

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 30 年 6 月 14 日現在

機関番号：34416

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2014～2017

課題番号：26400075

研究課題名(和文)可積分性にみるアファイン微分幾何と射影微分幾何の共鳴

研究課題名(英文)Resonance of affine differential geometry and projective differential geometry from the viewpoint of integrability

研究代表者

藤岡 敦 (Fujioka, Atsushi)

関西大学・システム理工学部・教授

研究者番号：30293335

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,800,000円

研究成果の概要(和文)：アファイン球面に展開可能な不定値射影曲面をある種のアインシュタイン条件をみたす余次元2のアファイン空間への持ち上げをもつものとして特徴付けた。3次形式やそのトレースレス部分が誘導接続に関して平行、或いは再帰的な非退化中心アファイン曲面を決定した。中心写像が1点または曲線となる、或いは原点を通る平面の一部となるという幾何学的な条件を満たす非退化中心アファイン線織面を決定した。余等質性1の原点を中心とする固有アファイン球面を特徴付け、中心アファイン計量の曲率が一定となる余等質性1の中心アファイン極小曲面を分類した。

研究成果の概要(英文)：We characterized indefinite projective surfaces developable to affine spheres which admit a lift to the affine space of codimension two satisfying a certain kind of the Einstein condition. We determined nondegenerate centroaffine surfaces whose cubic form is parallel or the traceless part of the cubic form is recurrent with respect to the induced connection. We determined nondegenerate centroaffine ruled surfaces satisfying geometric conditions that the center map is a point or a curve, or a part of the plane through the origin. We characterized proper affine spheres centered at the origin of cohomogeneity one, and classified centroaffine minimal surfaces with constant curvature of cohomogeneity one.

研究分野：微分幾何学

キーワード：アファイン微分幾何 射影微分幾何 可積分系

1. 研究開始当初の背景

ユークリッド微分幾何において可積分系と関わる曲面としては、平均曲率一定曲面の他に調和逆平均曲率曲面、ボンネ曲面、ビアンキ曲面、ウィルモア曲面、共形曲率線座標をもつ曲面といったものが知られているが、中でも調和逆平均曲率曲面は現代的な可積分系と関わる曲面の微分幾何の中から新たに研究対象とされるに至ったものであり、ボンネ曲面とともにパンルヴェ方程式との関係が明らかにされている。

調和逆平均曲率曲面、ボンネ曲面は平均曲率一定曲面の、またビアンキ曲面はガウス曲率一定曲面の可積分系理論的観点からみた自然な一般化とみなすことができるが、アファイン微分幾何においては中心アファイン極小曲面が可積分系理論的観点からみた固有アファイン球面の自然な一般化とみなせる。中心アファイン極小曲面はより一般に超曲面の場合に、アファイン空間内の中心アファイン超曲面に対して中心アファイン計量の体積を汎関数とした変分問題の解として定義されたが、曲面の場合に固有アファイン球面に対するツイエイカ変換の一般化や離散化といった可積分系的な側面も見いだされている。また、中心アファイン計量が平坦な中心アファイン超曲面の積分可能条件は位相的場の理論における結合性の方程式と同値であることが知られており、研究代表者は基本的な平坦中心アファイン曲面に対する結合性の方程式の解を具体的に求めた。更に、等積中心アファイン平面閉曲線全体のなす空間を無限次元の可積分系として捉え、その空間に対して多重ハミルトン構造を導入した。

一方、射影微分幾何の歴史は古く、可積分系と関わる曲面としては、射影極小曲面、射影的展開可能曲面、等温漸近的曲面といったものが知られているが、射影微分幾何において、アファイン微分幾何の手法を取り入れることは古くから行われている有効なものである。

2. 研究の目的

アファイン微分幾何および射影微分幾何において可積分系と関わる微分幾何の対象を、主として中心アファイン極小曲面、平坦中心アファイン曲面、射影極小曲面、射影的展開可能曲面、等温漸近的曲面といった曲面や超曲面に対して、現代的な観点から互いの幾何と結びつけながら考察していくことにより、それら全体のなす空間の大きな対称性の理解へと繋げていく。

