

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 2 日現在

機関番号：15401

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2016

課題番号：26381208

研究課題名(和文) 高等学校数学における授業構成枠組みとしての2軸過程モデルの具体化に関する研究

研究課題名(英文) RESEARCH ON TWO-AXIS PROCESS MODEL AS A FRAMEWORK FOR DESIGNING MATHEMATICS LESSONS IN UPPER SECONDARY SCHOOL

研究代表者

小山 正孝 (KOYAMA, MASATAKA)

広島大学・教育学研究科・教授

研究者番号：30186837

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：(1) 研究協力校において数学科教員の意識と高校生の数学理解についての実態調査を行い、その結果を分析し、数学科教員の意識の変容と生徒の数学理解の深化を評価することによって、数学科教員の数学科授業構成に対する意識が向上するとともに、生徒の数学理解が深まることが明らかになった。

(2) 数学科授業構成枠組みとしての2軸過程モデルの具体化の改良案の有効性についての検証を行い、それを踏まえて高等学校における数学科授業の質的改善が可能となるような2軸過程モデルの具体化を策定することができた。そして、数学科教員の授業力と生徒の数学理解度の向上にとって有効な具体的示唆を導出することができた。

研究成果の概要(英文)：(1) The analysis of mathematics classroom practices and surveys shows that the awareness of mathematics teachers about mathematics lessons is enhanced, and that the level of their students' mathematical understanding is improved as a result of a long-term lesson study by using the two-axis process model as a framework for designing mathematics lessons.

(2) It is significant for mathematics teachers in upper secondary school that they should make the two-axis process model concrete with the identified principles and methods in light of both the objectives of mathematics lessons and the levels of their students' mathematical understanding in order to improve the quality of mathematics lessons.

研究分野：社会科学

キーワード：高等学校数学 授業構成 2軸過程モデル 実証的研究 数学教育方法学

## 1. 研究開始当初の背景

数学理解に関する研究は算数・数学教育における主要な研究テーマの1つであり、これまで国外・国内においてその重要性が認識され、研究されてきている。例えば、国外では Skemp (1976, 1982)、Herscovics & Bergeron (1983, 1988)、Pirie & Kieren (1989, 1994) などの数学理解のモデルの研究、国内では平林(1987)、中原(1995)、岡崎(1997)、藤井(2000)などの数学理解に関する研究がある。しかしながら、算数・数学教育におけるこれまでの数学理解に関する研究では、記述的特性だけでなく規範的特性をも兼ね備えた数学理解の過程モデルを構築し、数学理解の研究を算数・数学科の授業構成と結びつけることが重要な研究課題として残されていた。

そこで本研究の代表者は、これまでの数学理解の過程に関する研究において、3つの階層的水準と3つの学習段階をそれぞれ縦軸と横軸にもつ「2軸過程モデル(Two-Axis Process Model)」を理論的に構築し、このモデルに基づく算数科の授業構成の原理と方法に関する研究(小山, 2006, 2007)を行った。そして、数学理解の2軸過程モデルに基づく授業構成の原理と方法を用いた算数科・数学科の授業改善に関する実践的研究を行ってきた(小山, 2010、Koyama, 2012、Koyama, 2013)。

## 2. 研究の目的

しかしながら、高等学校数学における授業構成については依然として課題が残っており(A. Stylianides & G. Stylianides, 2013)その課題解決のための一事例研究として、久富・小山(2013)は2軸過程モデルに基づく「図形と計量」の学習指導についての研究を行った。本研究課題では、この事例研究の成果を踏まえて、数学科の授業構成枠組みとしての2軸過程モデルを具体化することによって、高等学校における数学科授業の質的改善を図ることを目的とした。

具体的には、本研究では平成26年度から平成28年度までの3年間の研究期間内に、以下の3点を具体的な目的として理論と実践の統合的研究を行った。

(1)高等学校数学科のカリキュラム、授業構成と授業実践の課題を明らかにすること。

(2)数学科授業の質的改善が可能となるように、数学理解の2軸過程モデルの構成要素(思考水準と学習段階)及び授業構成の原理と方法を再検討し、具体化すること。

(3)2軸過程モデルに基づく数学科授業を実践し、数学科授業構成枠組みとしての2軸過程モデルの具体化の有効性を検証すること。

上記の研究目的(1)は、主として理論的研

究によって高等学校数学科のカリキュラムと授業構成の課題を明らかにするとともに、主として実践的研究によって数学科授業の実践の課題を明らかにすることである。

研究目的(2)は、理論的研究と実践的研究によって、数学理解の2軸過程モデルの構成要素(思考水準と学習段階)及び授業構成の原理と方法を再検討し、2軸過程モデルを学習指導内容に応じた単元構成や学習指導展開の形に具体化することである。

