

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 23 日現在

機関番号：34314

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2016

課題番号：26381236

研究課題名(和文)創造性育成のための数学の体系的理解を取り入れた数学的モデリング教材と授業の研究

 研究課題名(英文) Research into the mathematical modeling teaching materials and lessons  
 incorporating systematic understanding of mathematics for creativity development

研究代表者

二澤 善紀(NISAWA, Yoshiki)

佛教大学・教育学部・講師

研究者番号：60633815

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,400,000円

研究成果の概要(和文)：生徒の創造性の基礎を培うことを目指す。そのために、数学教育においては数学の体系的・構造的理解が必要となる。そこで本研究では、生徒が学校数学の体系的・構造的理解を深めるための実態調査の実施、及び教材開発・教育実践とその妥当性の検証を行うことを目的とする。先行研究の分析、小学校、中学校における実態調査の実施、教育実践を通して、生徒が学校数学の体系的・構造的理解を深めるためには数学的モデリングと学習構造チャートを組み合わせる指導法に一定の効果があることが認められた。また、現実事象から変量を抽出し、それらの対応を考えるなどの基礎的な力は継続的に指導する必要があることが示された。

研究成果の概要(英文)：This study group aims to cultivate the foundations of student creativity. Toward this within the mathematics education, it is essential for students to have a systematic and structural understanding of mathematics. In order to deepen students' systematic and structural understanding of school mathematics, we investigate students' comprehension of mathematics, develop new educational materials and assess their appropriateness. We carried out analysis of previous research together with our survey of current teaching practices in elementary and junior high schools and classroom testing of new educational materials. As a result, we found that teaching methods which combine mathematical modeling with learning-structure charts were effective. Our analysis furthermore indicates that it is necessary to provide instructions in basic skills continuously, such as the ability to extract variables from real-life phenomena and consider their application to other situations.

研究分野：数学教育

キーワード：数学的モデリング 体系的・構造的理解 関数

### 1. 研究開始当初の背景

高等学校学習指導要領における数学科の目標に「創造性の基礎を培う」とあり、数学教育において生徒の創造性を育成することは大きな課題となっている。数学教育において生徒の創造性の基礎を培うためには、数学の体系的・構造的な理解が必要である。

しかし、多くの中学校・高等学校では高等学校入学試験・大学入学試験を意識するあまり、与えられた数学の問題を数多く、繰り返し解くことに偏っている傾向にある。入学試験だけを意識した暗記型の学習に偏ると、生徒は「パターン中心型」の短絡的思考に陥る傾向がある。またこのような思考に陥ると、生徒の数学観は本来の数学の学習の意義から離れたものになってくる。実際、OECDのPISA調査やIEA国際数学・理科教育動向調査(TIMSS)における日本の中高生の数学や理科の学習に対する関心・意欲・態度が低いことが指摘されている。

そこで本研究では、生徒の数学概念の理解を深め、学習した内容を発展的に使おうとする姿勢の育成や、数学のよさや有用性を理解させること、数学を学ぶ意義を感得させること、等に有効な「(1)数学的モデリング」の中に、数学の系統性や概念同士の関係が理解できるように「(2)構造チャートを用いた学習法」を取り入れる。(1)、(2)の概要は次の通りである。

(1)数学的活動を充実させるための1つの方法として、数学的モデリングがある。数学的モデリングは、現実世界における問題を数学的に定式化し、定式化された問題を数学的に解き、その結論をもとの状況と関連づけて評価、解釈する一連の活動である(Fig.1)。数学的モデリングに関して、日本では生徒に日常の問題場面などにおける数学の価値と有用性を理解させるような研究がある。これらの先行研究の結果では、一般に生徒の数学概念の理解を深め、学習した内容を発展的に使おうとする姿勢の育成や、数学のよさや有用性を理解させること、数学を学ぶ意義を感得させることができる、等が明らかにされている。数学の学習内容を体系的・構造的に理解させるためには、まず数学概念の獲得が必要であり、数学的モデリングは生徒に数学の概念を理解させるために有効な手法である。ただ、数学的モデリングを授業に取り入れる場合、トピック的に扱うことが多く、系統的に知識を獲得したり概念同士の関係を理解したりするためには、数学的モデリングを授業に取り入れるだけでは十分とはいえないと考えられる。

(2)数学の体系的・構造的な理解に関する研究として、学習構造チャートを用いた学習法があり、効果があると報告されている。また、創造性の基盤を形成するために効果的な手法であると考えられる。しかし、これを現実事象や他教科と関連させ、数学を活用させる教材については、具体的な方法は報告されて

