

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 20 日現在

機関番号：32677

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2016

課題番号：26380404

研究課題名(和文) ソブリンCDSのプレミアムと整合するリスクフリー・レートの推定手法の開発

研究課題名(英文) Estimation of CDS-adjusted risk-free rates

研究代表者

神楽岡 優昌 (Kagraoka, Yusho)

武蔵大学・経済学部・教授

研究者番号：40328927

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：ソブリンCDSのプレミアムを調整したリスクフリー・レートの推定方法を開発し、日本、ドイツ、米国市場に適用して、日本円、ユーロ、米ドル建てのリスクフリー・レートを推定した。このモデルでは、国債金利は単純にリスクフリー・レートとCDSプレミアムの和とするのではなく、CDSプレミアムおよび国債金利はリスクフリー・レートとその国のデフォルト確率の多変数非線形関数としてモデル化される。本推定手法はリスクフリー・レートとデフォルト確率の間に相関があっても、バイアスのない推定結果をもたらすよう工夫されている。

研究成果の概要(英文)：A new methodology for estimating risk-free rates is proposed, and applied to the Japanese, German, and U.S. markets to obtain the risk-free rates in JPY, EUR, and USD. Government bonds yields are not linear combinations of the risk-free rates and CDS premium. Sovereign CDS premiums and government bond yields are multi-variate non-linear function of the risk-free rates and default probability of the reference country. This estimation method is free from bias even if the risk-free rates and default intensity are correlated.

研究分野：数理ファイナンス

キーワード：リスクフリー・レート クレジット・デフォルト・スワップ

1. 研究開始当初の背景

資産価格評価においてリスクフリー・レートは将来のキャッシュフローを現在価値に割引くときに必要であり、その重要性は強調しすぎることはない。ファイナンス理論を現実のマーケットに適用する際のリスクフリー・レートとみなせる候補は、国債金利、レポ金利、Overnight Index Swaps (OIS) などさまざまである。これらの金利はいずれも国債金利から直接的あるいは間接的に導出される。クレジット・デフォルト・スワップ (Credit Default Swap, 以下 CDS と記す) は、クレジット・デリバティブの代表的な商品であり、デフォルト・リスクの再配分を可能にする。ソブリン CDS は対象とする国のクレジット・リスクを定量的に測定する。ソブリン CDS のプレミアムがゼロでない事実は米国債やドイツ国債のように信用格付けが AAA 格であっても国債にデフォルト・リスクがあることを示唆している。したがって国債金利、レポ金利、Overnight Index Swaps は全て国債のデフォルト・リスクの影響を受けるためリスクフリー・レートの代理変数とはなりえない。

2000 年代のソブリン CDS のプレミアムは低かったものの、2011 年のヨーロッパのソブリン危機においてソブリン CDS のプレミアムは急騰し、その後プレミアムは低下したものの一定の水準を保っており、国債にもデフォルト・リスクがあることが認識されるようになった。ソブリン CDS のプレミアムに反映されている国家のデフォルト・リスクを考慮したリスクフリー・レートの理論的構築およびその推定方法についての研究は存在しなかった。

ソブリン CDS のプレミアムは、自国通貨建てと外国通貨建てでは、その値が異なっている。いずれの国家のソブリン CDS プレミアムについても、外国通貨建ての CDS プレミアムが、自国通貨建ての CDS プレミアムよりも高い。このプレミアム差異についての理論的・実証的な研究はなされていなかった。

2. 研究の目的

国債をリスク資産と位置づけ、国債金利はリスクフリー・レートに加えて CDS プレミアムに反映されている信用スプレッドが上乘せされていると認識して、リスクフリー・レートの期間構造および国家のデフォルト確率の期間構造を明らかにすることを目的とした。

また、ソブリン CDS のプレミアムは、外国通貨建てが自国通貨建てよりも高い、この差異を説明できるモデルの構築を目的とした。

候補となった理論モデルは、(A)カウンターパーティ・リスクと(B)リスクフリー・レートとデフォルト強度の相関構造である。

3. 研究の方法

クレジット・リスクの還元型モデルを用いて国債金利および CDS プレミアムの評価モデルを構築した。このモデルでは、国債金利はリスクフリー・レートと信用スプレッドの和となり、信用スプレッドを決定するデフォルト確率はデフォルト強度の積分値で表現される。リスクフリー・レートおよびデフォルト確率については第 1 段階として確定変数 (deterministic variable)、第 2 段階として確率変数 (stochastic variable) としてモデル化をおこなった。

