

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 12 日現在

機関番号：15301

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2014～2016

課題番号：26400045

研究課題名（和文）概主束の不変式論

研究課題名（英文）Invariant theory of almost principal bundles

研究代表者

橋本 光靖（HASHIMOTO, Mitsuyasu）

岡山大学・自然科学研究科・教授

研究者番号：10208465

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,700,000円

研究成果の概要（和文）：概主束の概念が不変式論および可換環論、代数幾何学のさまざまな場面で現れる普遍的な概念であることを実例によって示し、この概念と因子類群の関わりについて研究を行った。特に、不変式環の因子類群の有限性に関する定理を得た。また、関連して Frobenius 直像の漸近的挙動について P. Symonds 氏と共同研究を行って、代表者と中嶋祐介氏との共同研究を深化発展させ、これを用いて有限群の作用による不変式環でF正則ではないがF有理である例をはじめ構成した。また、概主束のひとつの応用として、標準加群および n 標準加群に関する研究を行った。

研究成果の概要（英文）：We showed by examples that almost principal bundles are ubiquitous and universal notion that appears various situations in invariant theory, commutative algebra, and algebraic geometry. In particular, we obtained a theorem concerning finiteness of the class group of an invariant subring. We also studied jointly with P. Symonds on the asymptotic behavior of Frobenius direct images, deepening the joint work of the leader with Yusuke Nakajima. Also, as an application of almost principal bundles, we studied canonical and n -canonical modules.

研究分野：代数学

キーワード：概主束 標準加群 F有理 因子類群

1. 研究開始当初の背景

- (1) 代表者が概主束の概念を得た。これが不変式論、可換環論、代数幾何学に広範に具体例を持ち、有用であろうことが予想されていた。特に、標準層、因子類群などの、余次元 2 以上の閉集合を除いても不変であるような不変量について強力であると考えられ、研究を開始した。
- (2) 代表者は中嶋祐介氏と共同で有限群の作用による不変式環のフロベニウス直像に関する研究を順な作用に関して行った。これを暴な作用に拡張することを P. Symonds 氏と共同ではじめていた。
- (3) Broer, 安田健彦氏により、擬鏡映を持たない有限群 G の多項式環への作用について、その不変式環が F 正則になるための必要十分条件は G の位数が体の標数によって割れないことであることが示されていた。しかし、 G の位数が体の標数を割って、不変式環が F 有理であるような例については知られておらず、多くの研究者が問題にしていた。

2. 研究の目的

- (1) 上記背景欄の (1) で述べたことについて、すでに得られていた結果をまとめ、研究を深化発展させることが主目的であった。特に因子類群に関して、同変因子類群を定義し、概主束について全空間の同変因子類群と底空間の因子類群を関係付けることによって不変式論への応用を図る。また、すでに定義が与えられている同変標準層についても同様に、底空間の標準層と関係をつけ、不変式環の準ゴレンシュタイン性の研究に役立てる。
- (2) 上記背景の (2), (3) で述べた事柄について (1) で得られた結果を援用しつつ研究を完成させ、不変式論への応用を得ることが第二の目的であった。

3. 研究の方法

- (1) 国内外の研究集会に参加し、情報収集をするとともに、得られた成果を公表して、それに対する各研究者のコメントを得て研究を進展させていった。特に、年 1 回開かれた可換環論シンポジウムは重要で、参加者から得られた情報は貴重であった。また、日本大学における渡辺敬一氏のセミナーに参加させていただき、情報収集をできたことが役に立った。
- (2) 岡山大における岡山可換代数表現セミナー (OSCAR) に内外の研究者を招聘して講演をしてもらい、新しい情報を得て研究のレベル維持に努めた。
- (3) 計算機の更新、代数学図書の購入などによって、研究環境を整えた。

4. 研究成果

- (1) 群スキームの作用するスキームの同変ピカル群について、有限群の場合等によく知られた 5 項完全列がかなりの一般性をもってなりたつことを証明した。また、同変因子類群を定義し、これについても同様の完全列が存在することを証明した。応用として、不変式環の因子類群が弱い仮定の元で有限生成群になることを証明した。同変因子類群については、ネーター性を外し、局所ピカルスキームの枠組みで議論をした。
- (2) Grothendieck による群スキームの作用による主束での商の準連接層の圏と全空間の同変連接層の圏との同値について、より大きな群の作用をつけて豊富化した形の定理を証明した。
- (3) 主束の全空間の同変因子類群が商の因子類群と同型になるという事実を概主束の場合に一般化して、さまざまな応用を得た。また、全空間の同変標準層と商空間の標準層についても概主束の仮定のもとで関係をつけ、不変式環の標準層について、さまざまな応用を得た。特に、不変式環の (準)ゴレンシュタイン性に関する渡辺敬一の定理を一般化したいくつかの定理をさらに一般化することに成功した。また、すでに得られているコックス環の標準加群に関する藏野和彦氏と代表者による共同研究の成果を簡単に導き出す方法を得た。
- (4) P. Symonds 氏と共同で有限群の多項式環への作用による不変式環のフロベニウス直像を表すために Frobenius limit と呼ばれるある種の Grothendieck 群の元を定義し、ある種の公式を得た。応用として、有限群の正標数の多項式環への作用による不変式環で、 F 正則ではないが、 F 有理である実例をはじめて構成した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 10 件)