3. 研究の方法

アファイン微分幾何における中心アファイン極小曲面、射影微分幾何における射影極小曲面を始めとする可積分系と関わる微分幾何の対象についてそれぞれの幾何を結びつけながら研究を進める。更に、研究の過程で特に重要であると認識されるに至ったものに焦点を当てて研究を行う他、得られた成果の高次元化並びに高余次元化を主な研究対象とし、新たな研究課題へ繋げていく。

各年を通して、関連分野で先駆的な業績を挙げられている数学者達との研究交流を行う中で、研究課題を遂行していく。

4. 研究成果

3次元実射影空間内のアファイン球面に展開可能な不定値射影曲面が誘導接続のリッチテンソルが前正規化されたブラシュケ計量の定数倍となるというアインシュタイン条件をみたすような余次元2のアファイン空間への持ち上げをもつものとして特徴付けられることが分かった。

3次形式が誘導接続に関して平行な非退化中心アファイン曲面は原点を中心とする楕円面または双曲面の一部となること、3次形式のトレースレス部分が誘導接続に関して再帰的な非退化中心アファイン曲面は研究代表者が以前の研究で見つけたピック

不変量が消え、中心アファイン計量の曲率が1となる中心アファイン極小な線織面の一部となることが分かった。

中心写像が1点または曲線となる、或いは原点を通る平面の一部となるという幾何学的な条件を満たすような非退化中心アファイン線織面を決定した。

余等質性1の中心アファイン曲面が漸近線座標、或いは複素座標を用いて標準形とでもよぶべき特別な表示をもつことを用いて、余等質性1の原点を中心とする固有アファイン球面を特徴付けることに成功した。また、余等質性1の中心アファイン極小曲面について中心アファイン計量の曲率が一定となるものを分類した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計3件)

1 Atsushi Fujioka, Hitoshi Furuhashi, The center map of a centroaffine ruled surface, Annals of the Alexandru Ioan Cuza University of Iasi (New series), Mathematics, 査読有、掲載決定、2018

2 Atsushi Fujioka, Kunio Hamamoto, Yasunobu Nakai, Centroaffine surfaces with parallel or recurrent cubic form relative to the induced connection, Beiträge zur Algebra und Geometrie, 査読有、58巻、2017、303-310 DOI: 10.1007/s13366-016-0305-7

3 Atsushi Fujioka, Hitoshi Furuhashi, Takeshi Sasaki, Projective surfaces and pre-normalized Blaschke immersions of codimension two, International Electronic Journal of Geometry, 査読有、9巻、2016、100-110

[学会発表](計9件)

1 藤岡敦、余等質性1の原点を中心とする固有アファイン球面、淡路島幾何学研究集会2018、2018

2 藤岡敦、アファイン超曲面の中心写像、幾何学コロキウム、2017

3 Atsushi Fujioka, Centroaffine surfaces with parallel or recurrent cubic form relative to the induced connection, The 2nd OCAMI-KOBE-WASEDA Joint International Workshop on Differential Geometry and Integrable Systems, 2017

4 藤岡敦、中心アファイン曲面の3次形式、淡路島幾何学研究集会2017、2017

5 藤岡敦、中心アファイン曲面に対する3次形式の平行性と再帰性、2016年度福岡大学微分幾何研究集会、2016

6 藤岡敦、Tchebychev作用素が半単純でない平坦中心アファイン曲面、非可換幾何学と数理物理学、2015

7 藤岡敦、射影曲面と余次元2の前正規化されたBlaschkeはめ込み、RIMS共同研究集会 部分多様体論と種々の幾何構造、2015

8 藤岡敦、射影曲面と余次元2の中心アファインはめ込み、淡路島幾何学研究集会2015、2015

9 藤岡敦、射影曲面の持ち上げと簡約定理、福岡大学微分幾何研究会、2014

[図書](計0件)

[産業財産権]

出願状況(計0件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

取得状況(計0件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
取得年月日:
国内外の別:

[その他]

ホームページ等

[http://www2.itc.kansai-u.ac.jp/~afujio
ka/](http://www2.itc.kansai-u.ac.jp/~afujio
ka/)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

藤岡 敦 (FUJIOKA, Atsushi)

関西大学、システム理工学部、教授

研究者番号: 30293335

(2) 研究分担者

()

研究者番号:

(3) 連携研究者

()

研究者番号:

(4) 研究協力者

()