様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９－１、Ｚ－１９　（共通）

科研費
KAKENHI

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

平成 ３０ 年　 ６ 月 １５ 日現在

機関番号：１４４０１
研究種目：基盤研究(C)（一般）
研究期間：2014～2017
課題番号：２６３３００３９

研究課題名（和文）スパース因子分析の研究開発

研究課題名（英文）New Developments in Sparse Factor Analysis

研究代表者
足立　浩平（Adachi, Kohei）

大阪大学・人間科学研究科・教授

研究者番号：６０２９９０５５

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　3,500,000円

研究成果の概要（和文）：データとして観測される諸現象の原因になり得る諸要因を探り出す統計解析法が因子分析である．例えば，テストの諸問題の得点を現象とすれば，要因は各種の能力となる．通常の因子分析を改良して，関係する現象と要因のペアを計算によって見出そうとする方法がスパース因子分析である．このための既存のアプローチは，関係の強さが閾値以下であれば無関係と見なす方法であるが，閾値を連続・無限の実数値から選択する事を要する．この難点を回避するため，本研究では，無関係な要因と現象のペアの数を指定すれば解が得られるスパース因子分析法を開発した．ペアの数は離散・有限の整数であるので，全ペア数に対する解の中から，最良な解を選べる．

研究成果の概要（英文）：Factor analysis (FA) is a statistical procedure for finding the factors that can cause the phenomena observed as data. For example, when the phenomena observed are scores of tests, their factors are abilities. Sparse FA refers to the modified FA which purposes to computationally identify the pairs of phenomena to the related factors. The existing approach for this purpose is to dissociate the phenomena from the factors with their magnitudes of the relationships to the phenomena below a threshold. A difficulty in this approach is in the necessity of selecting the threshold among infinite continuous real values. For dealing with this difficulty, a sparse FA procedure was developed whose solution can be obtained once the number of unrelated pairs of phenomena to factors. As that number can be selected among restricted discrete integers, the best solution can be chosen among the ones for all pairs.

研究分野：統計科学

キーワード：多変量解析　因子分析　主成分分析　スパース推定　カーディナリティ制約　行列分解　スパーセスト推定　因子モデル選択

1．研究開始当初の背景

列中心化された個体×変数のデータ行列を $\mathbf{X}$ と表し，個体×因子の得点行列を $\mathbf{F}$，変数×因子の負荷行列を $\mathbf{A}$ と表そう．**最小二乗法**に基づけば，主成分分析(PCA)は，

$$\min_{\mathbf{F},\mathbf{A}} f_{PC} = \|\mathbf{X} - \mathbf{F}\mathbf{A}'\|^2 \quad \text{s.t.} \quad n^{-1}\mathbf{F}'\mathbf{F} = \mathbf{I} \ (\text{単位行列}) \qquad (1)$$

(s.t.は subject to の略)と定式化でき，因子分析(FA)は，独自因子行列 $\mathbf{U}$ と独自分散の平方根を含む対角行列Ψもパラメータとなり，

$$\min_{\mathbf{F},\mathbf{A},\mathbf{U},\Psi} f_{FA} = \|\mathbf{X} - \mathbf{F}\mathbf{A}' - \mathbf{U}\Psi\|^2 \ \text{s.t.} \quad n^{-1}\mathbf{F}'\mathbf{F}=\mathbf{I}; \quad n^{-1}\mathbf{U}'\mathbf{U}=\mathbf{I}; \quad \mathbf{F}'\mathbf{U}=\mathbf{O}(\text{零行列}) \qquad (2)$$

のように(1)の拡張版で定式化できる．なお，(2)は科研費補助を受けた Adachi(2012)に基づく．

多くの**0 要素**を持つ**負荷**行列 $\mathbf{A}$ を求めるため PCA を改良した**スパース PCA** の諸方法が，過去 10 年間に考案されてきたが(e.g., Zou, et al, 2006)，いずれも，$\mathbf{A}$ が非 0 要素を持つことを罰する**ペナルティ**関数 $Pen(\mathbf{A})$のλ 倍を PCA の目的関数に加えた関数を最小化する問題

$$\min_{\mathbf{F},\mathbf{A}} f_{PC} + \lambda Pen(\mathbf{A}) \quad \text{s.t.} \quad n^{-1}\mathbf{F}'\mathbf{F} = \mathbf{I} \quad (\text{or 他の正規化条件}) \qquad (3)$$