研究目的(3)は、これらを踏まえて、具体化された単元構成や学習指導展開に基づいて数学科授業を実践し、数学科教員の意識や高校生の数学理解についての実態調査を行うことによって、数学科授業構成枠組みとしての2軸過程モデルの具体化の有効性を検証することである。

これら3つの研究目的を達成することによって、数学科の授業構成枠組みとしての2軸過程モデルを具体化し、高等学校における数学科授業の質的改善を図ることとした。

本研究の学術的な特色・独創的な点として、次の3点を挙げるができる。

国内外で問題視されている数学教育における理論と実践の乖離という課題を克服するための、数学理解研究と数学科授業構成との統合的研究であるということ。

国内外で研究が遅れている高等学校数学科の授業改善に資する理論的・実践的研究であるということ。

研究代表者が構築した2軸過程モデルを高等学校数学における授業構成にとって有効なものに具体化する研究であるということ。

## 3. 研究の方法

上記の目的を達成するために、本研究では平成26年度から平成28年度までの3年間、以下のような研究計画と方法によって研究を遂行することとした。

(1)第1年次(平成26年度)には、高等学校数学科のカリキュラム、授業構成と授業実践の課題を明らかにし、2軸過程モデルの具体化の第1次案を作成することを具体的な目的として、以下のように研究を行う。

高等学校数学科のカリキュラムと授業構成の課題の明確化

高等学校数学科の授業実践の課題の明確化

2軸過程モデルの具体化の第1次案作成

(2)第2年次(平成27年度)には、前年度に立案した2軸過程モデルの具体化の第1次案の検討を行うことを具体的な目的として、以下のように研究を行う。

具体化の第1次案に基づく数学科授業

## の実践

具体化の第1次案の有効性の検討

具体化の改良案作成

(3) 第3年次(平成28年度)には、前年度に作成した具体化の改良案の有効性を検証することを主な目的とし、以下のように研究を行う。

具体化の改良案に基づく数学科授業の実践

数学科教員の意識と高校生の数学理解についての実態調査

2軸過程モデルの具体化の改良案の有効性についての検証と具体的示唆の導出

3年間の本研究の研究成果のまとめ

## 4. 研究成果

(1) 第1年次(平成26年度)の研究成果

第1年次(平成26年度)は、高等学校数学科のカリキュラム、授業構成と授業実践の課題を明らかにし、2軸過程モデルの具体化の第1次案を作成することを具体的な目的として、次のことに取り組んだ。

第一に、数学科カリキュラムや数学理解、授業研究に関する研究文献(International Handbook of Mathematics Education等)を分析したり、先端的研究を行っている韓国教員大学を訪問して研究計画のレビューを受けたり、国内の大学や研究機関を訪問して研究資料を収集し分析したりすることによって、高等学校数学科のカリキュラムと授業構成の課題を明確にすること。

第二に、人権の保護及び法令等を遵守して、高等学校における数学科授業の記録を分析することによって、授業実践の課題を明確にすること。

第三に、上記で明らかになった課題を解決するために、理論的研究と実践的研究の両方の方法を統合して、2軸過程モデルの構成要素(思考水準と学習段階)及び授業構成の原理と方法を再検討し、2軸過程モデルの具体化の第1次案を作成すること。

その結果、以下のような大きく3つの研究成果が得られた。

数学科カリキュラムや数学理解、授業研究に関する研究文献を分析したり、先端的研究を行っている国内外の大学や研究機関を訪問して研究資料を収集し分析したりすることによって、わが国の高等学校の数学科カリキュラム、数学科の授業構成及び授業実践の具体的な課題を明確にすることができた。

高等学校数学における授業実践の課題を解決するために、2軸過程モデルの構成要素(思考水準と学習段階)及び授業構成の原理と方法を踏まえた理論的研究と実践的研究を行うことによって、数学的一般化の機能を明確にし、数学科固有の言語活動の枠組み