いない。

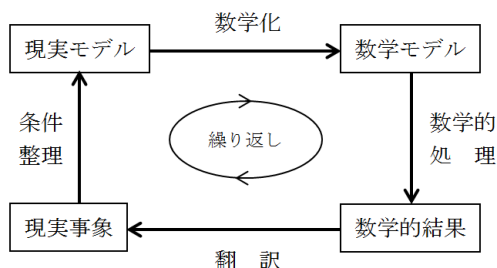


Fig.1 数学的モデリングのサイクル

### 2. 研究の目的

本研究では、生徒の創造性の基礎を培うために数学的モデリングと構造チャートを用いた学習法を組み合わせることで、生徒に数学の学習内容を構造的・体系的に理解させることを目指す。具体的に、次の(1)、(2)について明らかにする。

(1)生徒の学習内容に対する認識の実態を明らかにする。特に、生徒が理解できているようにみえても実際は十分に理解できていないと予想される重要な基礎概念、体系的・構造的に理解できていない学習内容に重点をおく。

(2)有効な数学的モデリング教材開発が可能であるかを明らかとする。特に数学的モデリングの教材開発と教育実践についての中で、数学の系統性や概念同士の関係が理解できるような方法(構造チャートを用いる方法)について先行研究の分析より検討する。さらに、認識調査の結果を踏まえて、山登り式学習法(齋藤, 2004)の理論をどのように取り入れていくことが有効であるかを、教育実践より検証する。

### 3. 研究の方法

(1)生徒の学習内容に関する認識の実態の分析(研究)、(2)理論面の研究、(3)実践面の研究、と3つのステージにわけて取り組む。(1)と(2)の結果をベースとして、(3)に取り組む。

具体的には次のとおりである。

(1)生徒の実態の把握(分析)の研究

生徒の数学の概念および学習内容の体系的・構造的な理解の実態を把握する。具体的には、全国学力・学習状況調査において「関数」の正答率が他のものと比べて低いという現状より、中学校の「関数」に焦点をあてて、認識調査を実施することより、生徒の数学の概念および学習内容の体系的・構造的な理解の実態を把握する。

(2)理論面の研究

数学的モデリング、学習構造チャートを用いた学習法に関する先行研究を分析し、生徒

の構造的理解を促進するための数学的モデリング教材の有効な使用方法などについての分析を行い、(1)の結果とあわせることから、教材開発を行う。

### (3)実践面の研究

(2)で開発した教材に関して、教育実践を行い、その内容を含めた有効性を検証する。

## 4. 研究成果

研究の主な成果は、次の通りである。

### (1)生徒の学習内容に関する認識の実態の分析

数学的モデリングは現実事象や現実世界における問題を対象としている。このため、現実事象から問題解決に必要な変量を抽出する力、抽出した変量の2つを対応させる力等が必要になる。また、この力は生徒にとって関数理解のための基礎になる力である(鈴木, 1998)(菊池, 2015)。この力が生徒に十分についていないと、関数の体系的・構造的な理解に結びつきにくいのではないかと考えられる。これに関して、小学校、中学校、高等学校の教員との研究協議で、同様のことが指摘されている。そこで、基礎的な量や現実事象に対して関数的な見方について学習した小学校6年生、関数について本格的な学習に取り組む中学校1, 2, 3年生を対象に、現実事象から変量を抽出する力、抽出した変量を対応させる力について実態調査を実施した。この調査では、現実事象として動的な事象(教科書でよく扱われるもの)と静的な事象(教科書ではほとんど扱われないもの)の2つを提示した。その結果、次の知見が得られた。

小学校6年生の児童を対象に実施した調査(2016年2月)において、(a)教員が児童に「量・変数・変量の対応」に関して「比例と反比例」の学習前に指導することにより、一定部分ではあるが高い能力が身につくこと、(b)動的な事象を対象に「量・変数・変量の対応」について指導しても、静的な事象からの変量の抽出やそれを対応させる力には結びつきにくく、従ってこれに関しては意図的に指導する必要があること、(c)児童の解答状況は中学生のデータと比較すると良好であると判断できる。これは、教員が「量・変数・変量の対応」に関する指導その1つの要因であると考えている。ただ、事象から変化しない量を抽出する事、静的な状態にある事象において変量を抽出し、関数関係にある2変量の対応を見いだす事、時間を主変数として捉える事に関しては課題があることが示された(二澤・口分田・渡邊, 2017)。