として定式化できる．ここで，**ウェイト**λ は，所与の正の定数である．

以上のスパース PCA によって，多くの要素が 0 であり，非零要素だけに着目すればよいため，解釈が容易なスパースな負荷行列が得られる．ここで，解のスパースさは**ウェイト** λ の値で決まる．以上のスパース PCA には改良の余地があることと，スパース FA の未開発が，**研究動機**の主要部である．

以上に関連する**既存手法**に，回転と事前 0 固定がある．**回転**とは，$\mathbf{F}\mathbf{A}' = \mathbf{F}\mathbf{T}'^{-1}(\mathbf{A}\mathbf{T}')'$ より $\mathbf{A}\mathbf{T}'$ も負荷行列と見なせることから，$\mathbf{A}\mathbf{T}'$を**疑似スパース化**する手続きを指す．一方，**事前 0 固定**とは，非零要素の選択をユーザーが行う**主観スパース化**であり，FA の分野で **CFA** と呼ばれる．

2．研究の目的

要素の多くが **0** である**スパース**な**行列**は，科学哲学でいう **Parsimony** を実現し，**行**と**列のリンク**が**明瞭**なため，変数×因子の**スパース**な**負荷行列**を求めるために主成分分析(PCA)を修正した**スパースPCA**は近年活発な研究領域である．本研究では，既存法の難点を克服した**新たなスパース PCA** を開発した後，PCA の拡張でもある**因子分析**(FA)のスパース手法，つまり，[1]負荷行列の中で **0 とすべき要素の同定**と[2] **非 0** 負荷量の**値の推定**を，単一の計算で**同時・最適**に行う**スパース FA** を開発する．既存 FA は，負荷行列の 0 要素を**ユーザー**が決める**確認的** FA(CFA)と，負荷行列を**回転**して疑似スパース化する**探索的** FA(EFA)に二分されるが，本研究で開発するスパース FA は**第 3 の FA** として，CFA を**自動・客観**化し，EFA の回転が行うスパース化の**疑似性**を**回避**するものと位置づけられる．

3．研究の方法

各種のスパース FA/PCA の**モデル**を着想した上で，**ペナルティ関数**を用いること**なく**，そのパラメータを求めるための**アルゴリズム**を開発する．

開発したアルゴリズムのコンピュータ・**プログラム**を作成して，モデルから発生した人工データに適用して，パラメータの真値の再現精度の評価などを行う**シミュレーション**を実施する．

開発したスパース FA を**実データ**に適用して，有用性を例証する．さらに，開発手法の数理的性質を考究する．

4．研究成果

研究を[A]～[D]に分類して，成果を記す．

[A] **ペナルティなしのスパース** PCA.

次のように定式化されるスパース PCA を提案した．

$$\min_{\mathbf{F},\mathbf{A}} f_{PC} = \|\mathbf{X} - \mathbf{F}\mathbf{A}'\|^2 \ \text{s.t.} \quad \boldsymbol{SP}(\mathbf{A}) = c \ (\text{特定の整数}); \ n^{-1}\mathbf{F}'\mathbf{F} = \mathbf{I}. \qquad (4)$$