CDS プレミアムはリスクフリー・レートとデフォルト強度の複雑な非線形関数となる。そこで CDS プレミアムは数値積分をおこなって求めた。モデル・パラメータは、国債金利とソブリン CDS プレミアムの両方が、対応する市場国債金利および市場ソブリン CDS プレミアムに一致するように求めた。

ソブリン CDS のプレミアムは、自国通貨建てと外国通貨建てでは、その値が異なっている。どのソブリン CDS プレミアムについても、外国通貨建ての CDS プレミアムが、自国通貨建ての CDS プレミアムよりも高い。したがって、ソブリン CDS に反映されている国家のデフォルト・リスクを評価する際に、どの通貨建ての CDS プレミアムを採用するかという恣意性があった。この差異をカウンターパーティで説明するにせよ、リスクフリー・レートとデフォルト強度の相関で説明するにせよ、外国通貨建ての CDS プレミアムを用いて当該国家のデフォルト強度を推定すればよいことが理論的にも実証的にも明らかにした。

(1) 自国通貨建て CDS を用いたリスクフリー・レートとデフォルト強度の推定 (金利とデフォルト強度は確定変数)

通常、国債金利はリスクフリー・レートとみなされ、社債金利は国債金利にクレジット・スプレッドを加えて形成しているとみなしてきた。本モデルでは逆に、ソブリン CDS プレミアムに対応する国家のデフォルト・スプレッドを国債金利から差し引いて、リスクフリー・レートを推定した。デフォルト・スプレッドはデフォルト強度の積分値で計算される。リスクフリー・レートとデフォルト強度は期間構造をもつ確定変数としてモデル化した。実証分析では、日本国債金利と日本円建ての日本を参照体にしたソブリン CDS プレミアムを用いた。

(2) カウンターパーティ・リスク（金利とデフォルト強度は確定変数）

異なる通貨建て間の CDS プレミアム差異の原因として、CDS のプロテクションの売り手のデフォルト・リスクが考えられた。CDS 取引は OTC 市場でおこなわれるため、実際の CDS 取引における買い手および売り手の属性や特性は不明である。しかし CDS 取引参加者が為替リスクを免れるような取引をおこなっているならば、外貨建ての CDS の取引参加者は外国に、自国建て CDS の取引参加者は自国に取引の拠点を置いていると考えるのは自然である。CDS の参照体がデフォルトしたときに、その CDS の売り手や買い手が参照体は異なる通貨国に活動拠点を置いているならば、参照体のデフォルトの影響が波及することなく、売り手や買い手の信用力は保持される。そこで参照体とする国の通貨と CDS の通貨が異なっていれば、その取引に関わる売り手と買い手の間にカウンターパーティ・リスクは存在しないと仮定する。逆に、CDS の通貨が参照体とする国の自国通貨と一致する場合、CDS の売り手も買い手もその参照体となっている国に活動拠点を置いているか、置いていないとしても経済的に密接な関係にあると考えられる。もしこの推測が正当であれば、その参照体とする国がデフォルトに陥ると売り手も買い手も信用力が低下する。参照体とする国の信用力が低下したとき、既存の CDS 契約に関してプレミアム支払いの価値よりも補償価値の方が大きくなる。その結果 CDS の買い手にとって CDS の価値がプラスになり、CDS プレミアム評価に対する CDS の買い手のデフォルト・リスクの影響は小さくなる。ゆえにソブリン CDS の価格評価において CDS の買い手に起因するカウンターパーティ・リスクを無視してよい。参照体とする国の信用力低下にしたがって CDS の売り手の信用力も低下する。参照体とする国がデフォルトしたとき、CDS の売り手は CDS に基づく補償支払いの必要がある。その結果 CDS の売り手のデフォルト・リスクは大きくなり、CDS の買い手にとってカウンターパーティ・リスクの影響は非常に大きくなる。

モデル化においては参照体とする国がデフォルトしたときに、その国の通貨建ての CDS の売り手は同時に確率 q でデフォルトに陥るとしてモデル化をおこなった。

(3) リスクフリー・レートとデフォルト強度の相関（金利とデフォルト強度は確率変数）

リスクフリー・レートとデフォルト強度が確定変数ならば、両者の相関は定義できない。そこでリスクフリー・レートとデフォルト強度を共に確率変数としてモデル化をおこな

った。リスクフリー・レートはマイナス金利を許容するように Vasicek 型の確率微分方程式で表現した。デフォルト強度は非負の制約があるため、Cox, Ingersoll & Ross 型の確率微分方程式で表現した。

