

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 9 日現在

機関番号：13902

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2016

課題番号：26350192

研究課題名(和文) 作図ツールを中心としたタブレット端末用数学ソフトの開発と授業実践に関する研究

研究課題名(英文) Mathematical educational software development for tablets and lesson study using it - focusing on dynamic geometry software -

研究代表者

飯島 康之 (Iijima, Yasuyuki)

愛知教育大学・教育学部・教授

研究者番号：30202815

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,700,000円

研究成果の概要(和文)：2010年のiPadの登場が、教育用ソフト開発に投げかけた課題を、(1)いろいろな種類の機器で利用可能にするための対処の必要性、(2)インストールの円滑化や管理コストの削減に対する対処の必要性、(3)オンライン、オフラインへの対処の必要性、(4)タブレット独自の特徴への対処、(5)既存のソフトとの連続性・互換性として捉えた。

そして、動的幾何ソフトGC/html5の新規開発にあたり、HTML5+JavaScriptによる開発方法によって、これらの問題を解消するソフト開発を行うとともに、さまざまな学校での研究授業等を行うことによって、十分に実用性があることを検証した。

研究成果の概要(英文)：The emergence of tablet devices has created a new task for software development. To develop new version of Geometric Constructor(one of the dynamic geometry software) solving this problem, I made five requirements; (1) that it is a software which is used in multi-devices such as PC, iPad, Android, (2) that it does not need installation, (3) that it can be used in on-line and off-line, (4) that it can be used with multi-touch interface to investigate figures, and (5) that it contains almost all features of GC/Win. In order to meet these requirements, the new version of GC (GC/html5) was developed based upon HTML5 and JavaScript. Development of GC/html5 and its use in many lessons shows that it meets these requirements. From this, we can infer that (1) we can develop educational software like GC/html5, which can be used with multi-devices, based upon HTML5 and JavaScript, and (2) the concept of combined file is important in order to clear the requirement about on-line and off-line use.

研究分野：数学教育学

キーワード：数学教育 科学教育 教育用ソフト開発 数学的探究 図形指導 授業研究

1. 研究開始当初の背景

本研究の基盤となっているのは、数学的な意味で図形を作図・変形等を行い、数学的探究を支援するために開発された作図ツール(動的幾何ソフト、dynamic geometry software と呼ばれる)という種類の教育用数学ソフトである。このような教育用数学ソフトを使う機器は、これまで PC が中心だった。Windows アプリケーションとしての開発や、Java, flash なども含めた web アプリケーションなどの手法で開発されてきた。これに対して、2010年に登場した iPad は、そのような従来の開発手法が通用しないという意味で、教育用ソフト開発の在り方に一石を投じた。これからの教育用ソフト開発の在り方を再検討する上で、一つの転機になっていると認識した。

2. 研究の目的

筆者は、この研究に先立ち、既存の GC/Win の機能を段階的に GC/html5 に移植し、研究を進めてきたが、このソフト開発を GC/Win と同等程度まで高めるとともに、その手法(HTML5 + JavaScript)が、さまざまな教育用ソフト開発に対して有効であることを示すことが目的である。

3. 研究の方法

まず、iPad の登場に象徴される一連の事柄は、教育用ソフト開発にとって、どういう問題を投げかけているのか、それを明らかにする。

そこで提起された問題に対して、本研究では、どのような取り組みによって、それを解決しようとするのか、その立場を明確にする。

本研究の方法で開発したソフトは、所与の要件をクリアしたかどうかを確かめる。

さらに、多くの教育実践を行うことによって、それは実用的な意味でも問題なく利用できるのかどうかを検証する。

4. 研究成果

まず最初に、2010年の iPad の登場により、動的幾何ソフトの周辺にみられる問題状況を、次の5つの点にまとめた。

P1: いろいろな種類の機器で利用可能にするための対処の必要性

P2: インストールの円滑化や管理のコストの削減に対する対処の必要性

P3: オンライン・オフラインへの対処の必要性

P4: タブレット独自の特徴(マルチタッチなど)への対応

P5: 既存のソフトとの連続性・互換性

そして、少なくとも 2015 年の時点においては、海外の動的幾何ソフトはそれぞれの機器に合わせたネイティブアプリを開発し、データ互換性を持たせるという方法が採用されていることがわかった。