ここで，$\mathbf{B} = n^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{F}$ とおけば，目的関数が $f_{PC} = \|\mathbf{X} - \mathbf{F}\mathbf{B}'\|^2 + n\|\mathbf{B} - \mathbf{A}\|^2$ と**分割**され，

$$\|\mathbf{B} - \mathbf{A}\|^2 \qquad (5)$$

だけが $\mathbf{A}$ の**関数**部となるため，簡潔なステップの**交互反復**によって(4)が達成される．さらに，上記の解法を効率化して，もとのデータ $\mathbf{X}$ がなくても，**共分散行列** $\mathbf{S} = n^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{X}$ **さえあれば** $\mathbf{A}$ の解が得られるアルゴリズムを開発した．ここで，(4)の問題は**局所最小解**に陥りやすい点にあるが，複数ランダム初期値から帰結する**複数解**の中で最小 f_{PC} の解を選ぶ手続きによって，この問題に対処した．

一定の正規性仮定のもとで f_{PC} の最小化と**最尤法**は一致することを証明して，**BIC** を c の選択に使う方法を提案した．**真の** c(0 要素数), $\mathbf{A}$, $\mathbf{F}$ に基づく**人工データ**「$\mathbf{X} = \mathbf{F}\mathbf{A}'$+**正規誤差**」に提案スパース PCA と BIC による c 選択を適用して，**真の** c の**選択率**，および，**解の** $\mathbf{A}$ と**真の** $\mathbf{A}$ の**合致度**をみた結果，十分な精度の合致が確認された．さらに，**実データ**への適用による提案手法の有用性を例証した．

[B] **最小二乗スパース直交** FA.

LS スパース直交 FA

$$\min_{\mathbf{F},\mathbf{A},\mathbf{U},\Psi} f_{FA} = \|\mathbf{X} - \mathbf{F}\mathbf{A}' - \mathbf{U}\Psi\|^2 \ \text{s.t.} \quad \boldsymbol{SP}(\mathbf{A}) = c; \quad n^{-1}\mathbf{F}'\mathbf{F}=\mathbf{I}; \ n^{-1}\mathbf{U}'\mathbf{U}=\mathbf{I}; \ \mathbf{F}'\mathbf{U}=\mathbf{O} \qquad (6)$$

を提案した．ここで，ブロック行列 $\mathbf{Z} = [\mathbf{F},\mathbf{U}]$ と $\mathbf{V} = [\mathbf{A},\Psi]$を用いれば，目的関数は $f_{FA}=\|\mathbf{X} - \mathbf{Z}\mathbf{V}'\|^2$ と表せ，$\mathbf{F}$ と $\mathbf{U}$ の 3 制約条件は $n^{-1}\mathbf{Z}'\mathbf{Z}=\mathbf{I}$ に要約されるので，$\mathbf{B} = n^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Z}$ と定義すれば，[A]の場合と同様に，$\mathbf{A}$ の**関数部**は(5)式で表せる．従って，**F ステップ**の $\mathbf{F}$ を $\mathbf{Z}$ に，$\mathbf{A}$ を $\mathbf{V}$ に**代えた**アルゴリズムによって，(6)が達成

される．

(6)と FA の最尤法は一致しないが，尤度に基づく **BIC** を c(最適 0 要素数)選択に用いる**根拠**を**数値的**に得るために，(6)の分析結果で 0 となる **A** の要素を 0 に**固定**して行う**最尤 CFA** の解と，(6)の解が**近似**することを数値的に確認でき，**BIC** を 0 要素数の選択に用いることにした．

シミュレーションの結果，上述のアルゴリズムと c の選択法によって，パラメータ行列の十分な**真値再現精度**を確認できた．さらに，実データの解析で，提案法の有用性を例証した．

[C] **変数クラスタリング** FA.

各変数が**単一因子**に**負荷**する **A** を求める**スパース FA の特殊ケース**を考えた． これは，変数を，それが負荷する因子によって，**クラスタリング**する手法と見なせる．最小二乗・最尤法のいずれでも，この方法の目的関数は，**A** の第 i 行ベクトル $\mathbf{a}_i'$の関数として

$$g_i(\mathbf{a}_i) = \mathbf{a}_i'\mathbf{Q}\mathbf{a}_i - 2\mathbf{c}_i'\mathbf{a}_i c_{ij} a_{ij} + \text{定数} \qquad (7)$$