外国通貨建てソブリン CDS プレミアムは、その国家のデフォルト強度と外国通貨建てのリスクフリー・レートから算出される。その国家のデフォルト強度は外国通貨建てのリスクフリー・レートと無相関と考えられる。そこで、最初に外国通貨建てのソブリン CDS プレミアムから、国家のデフォルト強度（期間構造を持つ確定変数）と外国通貨建てのリスクフリー・レート（期間構造を持つ確定変数）を同時推定した。

ここで推定した、期間構造を持つ確定変数を再現するようにリスクフリー・レートおよびデフォルト強度の確率過程を推定した。推定にあたっては、P 測度と Q 測度の 2 つの測度におけるパラメータを最尤法で求めた。

4. 研究成果

(1) 自国通貨建て CDS を用いたリスクフリー・レートとデフォルト強度の推定(確定変数)

CDS プレミアムを調整したリスクフリー・レートの推定技法を、日本国債金利と日本のソブリン CDS に適用して、実証分析をおこなった。本モデルの適用により、リスクフリー・レートと日本国のデフォルト強度の推定に成功した。実証結果はモデルが市場データに適合することを示している。とりわけ、リスクフリー・レートは多くの期間でマイナスをとっていることが初めて明らかにされた。

(2) カウンターパーティ・リスク

2015 年からはさらに研究を進展させ、カウンターパーティ・リスクを考慮して、CDS プレミアム調整済みのリスクフリー・レートを推定する手法を開発した。カウンターパーティ・リスクを除去するために、自国を参照体にした自国通貨建ての CDS のプレミアム、自国のスポット・レートに加えて、自国を参照体にした外国通貨建ての CDS のプレミアム、その外国通貨建てのスポット・レートが必要になる。ソブリン CDS は参照体が共通であっても対象とする通貨が異なるとプレミアムが異なっている。このプレミアム差異を CDS の売り手のカウンターパーティ・リスクで説明した。カウンターパーティ・リスクを取り込んだモデルは、ユーロ建てドイツ国債と米ドル建てのドイツを参照体とするソブリン CDS プレミアム、および、米ドル建て米国債とユーロ建ての米国を参照体とするソブリン CDS プレミアムを用いて、実証分析をおこ

なった。実証結果は異なる通貨建ての CDS プレミアムの差異をカウンターパーティ・リスクで説明できることを示した。

(3) リスクフリー・レートとデフォルト強度の相関構造

2016 年の後半においてはリスクフリー・レートとデフォルト強度の相関構造をモデル化した。通常リスクフリー・レートとデフォルト強度の相関は盲目的にゼロとしている。これは相関がある場合、債券や CDS 評価の価格評価式は解析解が存在せず、多次元偏微分方程式を解くために数値計算を適用せざるを得ないからである。本研究においては、リスクフリー・レートとデフォルト強度の相関が独立と考えられる外国通貨建ての CDS のプレミアムを用いることにより、リスクフリー・レートとデフォルト強度を推定した。推定結果は、リスクフリー・レートとデフォルト強度は強い負の相関を示しており、これまでの債券や CDS の価格評価結果に大きなバイアスがあることを示唆した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 2 件)

1. 神楽岡 優昌,

“自国通貨建てと外国通貨建てのソブリン CDS を用いたリスクフリー・レートのタームストラクチャーの推定 - カウンターパーティ・リスクの影響の除去 -”,
武蔵大学論集, 査読なし, 64-1 (2016) pp.20-41,
<http://repository.musashi.ac.jp/dspace/handle/11149/1814>.

2. Yusho Kagraoka, Zakaria Moussa,

“Estimation of the term structure of CDS-adjusted risk-free interest rates”,
The Journal of Fixed Income, 査読あり, 24-2 (2014) pp.29-44, DOI: 10.3905/jfi.2014.24.2.029.

[学会発表](計 2 件)

1. Yusho Kagraoka,

“The dependence of the risk-free interest rate on sovereign default intensity: evidence from the German and U.S. markets”,
3rd International Workshop on “Financial Markets and Nonlinear Dynamics” (FMND), (2017/6/1-2), パリ (フランス)。

2. Yusho Kagraoka,

“Estimation of the term structure of the CDS-adjusted risk-free interest rates”,
8th Portuguese Finance Network International Conference, (2014/7/17-19), Vilamoura-Algarve (ポルトガル)。

[図書](計 0 件)

[産業財産権]

出願状況 (計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

取得状況 (計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
取得年月日:
国内外の別:

[その他]
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

神楽岡 優昌 (KAGRAOKA, Yusho)
武蔵大学・経済学部・教授
研究者番号: 40328927

(2) 研究分担者

()

研究者番号:

(3) 連携研究者

()

研究者番号:

(4) 研究協力者

Zakaria Moussa (Moussa, Zakaria)
ナント大学 (フランス)