年度若手の会セミナー, 2015 年 9 月 14 日~9 月 15 日, 休暇村 志賀島(福岡県福岡市).
18. 八木田剛, 朝廣雄一, **宮野英次**. 最小ブロック転送問題に対する近似アルゴリズムの改善について. 情報処理学会九州支部 2015 年度若手の会セミナー, 2015 年 9 月 14 日~9 月 15 日, 休暇村 志賀島(福岡県福岡市).
 19. 朝廣雄一, 土井悠也, **宮野英次**. ランダムグラフにおける直径限定部分グラフの最大サイズ. 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2015 年秋季研究発表会, 2015 年 9 月 10 日~9 月 11 日, 九州工業大学工学部(福岡県北九州市).
 20. 川原拓之, 江藤宏, **宮野英次**. 弦グラフおよびスプリットグラフにおける支配巡回閉路問題. 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2015 年秋季研究発表会, 2015 年 9 月 10 日~9 月 11 日, 九州工業大学工学部(福岡県北九州市).
 21. 川原拓之, 江藤宏, **宮野英次**. 部分グラフクラスにおける支配閉路問題の計算複雑さ. 2015 年度電子情報通信学会九州支部学生講演会, 2015 年 9 月 4 日, 福岡大学(福岡県福岡市).
 22. 江藤宏, **宮野英次**. 誘導閉路探索問題に対する計算複雑さ. 夏の LA シンポジウム 2015, 2015 年 7 月 14 日~7 月 16 日, ゆのくに天祥(石川県加賀市).
 23. 江藤宏, **宮野英次**. 頂点削除による 2 部グラフの区間グラフ化問題. 情報処理学会九州支部・火の国情報シンポジウム 2015, 2015 年 3 月 5 日~3 月 6 日, 佐賀大学(佐賀県佐賀市).
 24. 竹田佳祐, **宮野英次**. 複数バッファを用いた文字再整列問題の計算困難性. 情報処理学会九州支部・火の国情報シンポジウム 2015, 2015 年 3 月 5 日~3 月 6 日, 佐賀大学(佐賀県佐賀市).
 25. 朝廣雄一, ジャンソン ジェスパー, **宮野英次**, 小野廣隆. 次数制約のあるグラフ有向化問題の計算複雑さについて. 情報処理学会アルゴリズム研究会, 2014 年 11 月 20 日~11 月 21 日, 大濱信泉記念館(沖縄県石垣市).
 26. 江藤宏, 朝廣雄一, 伊藤健洋, **宮野英次**. 部分グラフクラスに対する閉路探索問題. 平成 26 年度日本 OR 学会九州支部・若手 OR 交流会, 2014 年 10 月 25 日~10 月 26 日, 旅館魚半(佐賀県唐津市).
 27. 土井悠也, 朝廣雄一, **宮野英次**. ランダムグラフ中の最大クリーク・クラブ・クランのサイズ. 平成 26 年度日本 OR 学会九州支部・若手 OR 交流会, 2014 年 10 月 25 日~10 月 26 日, 旅館魚半(佐賀県唐津市).
 28. 田原慶輔, **宮野英次**. パレートフロント導出のための多点探索アルゴリズム. 平成 26 年度日本 OR 学会九州支部・若手 OR 交流会, 2014 年 10 月 25 日~10 月 26 日, 旅館魚半(佐賀県唐津市).
 29. 朝廣雄一, 江藤宏, 伊藤健洋, **宮野英次**. 理想グラフの中の正則部分グラフの探索. 電気・情報関係学会九州連合大会, 2014 年 9 月 18 日~9 月 19 日, 鹿児島大学(鹿児島県鹿児島市).
 30. 土井悠也, 朝廣雄一, **宮野英次**. ランダムグラフにおける最大 2-クランのサイズ. 電気・情報関係学会九州連合大会, 2014 年 9 月 18 日~9 月 19 日, 鹿児島大学(鹿児島県鹿児島市).
 31. 田原慶輔, **宮野英次**. 分散環境に適応させた進化アルゴリズム. 電気・情報関係学会九州連合大会, 2014 年 9 月 18 日~9 月 19 日, 鹿児島大学(鹿児島県鹿児島市).
 32. 江藤宏, 朝廣雄一, 伊藤健洋, **宮野英次**. 次数制約部分グラフ探索問題の計算複雑さ. 譲歩処理学会九州支部若手の会セミナー 2014, 2014 年 9 月 8 日~9 月 9 日, 玄海ロイヤルホテル(福岡県宗像市).
 33. 星加大樹, **宮野英次**. 成分素シュタイナー木埋込問題の近似アルゴリズム. 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2014 年秋季研究発表会, 2014 年 8 月 28 日~8 月 29 日, 北海道科学大学(北海道札幌市).
 34. 星加大樹, **宮野英次**. 成分素シュタイナー木数と成分連結度. 夏の LA シンポジウム 2014, 2014 年 7 月 17 日~7 月 19 日, 半月庵(山口県岩国市).
 35. 朝廣雄一, 江藤宏, 伊藤健洋, **宮野英次**. 次数制約部分グラフ探索問題. 夏の LA シンポジウム 2014, 2014 年 7 月 17 日~7 月 19 日, 半月庵(山口県岩国市).
 36. Yuichi Asahiro, Hiroshi Eto, Takehiro Ito, **Eiji Miyano**. Maximum r-regular induced subgraph problems for chordal bipartite graphs. Seventh Asian Association for Algorithms and Computation Annual Meeting, 2014 年 5 月 17 日~5 月 19 日, Zhejiang University, Hangzhou (China).
- [その他]
ホームページ等
- ① <http://theory.ces.kyutech.ac.jp/~miyano/publication.html>
 - ② <http://theory.ces.kyutech.ac.jp/~miyano/talk-j.html>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

宮野 英次 (MIYANO, Eiji)

九州工業大学・大学院情報工学研究院・教授

研究者番号: 10284548