という形に書き下せ，$\mathbf{a}_i$ の要素は**一つを除いて 0** という**制約**のもとでの(7)の最小化は**容易**である．そこで，$\mathbf{a}_1, \ldots, \mathbf{a}_p$ と他のパラメータのそれぞれを求めるステップを交互反復する解法を開発した．シミュレーションによって，解法の精度を確認し，実データ解析によって，開発手法の有用性を例証した．

上述の開発手法の目的は，既存の探索的 FA の**回転**の後に，**CFA** を使って達成できる．この方法と，開発手法の解の再現精度を比較した結果，開発手法の方が優れることが示された．

[D] **最尤スパース斜交** FA.

所与の **S**, **Q**, **C** に対する**負**の**期待完全データ**対数**尤度**の最小化

$$\min_{\mathbf{A},\Psi,\Phi} \mathrm{tr}(\mathbf{S}+\mathrm{tr}\mathbf{AQA}'-2\mathrm{tr}\mathbf{CA}')\Psi^{-1}+\log|\Phi| + \mathrm{tr}\mathbf{Q}\Phi^{-1} + \Sigma_i \log\psi_i^2 \quad \text{s.t.} \quad \boldsymbol{SP}(\mathbf{A}) = c \qquad (8)$$

として M ステップが定義される **EM アルゴリズム**を考え，これを解法とするスパース FA を開発した．

(8)を，ペナルティ関数を用いずに達成するため，**レイリー商**に基づく不等式から導かれる**優関数法**を用いた．さらに，斜交解では，**因子相関**行列の推定も M ステップの課題になるが，これを達成するため，因子相関行列を，因子×因子の行列の前からその転置行列を乗じた積によってリパラメトライズした上で，積の対角行列が 1 となるように制約した上で，**勾配射影アルゴリズム**によって，因子×因子の行列の最適解を求めることにした．

以上の斜交スパース FA のアルゴリズムの挙動を調べるために，シミュレーション研究を行った．その結果，一定の精度での良好な挙動が見出された．さらに，開発した手法の有用性を例証するために，真の構造が経験的に知られる実データに適用した結果，真の構造を示す解が得られ，開発手法の妥当性を確認できた．

なお，開発手法の基礎となる優関数法の効能を調べるため，それを用いた **Cardinality 制約重回帰分析**と，ペナルティ関数法の出発点となった **Lasso** 重回帰分析との比較を行った．その結果，個体数が変数の数より多いケースでは，前者の方が優れた性能を示して，開発した斜交スパース FA の妥当性が傍証された．

引用文献

Adachi, K. (2012). Some contributions to data-fitting factor analysis with empirical comparisons to covariance-fitting factor analysis. *Journal of the Japanese Society of Computational Statistics*, **25**, 25-38.

Zou, D. M., Hastie, T., Tibshirani, R. 2006. Sparse principal component analysis. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, **15**, 265-286.

５．主な発表論文等
（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 8 件）

① Nickolay T. Trendafilov, Sara Fontanella & Kohei Adachi (2017). Sparse exploratory factor analysis. *Psychometrika*, 査読有, 82(3) 778-794, DOI: https://doi.org/10.1007 /s11336-017-9575-8

② Kohei Adachi & Nickolay T. Trendafilov (2017). Sparsest factor analysis for clustering variables: A matrix decomposition approach, *Advances in Data Analysis and Classification*, 査読有, (in Press) available as 'Online First', DOI: https://doi.org/10.1007/ s11634-017-0284-z

③ Kohei Adachi & Nickolay T. Trendafilov (2016). Sparse principal component analysis subject to prespecified cardinality of loadings. *Computational Statistics*, 査読有, Vol. 31, No. 4, 1403-1427. DOI: https://doi.org/10.1007 /s00 180-015-0608-4

④ Hiroki Ikemoto & <u>Kohei Adachi</u> (2016). Sparse Tucker2 analysis of three-way data subject to a constrained number of zero elements in a core array, *Computational Statistics and Data Analysis*, 査読有, 98, 1-18 , https://doi.org/ 10.1016 /j.csda.2015.12.007