を構築することができた。

こうした理論的研究と実践的研究の研究成果を基に、2軸過程モデルの構成要素(思考水準と学習段階)及び授業構成の原理と方法を再検討し、高等学校における数学科授業の質的改善に寄与すると考えられる2軸過程モデルの具体化の第1次案を作成することができた。

以上のような第1年次の研究成果をまとめ、国内の学会や国際会議(平成26年7月カナダ・バンクーバーPME38国際会議)で発表した。

(2) 第2年次(平成27年度)の研究成果

第2年次(平成27年度)は、前年度に立案した具体化の第1次案の検討を行うことを具体的な目的として、次のことに取り組んだ。

第一に、2軸過程モデルの具体化の第1次案に基づいて、研究協力校で学習指導内容に応じた単元構成や学習指導展開にそって1単元分の数学科授業を実践すること。

第二に、1単元分の数学科授業の記録と生徒の数学理解度の実態調査を分析することによって、2軸過程モデルの具体化の第1次案の有効性を検討すること。

第三に、上記をもとに、国内外で収集した最新の研究文献や資料を参考にして、2軸過程モデルの構成要素(思考水準と学習段階)及び授業構成の原理と方法を見直し、高等学校数学における授業構成枠組みとして具体化の改良案を作成すること。

その結果、以下のような大きく3つの研究成果が得られた。

2軸過程モデルの具体化の第1次案に基づいて、研究協力校で学習指導内容に応じた単元構成や学習指導展開にそって1単元分の数学科授業を実践することができた。

1単元分の数学科授業の記録と生徒の数学理解度の実態調査を分析することによって、2軸過程モデルの具体化の第1次案の有効性が明らかになった。

こうした実践的研究の研究成果と国内外で収集した最新の研究文献や資料を参考にして、2軸過程モデルの構成要素(思考水準と学習段階)及び授業構成の原理と方法を見直し、高等学校数学における授業構成枠組みとして具体化の改良案を作成することができた。

以上のような第2年次の研究成果をまとめ、国内の学会や国際会議(平成27年5月フィリピン・セブICMI-EARCOME7国際会議)で発表した。

(3) 第3年次(平成28年度)の研究成果

第3年次(平成28年度)は、第2年次に作成した具体化の改良案の有効性を検証することを具体的な目的として、次のことに取

り組んだ。

第一に、2軸過程モデルの具体化の改良案に基づいて、研究協力校で第2年次と同じ学習指導内容に応じた単元構成や学習指導展開にそって数学科授業を実践すること。

第二に、研究協力校において数学科教員の意識と高校生の数学理解についての実態調査を行い、その結果を分析し、数学科教員の意識の変容と生徒の数学理解の深化を評価すること。

第三に、上記を踏まえて、具体化の改良案の有効性についての検証を行い、高等学校における数学科授業の質的改善が可能となるような2軸過程モデルの具体化を策定する。そして、数学科教員の授業力と生徒の数学理解度の向上にとって有効な具体的示唆を導出すること。

その結果、以下のような大きく3つの研究成果が得られた。

2軸過程モデルの具体化の改良案に基づいて、研究協力校で前年度と同じ学習指導内容に応じた単元構成や学習指導展開にそって数学科授業を実践することができた。

研究協力校において数学科教員の意識と高校生の数学理解についての実態調査を行い、その結果を分析し、数学科教員の意識の変容と生徒の数学理解の深化を評価することによって、数学科教員の数学科授業構成に対する意識が向上するとともに、生徒の数学理解が深まることが明らかになった。

数学科授業構成枠組みとしての2軸過程モデルの具体化の改良案の有効性についての検証を行い、それを踏まえて高等学校における数学科授業の質的改善が可能となるような2軸過程モデルの具体化を策定することができた。そして、数学科教員の授業力と生徒の数学理解度の向上にとって有効な具体的示唆を導出することができた。

これらの研究成果をまとめ、平成28年7月ドイツ・ハンブルクで開催された数学教育国際会議 ICME13 および平成28年8月ハンガリー・セグドで開催された国際数学教育心理研究学会 PME40 で招待講演として発表した。