それに対して、GC/html5 での新規開発では、上記の 5 つの点をクリアするために、次の 5 つの要件を設定した。

R1: 一つのソフトでマルチデバイス対応

R2: インストール不要等による管理コストの削減

R3: オンラインでの利用を基本としつつも、オフラインにも対応する

R4: マルチタッチ対応

R5: GC/Win のほぼすべての機能を実現する

これを実現するために、本研究では、HTML5+JavaScript という開発方法を採用した。つまり、インターフェイスを HTML5 で提供される部品によって構成し、その上での制御を JavaScript で記述するという方法である。この方法の場合、機種依存性が解決される一方、HTML5 に共通のインターフェイスに限定される等の制約も生まれるが、GC/html5 くらいの動的幾何ソフトを実現する上では、ほぼ問題なく表現することができた。

また、オンライン・オフラインへの対処に関しては、オフライン時に web storage を利用することと同時に、オンラインでの保存時に、いわゆる図形データのオンライン保存のみでなく、GC 本体と図形を結合した単一化ファイルを生成することによって、かなり柔軟な利用が可能になった。Windows など、ファイルへのアクセスが容易な機器の場合には、GC 本体から、それぞれの図形ファイルの読み書きを行うことによって、exe ファイルとほぼ同等の動きをすることができる。一方、iOS のようにローカルな図形ファイルの読み書きに支障がある場合、基本をオンラインでの利用としながらも、オフラインへの対応としては、それぞれの単一化ファイルを、dropBox 等で配信することによって、問題なく利用できることになった。

実際、この方法の場合には、特にオンライン環境がある場合には、ブラウザ上ですべてのことが行えるため、「インストール」等の導入・管理上の人的コストが激減する。

また、教育実践による検証に関しては、愛知教育大学での学部の授業の中で、同時に 40 人以上の学生が作図・保存等を行っても支障なく実践できた他、次のそれぞれの学校において、研究授業等を円滑に行えたことにより、実践的なレベルでも支障が発生しないことを検証できた。

愛知教育大学附属高等学校、愛知教育大学附属名古屋中学校、愛知教育大学附属岡崎中学校、岡崎市立葵中学校、川崎市立玉川中学校、足立区立第十中学校、埼玉県立熊谷西高校、愛知県立豊橋東高校、小坂井高校、宮崎県日向市立日向中学校、佐賀県加唐町立加唐中学校。

なお、本ソフトは公開しているもので、それ以外の学校でも自由に使うことができ、実際に利用している学校も多数あるが、ほとんど苦情を受けることなく利用されてい

る。(これまでにオンライン保存されているデータ数は合計 5000 以上になる)

また、動的幾何以外の数学ソフトとしては、3-histograms.htmを開発した。このソフトも愛知教育大学附属名古屋中学校、静岡市立竜爪中学校などで授業実践を行い、研究授業等での円滑な利用が可能であることを検証した。(ただし、本ソフトは、ファイルの読み書きなどは行わず、画面上にデータのコピー & ペーストし、ボタンによって処理を行うことを中心とするソフトである)

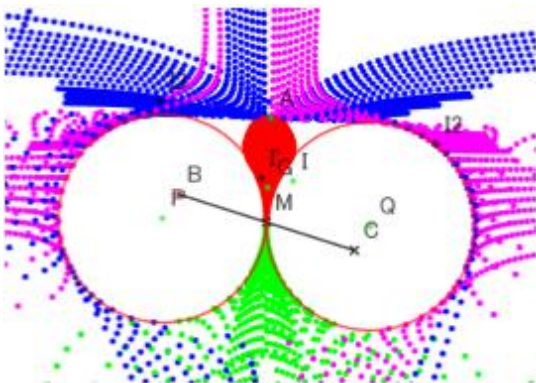
本研究に関わって、新たな数学的探究の可能性を検討しながら、機能強化を行った。以下にいくつかの例を挙げる。

(1) 5心の逆問題に関する数学的探究

三角形の5心(外心, 内心, 重心, 垂心, 傍心)は、三角形の3つの点に対して、7つの点(傍心は3つあるため)がきまる。逆に、5心の中のいくつかが与えられた場合に、元の三角形の3点がきまるのだろうかという問題である。

この問題を解決することにあたって、簡単な場合については構成的な作図の問題として解決することができる場合もある。また、少し難しい場合には、軌跡の問題としてとらえ、その軌跡が直線あるいは円となる場合には、それらを作図することで、作図問題として解決することができる。一方、その軌跡が二次曲線あるいはより一般的な曲線になる場合、基本的にはGCで解決できる範囲を越える。それらの曲線を構成できる機能をもったソフトならば、広い意味での作図問題として解決することができることになる。