⑤ Kohei Uno, Hironori Satomura, & Kohei Adachi (2016). Fixed factor analysis with clustered factor score constraint. *Computational Statistics and Data Analysis*, 査読有, Vol. 94, 265-274, DOI: https://doi.org/ 10.1016 /j.csda.2015.08.010

⑥ Nickolay T. Trendafilov & Kohei Adachi (2015) Sparse versus simple structure loadings. *Psychometrika*, 査読有, 80(3), 776-790, DOI: https://doi. org /10.1007/s11336 -014-9416-y

⑦ Kohei Adachi (2015). A new algorithm for generalized least squares factor analysis with a majorization technique. *Open Journal of Statistics*, 査読有, Vol. 5, 165-172, DOI: https://doi. org / 10.4236/ojs.2015.53020

⑧ 足立浩平 (2015). 因子分析への行列集約アプローチ, 日本統計学会誌, 査読有, 44 巻, 2 号, 363-382 DOI: https://doi.org/ 10.11329/jjssj.44.363

〔学会発表〕（計 57 件）

① Cai Jingyu, 足立浩平. Cardinality Constrained Factor Analysis Feasible for Oblique and High-Dimensional Cases, 第 12 回日本統計学会春季集会, 2018 年 03 月.

② Kohei Adachi. Group-L1-Norm Based Sparse MDS for Hierarchical Clustering, 日本分類学会第 36 回, 日本分類学会第 36 回予稿集, 2017 年 12 月.

③ Jingyu Cai & Kohei Adachi. High- dimensional EM Factor Analysis with Clustering Variables, 日本分類学会第 36 回, 日本分類学会第 36 回大会予稿集, 2017 年 12 月.

④ Kohei Adachi & Henk A L Kiers.　Sparse Regression Without Using a Penalty Function, , 2017 年度統計関連学会連合大会, 2017 年 09 月, 会議報告/口頭発表

⑤ 辻井 岳・足立浩平. 自己距離のスパース化を伴う非対称多次元尺度構成法 －グループ L1 ノルム正則化を用いた方法－, 2017 年度統計関連学会連合大会, 2017 年 09 月.

⑥ Naoto Yamashita & Kohei Adachi. Layered Multivariate Regression with Its Applications, , IFCS2017, 2017 年 08 月, 国際会議（proceedings なし）

⑦ Kohei Adachi & Henk A. L. Kiers. Cardinality-Constrained Multiple Regression with Comparisons to Lasso Regression,　IFCS2017, 2017 年 08 月.

⑧ Naoto Yamashita & Kohei Adachi. Layered Multivariate Regression with Its Applications, , Conference of the International Federation of Classification Societies 2017, 2017 年 08 月.

⑨ Naoto Yamashita & Kohei Adachi. SPARK: A New Clustering Algorithm for Obtaining Sparse and Interpretable Centroid ,　International Meeting of Psychometric Society, 2017, 2017 年 07 月.

⑩ Li JiYao & Kohei Adachi , Cross Data Biclustering for Multiple Matrices of Different Sizes and Sources, International Meeting of Psychometric Society, 2017 年 07 月.

⑪ Kohei Adachi & Nickolay T. Trendafilov, Matrix Results for Elucidating the Essence of Factor Analysis, International Meeting of Psychometric Society, 2017, 2017 年 07 月

⑫ Naoto Yamashita, Kohei Adachi.　SPARK: A New Clustering Algorithm for Obtaining Sparse and Interpretable Centroids , , Quantitative Psychology, The 82nd Annual Meeting of the Psychometric Society, Zurich, Switzerland, 2017, 2017 年 07 月.

⑬ 辻井 岳・足立浩平, 自己距離を制約した非対称ノンメトリック多次元展開法, 日本計算機統計第 31 回大会講演論文集, 3-6, 2017 年 05 月.