中学校1, 2, 3年生を対象に実施した調査(2015年10月)において、(a)教員が生徒に単元導入前に授業時間として1時間(50分)程度であるが、「変数・変量の対応」について指導を行えば、動的な事象で変化する量としな

い量を抽出する、2つの変化する量を対応させることに一定の効果があること、(b)動的な事象で変化する量としない量を対応させる、静的な事象で変量を抽出する、変量を対応させることには課題があること、(c)学年進行とともに事象で変化する量としない量を抽出する、変化する量と変化する量を対応させる力が十分に向上しているとはいえないデータが得られていること、したがって2年生と3年生についても、1年生と同様な意図的な指導が必要であることがいえる(二澤・河合・渡邊, 2017)。

中学校2年生(2015年10月に調査対象となった中学校1年生と同じ生徒)を対象に実施した調査(2016年9月)において、(a)教員が生徒に「変数・変量の対応」について1年次、2年次と縦断的に指導を行えばこれらについて一定の効果があること、(b)変量の抽出はある程度できて変数を変数として捉えて関数的に考察することや方程式を利用して問題を解決することに課題があること、(c)変化の割合について現実の事象に関連づけることには課題があることが示唆された(二澤・河合, 2017)。

### (2)先行研究の分析、及び数学的モデリングの教材開発と教育実践について

#### [先行研究の分析]

数学的モデリングについて、先行研究はInternational Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA)の報告書を中心に柳本哲教授(京都教育大学)らと「MM(数学的モデリング)日曜勉強会」(2014.5~2016.1)において研究協議を行い、数学的モデリングの考え方や教育実践の分析を行い、その有効性の検討を行った。また、学習構造チャートを用いた学習法に関して、齋藤(2004)の「山登り学習法」を中心にコンセプトマップを活用した学習法について分析を行い、その有効性を検討した。その結果、それぞれの有効な面を見いだすことができた。

#### [数学的モデリングの教材開発と教育実践]

具体的に行った教材開発、及び教育実践内容については次の通りである。

関数の体系的・構造的な理解を深めるための1つの要因として、現実事象と関数のグラフを関係づける力があると考えられる。そこで、小学校・中学校・高等学校の教員と連携して数学的モデリングの観点を取り入れた教材を用いた授業研究を行い、教育実践を行った。教育実践の内容について、小学校、中学校、高等学校、大学教員が集まり、より適切な実践内容になるように研究協議を重ねた。この教育実践は、「関数のグラフを提示し、それに適する現実事象の変化の様子を説明する、データをもとにグラフを式で表す、式に含まれる変数、定数は現実事象ではどのような変数を表すのか確かめる」というものである。教材に数学的モデリングの観点を取

り入れることで、どの程度体系的・構造的な理解が促進されるのか、教育実践を行ったクラスと通常の授業を行ったクラスの教育実践後の調査を比較した。その結果、教育実践を行ったクラスの生徒について、現実事象とグラフを関連付ける力に一定の効果があり、体系的・構造的な理解につながる可能性があることが認められた(二澤・渡邊・岡,2015)。この他、大学生を対象とした複数回の予備教育実践において、この教材が高校生や特に教員指導の大学生にもそれまで学んだ関数の学習内容を体系的・構造的に再構築できる可能性があることが示唆された。

中学校2年生を対象に、生徒の学習内容についての体系的・構造的な理解を促進できるように行った教育実践において、(a)数学的モデリングの観点を取り入れた教材と構造チャートの作成を組み合わせることで、一定の効果があること、(b)実験を取り入れることで生徒の学習意欲の喚起につながることに、一定の効果があることが認められた(河合・二澤,2017)。

以上のことより、構造チャートを用いた学習法を取り入れた有効な数学的モデリングの教材開発(関数に関する教材)ができることが示された。

### (3)さらなる発展について

生徒の実態を把握するための調査として、中学生だけではなく、小学生も対象に実施し、実態の一端を明らかとした(引用文献:二澤・口分田・渡邊,2017)。なお、さらに詳細な認識の変容を明らかとすることが必要なため、中学校の生徒を対象に縦断的に調査を継続する予定としている。また、教育実践については中学生を対象に実施したが、効果を検証するための十分なデータをとることができていないこと、高校生を対象とした教育実践が予備教育実践にとどまったことが課題となっている。これらのことを今後の教育実践を通して客観的なデータをもとに分析することで、生徒の創造性育成の素地を培うことにつながると考えられる。

なお、国内外における位置づけとインパクトについて、実際に調査や教育実践を行った教員だけでなく、調査結果や教育実践を参観した学校現場の教員から、数学教育のあり方に新しい示唆を得たなどの肯定的な意見が聞かれたことなどより、一定のインパクトがあったと考えられる。