以上のような本研究の成果の意義と今後の展望について、次の3点を挙げるができる。

第一の点は、2軸過程モデルの研究成果の発展として、高等学校における数学科授業の質的改善が可能となるような授業構成枠組みを具体的に提案することができたことである。

第二の点は、高等学校の数学科教員の授業力と生徒の数学理解度の向上につながったことである。

第三の点は、本研究の研究成果を国内外の学会や国際会議（平成26年7月カナダ・バ

ンクーバー-PME38 国際会議、平成27年5月フィリピン・セブ ICMI-EARCOME7 国際会議、平成28年7月ドイツ・ハンブルク数学教育国際会議 ICME13、平成28年8月ハンガリー・セグド国際数学教育心理研究学会 PME40 での招待講演）等で発表することによって、国内外で行われている数学教育における理解研究、授業研究及び教師教育研究の学術的進展に大きく貢献したと考えられることである。

## 5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕(計7件)

1. KOYAMA Masataka, Dynamic cycle driven by the dialectic cycle of two complementary reflections in lesson study on school mathematics, Proceedings of the PME 40 Conference, 査読有, Vol. 1, 2016, pp.35 - 50
2. UEGATANI Yusuke, KOYAMA Masataka, Third-order viability in radical constructivism, Proceedings of the PME 39 Conference, 査読有, Vol. 4, 2015, pp.257 - 264
3. KOYAMA Masataka, HISADOMI Yoichiro, The two-axis process model of understanding mathematics as a framework for designing mathematics lessons for high school students, In the pursuit of quality mathematics education for all: Proceedings of the 7th ICMI-East Asia Regional Conference on Mathematics Education, 査読有, Vol. 1, 2015, pp.409 - 416
4. KOYAMA Masataka, Current trends and issues on mathematics curriculum revision in Japan, Proceedings of the 2015 Joint Conference of Korean Mathematics Education Societies, 査読有, Vol. 2, 2015, pp.79 - 102
5. HAYATA Toru, KOYAMA Masataka, A theoretical framework for the function of generalization in learning mathematics, Proceedings of the PME 38 Conference, 査読有, Vol. 3, 2014, pp.257 - 264

その他2件

〔学会発表〕(計11件)

1. KOYAMA Masataka, Dynamic cycle driven by the dialectic cycle of two complementary reflections in lesson study on school mathematics, PME 40 Conference, 2016年8月5日, セグド(ハンガリー)
2. KOYAMA Masataka, Two-axis process model for teaching and learning of school

- mathematics, ICME-13 Conference, 2016年7月26日, ハンブルク(ドイツ)
3. 増永 雄大、小山 正孝、高等学校数学科における数学的活動のためのグループ活動の研究 インターネットを活用したブレラーニング型授業の実践、日本教科教育学会第41回全国大会、2015年10月24日、広島大学(広島県東広島市)
  4. KOYAMA Masataka, HISADOMI Yoichiro, The two-axis process model of understanding mathematics as a framework for designing mathematics lessons for high school students, 7th ICMI-East Asia Regional Conference on Mathematics Education, 2015年5月13日, セブ(フィリピン)
  5. KOYAMA Masataka, Current trends and issues on mathematics curriculum revision in Japan, 2015 Joint Conference of Korean Mathematics Education Societies, 2015年5月1日, ソウル(韓国)
  6. 前田 淳一雄大、小山 正孝、言語活動の充実を通じた生徒の思考力を育成する数学科授業の創造 言語活動を捉える枠組みの作成と検証を通して、全国数学教育学会第41回研究発表会、2015年1月31日、広島大学(広島県東広島市)
  7. UEGATANI Yusuke, KOYAMA Masataka, Optimization game: A method for promoting authentic mathematical communication, PME38 Conference, 2014年7月17日, バンクーバー(カナダ)
  8. KOYAMA Masataka, Mathematics Education and Professional Development in Japan, CfBT 1st Conference on the Core Mathematics Programme, 2014年7月2日, ロンドン(イギリス)
- その他3件

[その他]

ホームページ等

<http://seeds.office.hiroshima-u.ac.jp/profile/ja.5da2ed9af5dcf4d3520e17560c007669.html>

## 6. 研究組織

### (1)研究代表者

小山 正孝(KOYAMA MASATAKA)  
広島大学・大学院教育学研究科・教授  
研究者番号：30186837