⑭ 足立浩平, Optimality of Singular Value Decomposition for Common Reduced Rank Approximation of Different-Sized Matrices with Subsequent Rotation , 日本計算機統計第 31 回大会講演論文集, 141-144, 2017 年 05 月.

⑮ 足立浩平, 因子分析の正体, 統計数理研究所共同研究「複雑多変量データの解析法に関する研究」研究会, 2017 年 03 月.

⑯ Li JiYao, 足立浩平, Cross Data Clustering of the Rows and Columns in Different Data Matrices, 第 11 回日本統計学会春季集会, 2017 年 03 月.

⑰ JiYao Li & Kohei Adachi, Biclustering of objects and variables with group average parameters, 日本計算機統計学会第 30 回シンポジウム講演論文集,　27-30, 2016 年 11 月.

⑱ 足立浩平. 計算機統計学的な統計教育の実践例, 2016 年度統計教育大学間連携ネットワーク(JINSE)シンポジウム, 2016 年 10 月.

⑲ Kohei Adachi & Nickolay T. Trendafilov , Sparsest factor analysis of gene expression data, 2016 International Conference for JSCS 30th Anniversary in Seattle, 2016 年 10 月.

⑳ 池本大樹・Henk A.L. Kiers・足立浩平, 三相主成分分析法における各配列のスパース推定－補助関数法を用いた方法－,　2016 年度統計関連学会連合大会講演報告集, 18, 2016 年 09 月.

21 Kohei Adachi & Nickolay T. Trendafilov, Some Matrix Results for Comprehensive Factor Analysis,　2016 年度統計関連学会連合大会講演報告集, 93, 2016 年 09 月.

22 Kohei Adachi & Nickolay T. Trendafilov, Some Mathematical Notes on Comprehensive Factor Analysis,　COMPSTAT2016, 2016 年 08 月.

23 Hiroki Ikemoto, Henk A. L. Kiers, & Kohei Adachi, Sparse Three-way PCA for Selecting the Optimal Model Between Tucker2 and Parafac, The 4th Institute of Mathematical Statistics Asia Pacific Rim Meeting, 2016 年 06 月.

24 Kohei Adachi & Nickolay T. Trendafilov, A Matrix-Intensive Formulation of Factor Analysis with Specific Factors Dissociated From Errors, The 4th Institute of Mathematical Statistics Asia Pacific Rim Meeting, 2016 年 06 月.

25 池本大樹, Henl A.L. Kiers, 足立浩平, Sparse Core Tucker Factorization with a Majorization Approach, 日本計算機統計学会第 30 回大会講演論文集, pp. 137-140, 2016 年 05 月.

26 Kohei Adachi & Patrick J.F. Groenen, Contributions of Dutch Matricians to Computational Statistics, 日本計算機統計学会第 30 回大会講演論文集, pp. 63-66, 2016 年 05 月.

27 池本大樹・足立浩平, スパースな核配列をもつ三相主成分分析法—因子回転法との比較—, 日本分類学会第 34 回大会予稿集, pp. 15-17, 2016 年 03 月.

28 池本大樹・H. A. L. Kiers・足立浩平, Three-way principal component analysis with constrained cardinality of a core matrix: A case of oblique component, 統計数理研究所共同研究「行列分解型多変量データ解析法に関する研究」研究会, 2016 年 02 月.

29 Kohei Adachi & Nickolay T. Trendafilov, Comprehensive Factor Analysis by a Matrix Decomposition Approach, Book of Abstracts, CFE-CMStatistics 2015, p. 96, 2015 年 12 月.

30 足立浩平, Some Theorems for Matrix Decomposition Factor Analysis, 日本計算機統計学会 第 29 回シンポジウム講演論文集, 89-92, 2015 年 11 月.

31 仲 大樹・足立浩平, 離散値制約によるファジィクラスタリング, 日本計算機統計学会 第 29 回シンポジウム講演論文集, 139-142, 2015 年 11 月.

32 Kohei Adachi & Nickolay T. Trendafilov, Factor Analysis of High-Dimensional Data with Clustering Variables, Proceedings of the 2015 International Workshop for JSCS 30th Anniversary in Okinawa, pp. 15-16, 2015 年 10 月.