### <引用文献>

河合真美,二澤善紀,中学校における関数理解のための一試み,「数学教育学会誌臨時増刊」,63-66,2017

二澤善紀,河合真美,関数概念についての基礎研究(その3)-変量の抽出と変化の割合-,「数学教育学会2017年度春季年会予稿集」,45-47

口分田政史,渡邊伸樹,二澤善紀,小学校におけるRTMaC授業研究を活かした「比例」の教育に関する基礎的研究,数学教育学会「数学教育学会誌」Vol56/No.1・2,27-40,2015

口分田政史,渡邊伸樹,二澤善紀,詫摩京未,開猛雄,小田翔吾,小中高連携を意識したRTMaC授業研究による教育実践5-小学校における「関数」について,「数学教育学会誌臨時増刊」,43-45,2015

菊池乙夫(2015),「3.戦後中学校の解析教育」「戦前・戦後を通じた中学校解析教育の伝統と弊害 その悪習慣から脱皮する改革を!!」,守屋誠司編(2015)『数学教育学会2013-14年度学会課題研究「戦後数学教育の評価と将来に向けての対応についての研究」報告書』,数学教育学会,10-82

G.Stillman, G.Kaiser, W.Blum, J.P.Brown, (Eds.), Teaching Mathematical Modelling:Connecting to Research and Practice, NY:Springer,2013

齋藤昇,『中学校数学科「山登り式学習法」入門 生徒の数学的能力を高める授業づくり』,明治図書出版,2004

鈴木正彦(1998)「6章 関数」,横地清監修『新版21世紀への学校数学の展望』,成文堂新光社,223-231

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計5件)

二澤善紀,河合真美,渡邊伸樹,中学校数学科における関数教育の基礎研究,「佛教大学教育学部学会紀要」16巻,13-26,2017,査読無

二澤善紀,口分田政史,渡邊伸樹,算数科における関数教育についての基礎研究,佛教大学「教育学部論集」28巻,17-32,2017,査読無

二澤善紀,渡邊伸樹,開猛雄,高等学校におけるRTMaC授業研究を活かした「三角比」の教育に関する基礎的研究,数学教育学会「数学教育学会誌」Vol57/No.1・2,23-28,2016,査読有

平野年光,二澤善紀,藤井正俊,算数から数学へ-算額における連立1次方程式の問題-,大阪教育大学「数学教育研究」45巻,25-36,2016,査読無

二澤善紀,渡邊伸樹,岡貴大,小中高連携を意識した関数の教育内容開発,「佛教大学教育学部学会紀要」15号,17-26,2015,

査読無

[学会発表](計6件)

二澤善紀, 河合真美, 関数概念についての基礎研究(その3) - 変量の抽出と変化の割合 -, 数学教育学会 春季年会, 首都大学東京(東京都・八王子市), 2017.3.26

河合真美, 二澤善紀, 関数概念についての基礎研究 - 事象から変量を抽出する能力について-(その2), 数学教育学会 秋季例会, 関西大学(大阪府・吹田市), 2016.9.18

二澤善紀, Basic research to promote the use of mathematical modelling: Regarding the identification of variables, 13th International Congress on Mathematical Education 2016, Hamburg(Germany), 2016.7.26

河合真美, 二澤善紀, 関数概念についての基礎研究 - 事象から変量を抽出する能力について -, 数学教育学会 夏季研究会(関西エリア), 四天王寺大学(大阪府・大阪市), 2016.6.12

二澤善紀, 岡貴大, 渡邊伸樹, 口分田政史, 詫摩京未, 開猛雄, 小中高の教育内容を見通した授業研究 その4 - 関数について -, 数学教育学会 春季年会, 明治大学(東京都・千代田区), 2015.3.21

口分田政史, 渡邊伸樹, 二澤善紀, 詫摩京未, 開猛雄, 小田翔吾, 小中高連携を意識した RTMaC 授業研究による教育実践 5 - 小学校における「関数」について, 数学教育学会 春季年会, 明治大学(東京都・千代田区), 2015.3.21

## 6. 研究組織

(1)研究代表者

二澤 善紀 (MISAWA, Yoshiki)

佛教大学・教育学部・講師

研究者番号: 60633815

(3)連携研究者

渡邊伸樹(WATANABE, Nobuki)

関西学院大学・教育学部・教授

研究者番号: 10362584

柳本哲(YANAGIMOTO, Akira)

京都教育大学・教育学部・教授

研究者番号: 90441401