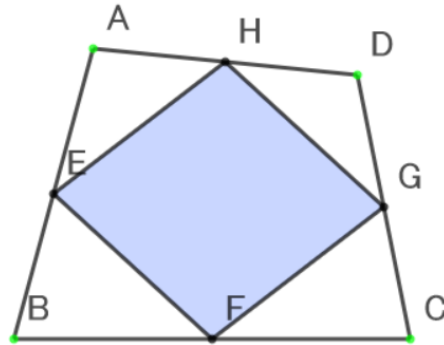
また、点Aと重心Gが与えられている場合には内心Iや傍心I1-3がとりうる位置は限定されることが想定されたが、そのようなとき、次のような軌跡について調べることなども有効であることがわかった。



なお、このような機能を実装する上で、いわゆる「条件を満たす点の集合としての軌跡」の機能の拡充が必要で、計算速度の速いPCの場合には問題にならなかったのだが、タブレットや速度の遅い機器の場合、一定時間反応がないとブラウザが停止する問題が発生し、それらへの対処が必要だった。

(2) 図形の次元、写像としての作図における退化次元からみたマルチタッチ作図の特徴

たとえば、次の図、つまり四角形ABCDの4つの辺の中点E, F, G, Hを結んだ四角形に関して、マルチタッチに固有な問いとして、次のような問いが授業をする上で適切であることが明らかになった。



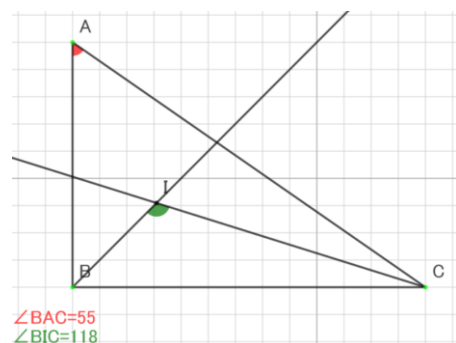
問：ABCDが正方形のとき、EFGHは正方形になるが、そのとき、A, B, C, Dの4点の中の2点をうまく動かして、EFGHが正方形野間まであるようにしたい。どういう動かし方をしたらいいか。

たとえば、この図を、四角形から四角形への写像 ϕ と考えた場合、8次元空間から8次元空間への線型写像として捉えることができ、それぞれの部分空間としての図形同士の対応を次のように捉えることができる。もともと、一般の四角形(8次元)から平行四辺形(6次元)に2次元落ちているため、 $\text{Ker } \phi=2$ として捉えることができるため、ABCDが正方形でなくても、2次元の余裕があり、それを満たすような動かし方を見いだすことに相等することがわかる。

ABCD	EFGH = $\phi(ABCD)$
正方形(4)	正方形(4)
長方形(5)	ひし形(5)
ひし形(5)	長方形(5)
一般の四角形(8)	平行四辺形(6)

同様の考察は、他の図の場合にも行えることがわかった。このような問いと答えの構造は、マルチタッチに固有に発生する問いとその数学的構造ということが出来る。

(3) 測定と表やグラフの機能

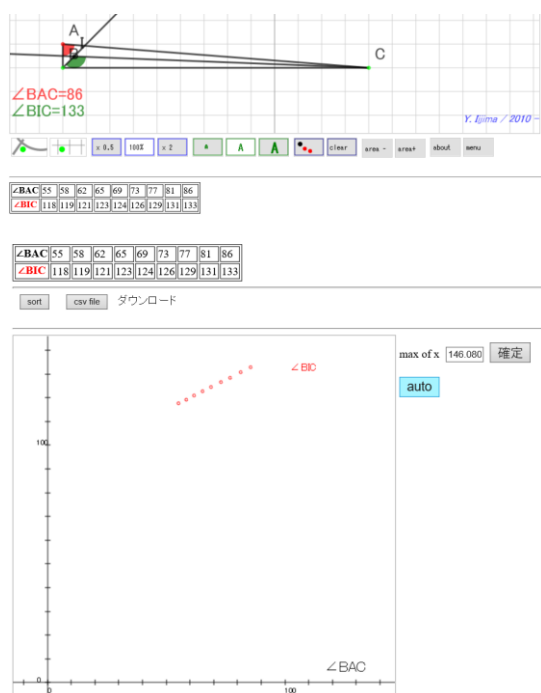


図のように、 $\triangle ABC$ があり、 $\angle B$ と $\angle C$ の二

等分線の交点を I とするとき、 $\angle A$ と $\angle BIC$ の関係を調べる問題を、ある中学校での研究授業として扱うことになった。

この問題では、誤差を生徒がどう扱うかという点に焦点を当てた教材研究であったが、授業のときに、表の作成やグラフの作成を紙上で行わせるのか、タブレット上で行うのかが議論になった。また、その作業を生徒の場合紙上にさせるとしても、教師側が見せるときにも同様でよいのか、タブレット上で処理し、提示することが可能でもよいのではないかという疑問もあった。