33 Kohei Adachi, Higher rank approximation and matrix decomposition factor analysis, 2015 年度統計関連学会連合大会講演報告集, 37-37, 2015 年 09 月.

34 宇野光平・足立浩平, 行列モデル因子分析における因子得点の計算, 日本行動計量学会第 43 回大会抄録集, 338-341, 2015 年 09 月.

35 Hiroki Ikemoto & Kohei Adachi, Sparse core Tucker2 for computationally identifying the optimal model between parafac and Tucker2, International Meeting of Psychometric Society, 2015, 2015 年 07 月.

36 Kohei Uno & Kohei Adachi, Clustered factor score identification in matrix-factorization factor analysis, International Meeting of Psychometric Society, 2015, 2015 年 07 月.

37 Kohei Adachi, Psychometrics in Japan, International Meeting of Psychometric Society, 2015, 2015 年 07 月.

38 宇野光平・足立浩平, 制約付き因子得点による個体の判別, 日本計算機統計学会第 29 回大会講演論文集, 57-58, 2015 年 05 月.

39 Kohei Adachi & Nickolay T. Trendafilov, Sparse structural equation modeling for finding inter-factor causal relationships, 日本計算機統計学会第 29 回大会講演論文集, 53-56, 2015 年 05 月.

40 宇野光平・足立浩平, 行列モデル因子分析における因子得点の不定性の解消と因子得点のクラスター化, 日本分類学会 第 33 回大会, 2015 年 03 月.

41 宇野光平・足立浩平, 因子得点のクラスタリングを伴う母数モデルの因子分析, 第 9 回日本統計学会春季集会, 2015 年 03 月.

42 足立浩平, 三相主成分分析の統合的理解に向けて, 北海道大学情報基盤センター 第 30 回大規模データ科学研究会, 2015 年 02 月.

43 Kohei Uno & Kohei Adachi, Fixed Factor Analysis with Clustering Observations, Book of Abstract, CFE-ERCIM 2014, p. 178, 2014 年 12 月.

44 Kohei Adachi & Nickolay T. Trendafilov, Sparse SEM: Computational Identification of Inter-Factor Relations in Confirmatory Factor Analysis, Book of Abstracts, CFE-ERCIM, p. 101, 2014 年 12 月.

45 Kohei Adachi, Sparse Path Analysis: Computational Identification of Causality between Explanatory and Dependent Variables, 日本計算機統計学会第 28 回シンポジウム講演論文集, pp. 223-226, 2014 年 11 月.

46 Kohei Adachi & Nickolay T. Trendafilov, Confirmatory Factor Analysis with Penalty-free Sparse Estimation, Kyoto International Conference on Modern Statistics in the 21st Century, p. 46, 2014 年 11 月.

47 足立浩平・中村裕子・池本大樹, 三相主成分分析の階層関係と新展開, 2014 年度統計関連学会連合大会講演報告集, 113-113, 2014 年 09 月.

48 宇野光平・足立浩平, 因子の不確定性を利用したクラスター化因子得点のプロクラステス同定, 2014 年度統計関連学会連合大会講演報告集, 64-64, 2014 年 09 月.

49 足立浩平, ブロック行列分解による因子分析の諸性質, 日本心理学会第 78 回大会発表論文集, 512-512, 2014 年 09 月.

50 宇野光平・足立浩平, クラスタリングを伴う母数因子分析の交互反復解法, 日本行動計量

学会第 42 回大会抄録集, 362-365, 2014 年 09 月.

51 池本大樹・足立浩平, 各配列の零要素数を制約した Tucker2 主成分分析, 日本行動計量学会第 42 回大会抄録集, 284-287, 2014 年 09 月.

52 山口奈津実・足立浩平, PARAFAC の拡張 ― 成分リンク行列の置換を許す方法 ―, 日本行動計量学会第 42 回大会抄録集, 62-65, 2014 年 09 月.