[1] Mitsuyasu Hashimoto, F-rationality of the ring of modular invariants, J. Algebra 484 (2017), 207—223. 査読あり

[2] Mitsuyasu Hashimoto, Canonical and n -canonical modules of a Noetherian algebra, Nagoya Math. J. 305 (2017), 165—203. 査読あり

[3] Mitsuyasu Hashimoto and Peter Symonds, The asymptotic behavior of Frobenius

direct images of rings of invariants, Adv. Math. 305 (2017), 144--164. 査読あり

[4] Mitsuyasu Hashimoto, Equivariant class group. II. Enriched descent theorem, Comm. Algebra 45 (2017), 1509--1532. 査読あり

[5] Mitsuyasu Hashimoto, Higher-dimensional absolute versions of symmetric, Frobenius, and quasi-Frobenius algebras, Math. J. Okayama Univ. 59 (2017), 131--140. 査読あり

[6] Mitsuyasu Hashimoto, Equivariant class group. I. Finite generation of the Picard and the class groups of an invariant subring, J. Algebra 459 (2016), 76--108. 査読あり

[7] Mitsuyasu Hashimoto, Classification of the linearly reductive finite subgroup schemes of SL_2 , Acta Math. Vietnam. 40 (2015), 527--534. 査読あり

[8] Mitsuyasu Hashimoto and Yusuke Nakajima, Generalized F-signature of invariant subrings, J. Algebra 443 (2015), 142--152. 査読あり

[9] Mitsuyasu Hashimoto, F -finiteness of homomorphisms and its descent, Osaka J. Math. 52 (2015), 205--213. 査読あり

[10] Mitsuyasu Hashimoto, Equivariant total ring of fractions and factoriality of rings generated by semiinvariants, Comm. Algebra 43 (2015), 1524--1562. 査読あり

〔学会発表〕(計 6 件)

[1] 橋本光靖, 可換環論と不変式論, 日本数学会 2017 年度年会代数学分科会特別講演 (2017 年 3 月 24 日～ 27 日), 首都大学東京, 2017 年 3 月 26 日.

[2] 橋本光靖, n -canonical modules over non-commutative algebras, 第 38 回可換環論シンポジウム (2016 年 11 月 18 日～ 22 日), 葉山町, 2016 年 11 月 18 日.

[3] 橋本光靖, Module theoretic approach to Grothendieck-Lefschetz type theorem, 第 15 回岡山可換代数表現セミナー (OSCAR15) (2016 年 11 月 14 日), 岡山大

学, 2016 年 11 月 14 日.

[4] 橋本光靖, 行列式イデアルとその仲間たちの低次のシジジ, Commutative Algebra Day in Tokyo (2016 年 5 月 2 日), 東京大学, 2016 年 5 月 2 日.

[5] Mitsuyasu Hashimoto, F -rationality of the ring of modular invariants, International Conference and the 8th Japan-Vietnam joint Seminar on Commutative Algebra (2016 年 3 月 21 日～ 25 日), Ha Long (ベトナム), 2016 年 3 月 22 日.

[6] 橋本光靖, F -rationality of rings of invariants, 第 36 回可換環論シンポジウム (2014 年 11 月 21 日～ 25 日), 葉山町, 2014 年 11 月 21 日.

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況 (計 0 件)

名称 :
発明者 :
権利者 :
種類 :
番号 :
出願年月日 :
国内外の別 :

取得状況 (計 0 件)

名称 :
発明者 :
権利者 :
種類 :
番号 :
取得年月日 :
国内外の別 :

〔その他〕
ホームページ等

6. 研究組織
(1) 研究代表者
橋本 光靖 (HASHIMOTO, Mitsuyasu)
岡山大学大学院・自然科学研究科・教授
研究者番号 : 10208465

(2) 研究分担者 ()

研究者番号 :

(3)連携研究者 ()

研究者番号：

(4)研究協力者 ()