そこでソフト開発としては、両方に対応できるようにするために、下記のような表を作成する機能や、グラフを作成する機能を実装した。



本研究に関わって行った授業実践からは、数学用ソフトをインタラクティブに使うことが、教育的に重要であることが示唆された。多くの実践では、4人1組での協働的な学習をめざしたり、誤差を活用して数学的探究を深めていくための事例研究なども行った。

事例としてはさまざまな事例を提案することができたが、それらを体系的に整理することは、今後の課題として残っている。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 10 件)

①飯島 康之, 作図ツール GC/html5 を用いた数学的探究における精度・誤差について—インタラクティブな探究に向けて—, 教科開発学論集. vol.4(2016), p. 111-121. 愛知

教育大学大学院・静岡大学大学院教育学研究科 共同教科開発学専攻, 査読あり

②飯島 康之, 作図ツールを用いた「四平方の定理」に関する指導に向けて—12/12 の山中実践に向けた教材研究—, イプシロン, vol.58(2016), p. 7-20, 査読なし

③飯島康之, 作図ツール GC/html5 を利用したコンテンツ開発について, 日本科学教育学会研究会研究報告, vol.30(2016), No.9, pp.15-18, 査読なし

④飯島 康之, 作図ツール GC/html5 の開発—HTML5+JavaScript による教育用ソフト開発の可能性—, 科学教育研究, Vol. 39 (2015) No. 2 p. 161-175, 査読あり

⑤飯島康之, GC/html5 の測定機能等を使った関数関係の探究における意思決定, 数学ソフトウェアとその効果的利用に関する研究, 数理解析研究所講究録, 1951, 2015, 136-147, 査読なし

⑥飯島 康之, 作図ツールを用いた九点円の指導に向けて—12/11 の山中実践に向けた教材研究—, イプシロン, vol.57(2015), p. 17-27, 査読なし

⑦飯島康之, 作図ツールを用いた数学的探究における「暫定的な解決と問題の再設定」—インタラクティブな利用からの「思考力・判断力・表現力」に向けて—, 数学教育学論究, 臨時増刊, 日本数学教育学会, 97(2015), pp.9-16, 査読あり

⑧飯島康之, 図形の次元, 写像としての作図における退化次数からみたマルチタッチ作図ツールの特徴—二つの作図に関する分析を中心に—, 日本科学教育学会研究会研究報告, vol.29(2015), No.9, pp.93-98, 査読なし

⑨飯島 康之, GC を用いて二つの角の関数関係を発見する授業の授業研究—2013 年度の新城合宿での研究授業から—, イプシロン, 56(2014), p. 15-36, 査読なし

⑩飯島康之, 作図ツールを用いた 5 心の逆問題に関する数学的探究について, 日本科学教育学会研究会研究報告, vol.28(2014), No.9, pp.57-62, 査読なし

[学会発表] (計 5 件)

①飯島康之, 数学的体験を生み出すものとしての数学ソフトウェア, RIMS 研究集会「数学ソフトウェアとその効果的教育利用に関する研究」, 京都大学数理解析研究所, 2016, 京都府, 京都市

②飯島康之, GC を使った協働学習に適した問題開発, 2015, 日本数学教育学会, 北海道, 札幌市

③飯島康之, 数学用ソフトのインタラクティブな利用—作図ツール GC に関する事例を例として—, RIMS 研究集会「数学ソフトウェアとその効果的教育利用に関する研究」, 京都大学数理解析研究所, 2015, 京都府, 京都市

④飯島康之, GC/html5 を用いた関数関係発見における誤差について—三角形の内心に

関わる角の関係性に関する授業を中心に - ,
2014, 日本数学教育学会, 鳥取県, 米子市
⑤飯島康之, GC/html5 を利用した発展的な探
究ためのコンテンツ開発と実践, 科学教育
学会, 年会, 2014, 埼玉大学, 埼玉県, さい
たま市

[その他]

ホームページ等

[http://www.auemath.aichi-edu.ac.jp/teac
her/iiijima/gc_html5/index.htm](http://www.auemath.aichi-edu.ac.jp/teacher/iiijima/gc_html5/index.htm)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

飯島 康之 (IIJIMA YASUYUKI)

愛知教育大学・教育学部・教授

研究者番号：30202815