53 Sara Fontanella, Nicholay Trendafilov, and Kohei Adachi, Sparse exploratory factor analysis, Proceedings of COMPSTAT 2014: 21st International Conference on Computational Statistics, ISBN: 978-2-8399-1347-8, pp. 281-288, 2014 年 08 月.

54 Kohei Adachi and Nickolay Trendafilov, Penalty-free sparse PCA, Proceedings of COMPSTAT 2014: 21st International Conference on Computational Statistics, ISBN: 978-2-8399-1347-8, pp. 197-203, 2014 年 08 月.

55 Hiroshi Ikemoto & Kohei Adachi, ScTucker3: Three-Mode Sparse Principal Component Analysis Subject to the Constrained Cardinality of a Core Matrix, The 3rd Institute of Mathematical Statistics Asa Pacific Rim Meeting, 357, 2014 年 07 月.

56 Kohei Adachi, A Covariance-Based Algorithm for Matrix Factorization Factor Analysis Viewed as Higher Rank Approximation, The 3rd Institute of Mathematical Statistics Asa Pacific Rim Meeting, 158, 2014 年 07 月.

57 Kohei Adachi & Nickolay T. Trendafilov, Factor Analysis for Clustering Variables with EM Algorithm, 日本計算機統計学会第 28 回大会講演論文集, 159-162, 2014 年 05 月.

〔図書〕(計 9 件)

① 森 裕一・黒田 正博・足立 浩平, (2017) 最小二乗法・交互最小二乗法, 共立出版, ＩＳＢＮ, 978-4-320-11254-4. 120 頁

② 岩崎 学・足立浩平・渡辺美智子・宿久 洋・芳賀麻誉美 (2017) 統計学Ⅲ: 多変量データ解析法 オフィシャル スタディノート, 日本統計協会, ＩＳＢＮ 978-4-8223-3946-3. 197 頁

③ 美添泰人・竹村彰通・宿久 洋 (編) (2017) 現代統計学 「3 章 重回帰分析, 4 章 主成分分析と因子分析, 5 章 正準相関分析と多重対応分析, 6 章 クラスター分析と判別分析」60 頁, 足立浩平, 日本評論社.

④ Kohei Adachi (2016) Matrix-Based Introduction to Multivariate Data Analysis, , Springer, ＩＳＢＮ, 978-981-10-2340-8, 2016 年 10 月, 301 頁

⑤ Toshio Sakata (Ed.) (2016) Applied Matrix and Tensor Variate Data Analysis , pp. 1-21, Three-Way Principal Component Analysis with Its Applications to Psychology, Kohei Adachi , Springer , ＩＳＢＮ, 978-4-431-55387-8

⑥ 統計教育大学間連携ネットワーク監修 (2015) 数学セミナー54 巻 8 号 「正準相関・多重対応・判別・クラスター分析」, 66-72 頁, 足立浩平, 日本評論社, ＩＳＳＮ, 03864960

⑦ 統計教育大学間連携ネットワーク監修 (2015), 数学セミナー54 巻 7 号 「主成分分析と因子分析」, 69-75 頁, 足立浩平, 日本評論社, ＩＳＳＮ, ISSN0386-4960, 2015 年 06 月

⑧ 統計教育大学間連携ネットワーク監修 (2015) 数学セミナー54 巻 6 号「重回帰分析」, 69-75 頁, 足立浩平, 日本評論社, ＩＳＳＮ, 0386-4960

⑨ M. Carpita, et al. (Ed) (2014) Advances in latent variables (), pp. 227-239, Sparse orthogonal factor analysis, Kohei Adachi & Nickolay T. Trendafilov, Springer, ＩＳＢＮ, 978-3-319-02966-5.

〔産業財産権〕

○出願状況（計 0 件）

○取得状況（計 0 件）

〔その他〕
ホームページ等

６．研究組織
(1)研究代表者
足立 浩平（ADACHI KOHEI）
大阪大学・大学院人間科学研究科・教授
研究者番号： 60299055